

УДК 531.383

*О.В. Прохорчук, О.П. Мариношенко,
І.С. Студзінська*

*Національний технічний ун-т України "КПІ", Київ
E-mail: a-marin@ukr.net*

Особливості створення локальної позиційної системи для визначення місцеположення літального апарату

Спутниковые радионавигационные системы (СРНС) широко применяются в различных навигационных задачах, в которых необходимо определять параметры движения объекта с высокой точностью. Однако характеристики таких систем попадают в зависимость от ситуации в странах-собственницах. Это объясняет интерес пользователей к созданию локальных позиционных систем, которые удовлетворяли бы требованиям точного и непрерывного определения местоположения подвижных объектов. Данная статья посвящена анализу особенностей построения и использования сети псевдоспутников как воздушного, так и наземного базирования для создания локального навигационного поля заданной конфигурации с целью определения местоположения и скорости движения летательного аппарата (ЛА). На основе проведенного анализа была смоделирована работа такой системы и подтверждена эффективность создания локального навигационного поля, конфигурация которого может быть задана в соответствии с предъявленными требованиями, для точного определения местоположения ЛА. Также, в ходе исследования, была отмечена необходимость использования дополнительного бортового оборудования для высокоточного определения высоты полета ЛА.

© О.В. Прохорчук, О.П. Мариношенко, І.С. Студзінська,
2014

Вступ. Супутникові радіонавігаційні системи (СРНС) типу ГЛОНАСС (РФ) і GPS (США) мають широке практичне застосування в різних навігаційних задачах, в яких потрібна висока точність визначення параметрів руху об'єкта. У той же час, вищезгадані орбітальні угруповання, не можуть гарантувати забезпечення вимог до більш високих показників доступності та безперервності навігаційних визначень (НВ), так як в залежності від політичної ситуації, країни-власники таких систем можуть обмежити доступ до їх використання. Так урядом США неодноразово було оголошено про можливе відновлення режиму селективного доступу (Selective Availability - SA) в СРНС GPS на час проведення військових дій або для певних районів Землі. Так як в режимі селективного доступу точність навігаційних визначень при використанні СРНС GPS становить близько 100 ... 200 м [1], то стає зрозумілим інтерес користувачів до створення локальних позиційних систем, які б задовольняли вимогам точного і безперервного визначення місця розташування рухомих об'єктів. В даний час, для вирішення цієї проблеми використовуються радіотехнічні системи, зокрема системи псевдосупутників, як наземного, так і повітряного базування, які служать доповненням до орбітальних угруповань.

Постановка задачі дослідження. Метою роботи є аналіз особливостей побудови та використання мережі псевдосупутників повітряного і наземного базування для створення локального навігаційного поля заданої конфігурації з метою визначення місця розташування і швидкості руху літального апарату (ЛА).

Локальна позиційна система. Задача визначення місцеположення та швидкості руху ЛА відносно земної поверхні, вирішується шляхом використання локальної позиційної системи (ЛПС), яка включає в себе декілька рознесених в просторі псевдосупутників. Кожний псевдосупутник являє собою пристрій, що випромінює сигнал, схожий за параметрами з навігаційним сигналом GPS/ГЛОНАСС. Даний сигнал може бути прийнятий звичайним приймачем GPS/ГЛОНАСС, розміщеним на борту ЛА, з мінімальними модифікаціями його програмної частини. Отримана інформація спільно з даними про місцезнаходження псевдосупутників дозволяє отримати навігаційні вимірювання в стандартному для далекомірних радіонавігаційних систем вигляді [2]:

$$(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2 = (R_i - ct_i)^2, \quad (1)$$

де x, y, z – координати ЛА, x_i, y_i, z_i – координати i -го псевдосупутника в обраній локальній системі координат (ЛСК) з центром в точці старту ЛА, c – швидкість поширення сигналу (швидкість світла), t – час поширення сигналу від i -го псевдосупутника, R_i – псевдовідстань до i -го псевдосупутника.

Приведені рівняння є нелінійними. Незважаючи на те, що цю систему можна розв'язати безпосередньо, у прийомних пристроях застосовується більш проста лінеаризована версія цих рівнянь. Основні навігаційні рівняння можуть бути лінеаризовані шляхом використання співвідношень у такий спосіб [3].

Нехай x_n, y_n, z_n, t_n – номінальні (апріорні щонайкраще отримані) значення x, y, z, t ;

dx, dy, dz, dt – додатки до цих номінальних значень;

R_{ni} – номінальні вимірювані значення псевдовідстаней до i -го псевдосупутника;

dR_{ni} – різниця між дійсними і номінальними вимірюваннями.

Тоді

$$x = x_n + dx; \quad y = y_n + dy; \quad z = z_n + dz; \quad t = t_n + dt; \quad R_i = R_{ni} + dR_{ni}; \quad (2)$$

$$R_{ni} = \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2} + ct_n. \quad (3)$$

Підставляючи різниці рівняння в систему отримаємо:

$$\begin{aligned} & R_{ni} + dR_{ni} - ct_n - cdt = \\ & = \sqrt{(x + dx - x_i)^2 + (y + dy - y_i)^2 + (z + dz - z_i)^2}. \end{aligned} \quad (4)$$

За вилученням членів другого порядку малості, рівняння (4), може бути записано, як

$$\begin{aligned} & \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2} + \\ & + \frac{(x - x_i)dx + (y - y_i)dy + (z - z_i)dz}{\sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2}} = \\ & = R_{ni} + dR_{ni} - ct_n - cdt. \end{aligned} \quad (5)$$

У результаті одержимо:

$$\frac{(x_{ni} - x_i)}{(R_{ni} - ct_n)} dx + \frac{(y_{ni} - y_i)}{(R_{ni} - ct_n)} dy + \frac{(z_{ni} - z_i)}{(R_{ni} - ct_n)} dz + cdt = dR_{ni}. \quad (6)$$

Чотири рівняння (6) є лінеаризованими рівняннями, які зв'язують вимірювання псевдовідстаней з необхідною навігаційною інформацією споживача, а також із відходом бортових годинників споживача.

Відомі значення правої частини рівнянь (6) є різницею між дійсними вимірами псевдовідстаней і значеннями, які прогнозувалися комп'ютером споживача на основі відомих координат псевдосупутника і поточних оцінок координат і відходу годинників споживача. Розміри, які повинні бути обчислені, dx, dy, dz, dt є поправками, які споживач повинен зробити до своїх поточних оцінок координат і зрушенню шкали годинників. Коефіцієнти цих розмірів у лівій частині рівнянь є направляючими косинусами лінії напрямку від споживача до псевдосупутника, спроектованої на осі прямокутної системи координат x, y, z . Ці лінеаризовані рівняння можуть бути представлені в матричній формі:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & 1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & 1 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & 1 \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \\ dt \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{x_{n1} - x_1}{R_{n1} - ct_n} & \frac{y_{n1} - y_1}{R_{n1} - ct_n} & \frac{z_{n1} - z_1}{R_{n1} - ct_n} & 1 \\ \frac{x_{n2} - x_2}{R_{n2} - ct_n} & \frac{y_{n2} - y_2}{R_{n2} - ct_n} & \frac{z_{n2} - z_2}{R_{n2} - ct_n} & 1 \\ \frac{x_{n3} - x_3}{R_{n3} - ct_n} & \frac{y_{n3} - y_3}{R_{n3} - ct_n} & \frac{z_{n3} - z_3}{R_{n3} - ct_n} & 1 \\ \frac{x_{n4} - x_4}{R_{n4} - ct_n} & \frac{y_{n4} - y_4}{R_{n4} - ct_n} & \frac{z_{n4} - z_4}{R_{n4} - ct_n} & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \\ dt \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} dR_1 \\ dR_2 \\ dR_3 \\ dR_4 \end{bmatrix}, \quad (7)$$

де a_{ij} є направляючими косинусами кута між напрямком на i -тий псевдосупутник і j -тою координатою.

З використанням матричних позначень приведені вище рівняння можуть бути записані в компактній формі в такий спосіб.

Припустимо:

r – чотирьохелементний вектор різниць вимірювань псевдовідстаней;

x – вектор корекції координат і годинників споживача;

A – матриця 4×4 .

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & 1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & 1 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & 1 \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & 1 \end{bmatrix},$$

$$\begin{aligned}x &= [dx \ dy \ dz \ dt]^T, \\r &= [dR_1 \ dR_2 \ dR_3 \ dR_4]^T.\end{aligned}$$

Тоді

$$Ax = r \quad \text{або} \quad x = A^{-1}r. \quad (8)$$

Останнє рівняння являє собою компактний запис співвідношень між похибками вимірюванням псевдовідстані і координатами і відходом годинників споживача.

Оскільки це рівняння лінійне, воно може бути використане для того, щоб записати співвідношення між похибками вимірювання псевдовідстані і похибками визначення положення і відходу годинника споживача. Це співвідношення має вигляд:

$$\varepsilon_x = A^{-1}\varepsilon_r, \quad (9)$$

де ε_x – похибка визначення координат і відходу годинників споживача; ε_r – похибка вимірювання псевдовідстані.

Розглянемо коваріаційну матрицю очікуваних похибок у вимірах псевдовідстаней і коваріаційну матрицю помилок визначення координат і відходу годинників. Перша матриця розміру 4x4 складається з очікуваних значень квадратів і помилок у вимірах псевдовідстаней. Діагональні члени матриці, які називаються квадратами очікуваних помилок, є дисперсіями, тобто квадратами очікуваних значень помилок вимірювань псевдовідстаней.

Недіагональні члени є коваріацією між вимірюванням псевдовідстаней і відбивають кореляції, що передбачаються в цих вимірах. Аналогічно, коваріаційна матриця помилок складається з очікуваних значень квадратів і добутків помилок визначення положення і відходу годинників споживача. Діагональні члени є дисперсіями, або квадратами помилок у 1σ у положенні і часі споживача, у той час, як недіагональні члени показують кореляції в цих помилках. Ці коваріаційні матриці записуються за допомогою виразів:

$$\text{cov}(r) = E \{ \varepsilon_r \varepsilon_r^T \}, \quad \text{cov}(x) = E \{ \varepsilon_x \varepsilon_x^T \}, \quad (10)$$

де E означає символ "очікуване значення" величини у фігурних скобках.

Після підстановок матричне співвідношення між двома коваріаційними матрицями приводиться до вигляду:

$$\text{cov}(r) = A^{-1} \text{cov}(r) A^T. \quad (11)$$

Альтернативне перетворення, що базується на безпосередній матричній алгебраїчній маніпуляції, приводить це співвідношення до виду:

$$\text{cov}(x) = [A^T \text{cov}(r)A]^{-1}. \quad (12)$$

З отриманих співвідношень видно, що співвідношення між похибками вимірювання псевдовідстані і похибками у визначенні координат і поправки часу залежать тільки від матриці A . Ця матриця залежить тільки від направляючих косинусів напрямків від споживача на псевдосупутники відносно застосованої системи координат. Іншими словами, співвідношення між похибками залежать тільки від геометрії псевдосупутників. Важливе значення при розгляді застосування ОНА має геометрія розташування чотирьох псевдосупутників, яка застосовується і має оптимальні геометричні властивості. У цьому контексті оптимальна – це така геометрія псевдосупутників, при котрій даний рівень помилок у вимірюванні псевдовідстані приводить до най-менших похибок визначення місця розташування і відходу годинників споживача. Це веде до поняття геометричного фактора зниження точності GDO-P, який є мірою погіршення точності, обумовленою геометрією робочого сузір'я. Для кількісного визначення, чи є дана конфігурація оптимальною або неоптимальною, приймається наступне допущення про похибки вимірювання псевдовідстані. Припустимо, що кожне конкретне вимірювання псевдовідстані має помилку 1σ , очікуване середнє дорівнює нулю, кореляція помилок між псевдосупутниками також дорівнює нулю. При цих допусках коваріаційна матриця похибок вимірювання псевдовідстані стає одиничною матрицею 4×4 . У цьому випадку коваріаційна матриця похибок визначення положення і відходу годинників виглядає наступним чином:

$$\text{cov}(x) = (A^T A)^{-1}. \quad (13)$$

GDO-P визначається як квадратний корінь сліду коваріаційної матриці $\text{cov}(x)$, коли $\text{cov}(r)$ є одиничною матрицею. Отже:

$$\text{GDOP} = \sqrt{\text{trace} [(A^T A)^{-1}]}. \quad (14)$$

Деякі властивості цієї величини можуть бути представлені таким чином: GDOP є:

- у дійсності коефіцієнтом підсилення помилок вимірювання псевдовідстані в похибках визначення координат і відходу годинників споживача, обумовлених ефектом псевдосупутників;

- незалежним від використаної системи координат;

- критерієм для планування робочого сузір'я.

Припустимо, що $D_x, D_y, D_z, c^2 D_t$ - дисперсії положення і часу споживача. Тоді маємо: $GDOP = \sqrt{D_x + D_y + D_z + c^2 D_t}$. У якості альтернативи $GDOP$ як критерія вибору робочого сузір'я псевдосупутників можуть бути використані тільки деякі дисперсії положення і часу споживача. Вони визначаються в такий спосіб:

- Геометричний фактор зниження точності визначення просторового положення $PDOP = \sqrt{D_x + D_y + D_z}$.

- Геометричний фактор зниження точності визначення горизонтального положення $HDOP = \sqrt{D_x + D_y}$.

- Геометричний фактор зниження точності визначення вертикального положення $VDOP = \sqrt{D_z}$.

- Геометричний фактор зниження точності визначення часу $TDOP = \sqrt{c^2 D_t}$.

З альтернативних критеріїв найбільш часто використовується $PDOP$, що застосовується для того, щоб визначити точність просторового розташування.

У статті [4] наводиться таблиця впливу значення DOP на точність ви-значення місцеположення рухомого об'єкту.

Значення DOP	Точність	Опис
<1	Ідеальна	Рекомендується до використання в системах, що вимагають максимально можливого значення точності протягом всього часу їх роботи
2-3	Відмінна	Достатня точність для використання результатів вимірювань у досить чутливій апаратурі і програмах
4-6	Хороша	Рекомендований мінімум для прийняття рішень за отриманими результатами. Результати можуть бути використані для досить точних навігаційних вказівок
7-8	Середня	Результати можна використовувати в обчисленнях, проте рекомендується потурбуватися про підвищенням точності, наприклад, вийти на більш відкрите місце.
9-20	Нижче середнього	Результати можуть використовуватися тільки для грубого наближення місця розташування
21-50	Погана	Вихідна точність нижче половини футбольного поля. Зазвичай такі результати повинні бути відкинуті

Виходячи з даної інформації, можна зробити висновок, що для створення локального навігаційного поля, в рамках якого можливе визначення навігаційних параметрів з достатньою точністю, необхідно вибрати таке розташування псевдосупутників, при якому значення $HDOP \pm 6$.

Моделювання роботи ЛПС. Для моделювання роботи ЛПС в середовищі Mathcad створена відповідна програма з використанням вищезгаданих співвідношень. Вона дозволяє обирати оптимальне розташування псевдосупутників в локальному просторі, при якому значення геометричного фактора зниження точності буде мінімальним при заданих допусках. Точка старту ЛА є початком відрізка обраної

ЛСК. Напрямок осі x відповідає напрямку руху ЛА, перпендикулярна до неї - вісь y , а вісь z направлена вертикально вгору.

В результаті проведеного моделювання було визначено, що при розмірах поля $[-300..300; -200..200; 0..60]$ км, можливе забезпечення визначення місцезнаходження літального об'єкта з точністю до 20 м, при цьому достатнім є використання чотирьох псевдосупутників змішаного розташування. Збільшення кількості псевдосупутників не дає суттєвого зниження $GDOP$, а відповідно і $HDOP$, від якого залежить величина похибки позиціонування в горизонтальній площині.

Найбільшого впливу на величину $GDOP$, відповідно і на складові $HDOP$ і $VDOP$, має висота розташування псевдосупутників, їх рознесення вздовж осі y , а також висота польоту ЛА. При цьому величина $VDOP$ складає більше 100 одиниць, що робить неможливим визначення вертикальної координати ЛА за допомогою ЛПС. Цю проблему можна вирішити шляхом використання на борту ЛА автономних систем визначення висоти польоту, зокрема барометричних висотомірів.

На рис. 1 та рис. 2 відображено як змінюється $HDOP$ та $VDOP$ в залежності від дальності (x_0 в км) та висоти польоту ЛА (1 км, 10 км, 20 км, 40 км, 60 км відповідно).

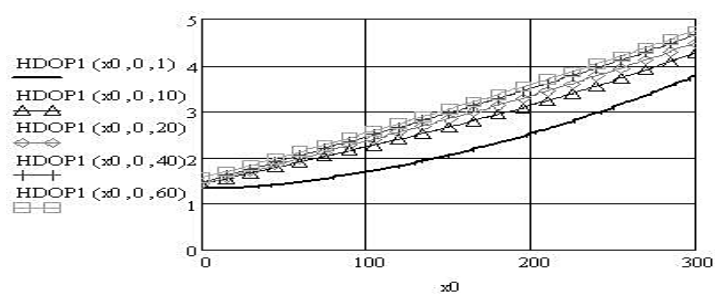


Рис. 1: Зміна позиційного фактору зниження точності в залежності від дальності та висоти польоту ЛА.

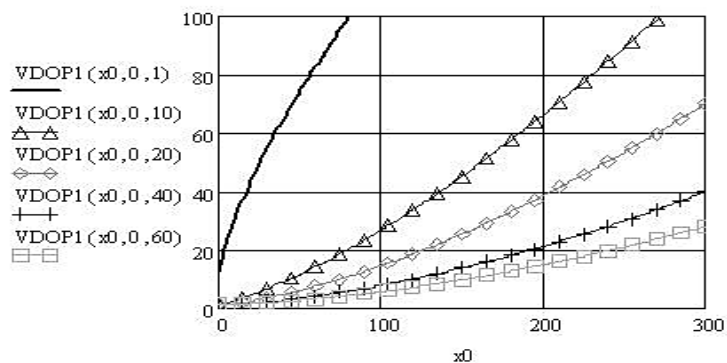


Рис. 2: Зміна фактору зниження точності визначення вертикального положення в залежності від дальності та висоти польоту ЛА.

На рис. 3 - рис. 6 відображено як змінюється HDOP та VDOP в залежності від дальності (x_0 в км) та висоти польоту ЛА (1 км, 10 км, 20 км, 40 км, 60 км відповідно) при відхиленні руху об'єкту від траєкторії польоту на ± 50 км вздовж осі y .

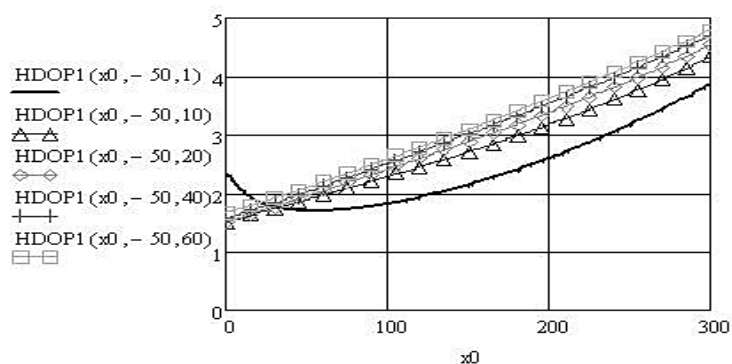


Рис. 3: Зміна позиційного фактору зниження точності в залежності від дальності та висоти польоту ЛА при відхиленні об'єкту від траєкторії польоту на -50 км вздовж осі y .

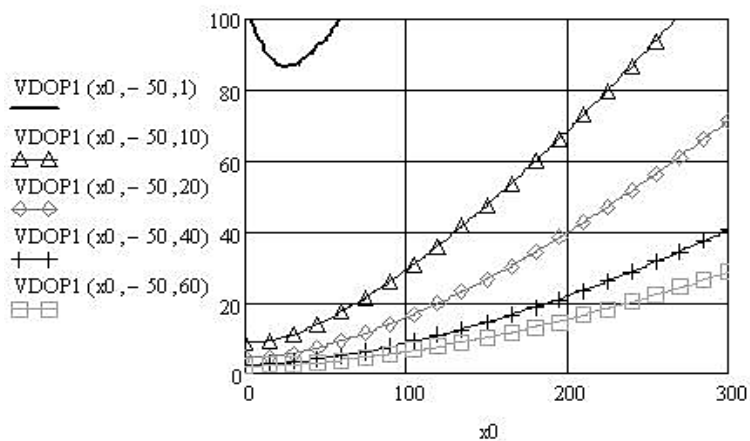


Рис. 4: Зміна фактору зниження точності визначення вертикального положення в залежності від дальності та висоти польоту ЛА при відхиленні об'єкту від траєкторії польоту на -50 км вздовж осі y .

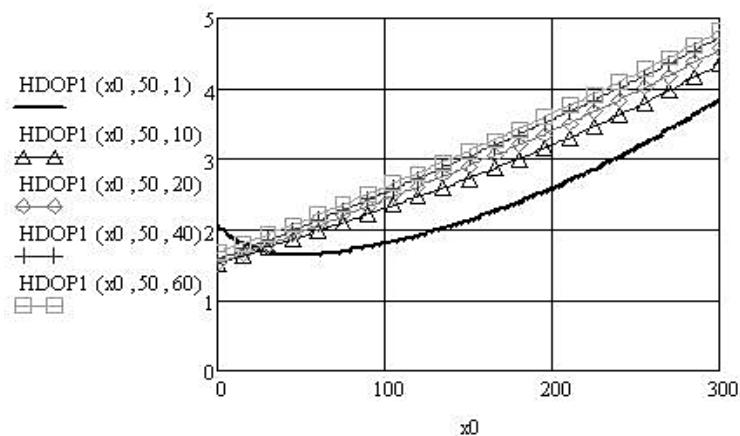


Рис. 5: Зміна позиційного фактору зниження точності в залежності від дальності та висоти польоту ЛА при відхиленні об'єкту від траєкторії польоту на +50 км вздовж осі y .

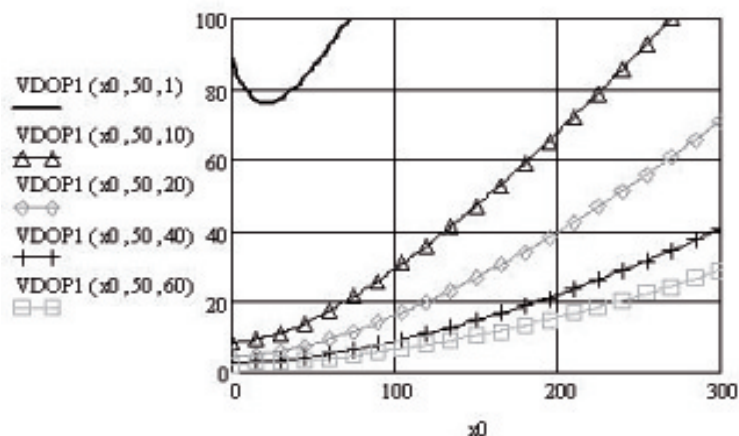


Рис. 6: Зміна фактору зниження точності визначення вертикального положення в залежності від дальності та висоти польоту ЛА при відхиленні об'єкту від траєкторії польоту на +50 км вздовж осі y .

Висновки. В даній роботі розглядалась можливість використання локальної позиційної системи для забезпечення більш високих показників доступності та безперервності навігаційних визначень, ніж ті, які надають орбітальні угруповання ГЛОНАСС і GPS, особливо, приймаючи до уваги залежність цих систем від ситуації в країнах-власниках відповідних СРНС.

Проведене моделювання підтвердило можливість створення і ефективного застосування локального навігаційного поля, конфігурація якого може бути задана відповідно до пред'явлених вимог, для точного визначення місцеположення ЛА. Також, в ході дослідження, було відзначено необхідність використання додаткового бортового обладнання для визначення висоти польоту ЛА.

Література

- [1] Alkan R. M. GPS Standard Positioning Service Performance After Selective Availability Turned Off. — International Symposium on GIS, September 23-26, 2002, Istanbul - TURKEY.

- [2] *Kaplan E. D.* Understanding GPS: Principles and Applications. — Artech House Publishers. — Boston, London. — 1996.
- [3] *Bradford W. Parkinson* Global Positioning System: Theory and Applications, Volume II. — AIAA, 1996. — 632 p.
- [4] *Langley R.B.* Dilution of Precision. — GPS World. — 1999. — 10 (5). — P. 52-59.