УДК 621.391.833

О. В. ДІКАРЄВ, канд. техн. наук; **Л. М. ГРИЩЕНКО**,
Державний університет телекомунікацій, Київ

ПОБУДОВА КІЛЬЦЕВИХ І БАРКЕРОПОДІБНИХ КОДІВ

Розглянуто програмний варіант побудови кільцевих і баркероподібних кодів.

Ключові слова: *код; кільце; матриця; зсув; інваріант.*

Початкові передумови

Групою [1] називають алгебраїчну систему G (наприклад, контент, що складається з двійкових символів, розташованих випадковим чином, де N — ціле число), в якій визначено одну операцію, що ставить у відповідність двом будь-яким елементам системи деякий третій елемент цієї системи, якщо дана операція (позначають її *) має такі властивості:

1) $(a * b) * c = a * (b * c)$ — асоціативність;

2) *існує нейтральний елемент* e, такий що $e * a = a * e = a$;

3) для кожного $a \in G$ існує *обернений елемент* x, такий що $a * x = x * a = e$.

Якщо при цьому для будь-яких елементів a і b виконується співвідношення $a * b = b * a$, то групу називають ***комутативною***, або ***абелевою***.

Як знак операції зазвичай беруть знак «+» (*адитивна група*) або «•» (*мультиплікативна група*). Для адитивної групи нейтральний елемент називають *нулем*, а обернений до a елемент позначають $-a$. Для мультиплікативної групи нейтральний елемент називають *одиницею*, а обернений до a елемент позначають a^{-1}.

Комутативну адитивну групу називають ***кільцем***, якщо в ній окрім операції додавання визначено ще одну операцію — *множення*, яка має властивість *дистрибутивності*:

$$a \bullet (b + c) = a \bullet b + a \bullet c,$$

$$(a + b) \bullet c = a \bullet c = b \bullet c$$

для будь-яких елементів a, b і c.

Приклад кільця — множина Z усіх цілих чисел.

Основна частина

Спираючись на сформульовані в [3] постулати кільцевих кодів та на досліджені в [2] властивості баркероподібних кодів, розглянемо приклади кільцевих і баркероподібних кодів, що ілюструють їхні характерні властивості. Так, код, зображений на рис. 1, є двійковим кільцевим кодом для послідовностей довжиною $N = 9$ і $N = 6$, а код, зображений на рис. 2,— кільцевим двійковим баркероподібним кодом. В обох випадках кодове кільце позначається як С, показник зсуву — як ПС.

Алгоритм побудови кільцевих кодів

Код С дістаємо з двійкової послідовності N символів за допомогою її циклічного N-разового зсуву на один елемент праворуч або ліворуч. При цьому двійкові послідовності завдовжки N — вектори, утворені внаслідок зсуву — розташовуються у вигляді квадратної матриці розміром $N \times N$.

$$\mathrm{C} = \begin{bmatrix} 1&0&0&0&0&0&1&1&1 \\ 1&1&0&0&0&0&0&1&1 \\ 1&1&1&0&0&0&0&0&1 \\ 1&1&1&1&0&0&0&0&0 \\ 0&1&1&1&1&0&0&0&0 \\ 0&0&1&1&1&1&0&0&0 \\ 0&0&0&1&1&1&1&0&0 \\ 0&0&0&0&1&1&1&1&0 \\ 0&0&0&0&0&1&1&1&1 \end{bmatrix}, \ \text{ПС} = \begin{bmatrix} 2&4&6&8&8&6&4&2 \\ &2&4&6&8&8&6&4 \\ &&2&4&6&8&8&6 \\ &&&2&4&6&8&8 \\ &&&&2&4&6&8 \\ &&&&&2&4&6 \\ &&&&&&2&4 \\ &&&&&&&2 \end{bmatrix}, \ \mathrm{C} = \begin{bmatrix} 0&0&0&1&0&1 \\ 1&0&0&0&1&0 \\ 0&1&0&0&0&1 \\ 1&0&1&0&0&0 \\ 0&1&0&1&0&0 \\ 0&0&1&0&1&0 \end{bmatrix}, \ \text{ПС} = \begin{bmatrix} 4&2&4&2&4 \\ &4&2&4&2 \\ &&4&2&4 \\ &&&4&2 \\ &&&&4 \end{bmatrix}$$

Рис. 1. Кільцеві коди довжиною $N = 9$ і $N = 6$ із відповідними показниками зсуву

$$\mathrm{C} = \begin{bmatrix} 0&0&0&0&1&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&1&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&1&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&1 \\ 1&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&1&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&1&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&1&0&0&0&0 \end{bmatrix}, \ \text{ПС} = \begin{bmatrix} 2&2&2&2&2&2&2 \\ &2&2&2&2&2&2 \\ &&2&2&2&2&2 \\ &&&2&2&2&2 \\ &&&&2&2&2 \\ &&&&&2&2 \\ &&&&&&2 \end{bmatrix}, \ \mathrm{C} = \begin{bmatrix} 1&1&0&1&1 \\ 1&1&1&0&1 \\ 1&1&1&1&0 \\ 0&1&1&1&1 \\ 1&0&1&1&1 \end{bmatrix}, \ \text{ПС} = \begin{bmatrix} 2&2&2&2 \\ &2&2&2 \\ &&2&2 \\ &&&2 \end{bmatrix}$$

Рис. 2. Баркероподібні коди довжиною $N = 8$ і $N = 5$ із відповідними показниками зсуву

Далі знаходимо трикутну матрицю показників зсуву ПС [3] за допомогою таких дій.

♦ Використовуючи одну з постульованих у [3] логічних операцій XOR, OR або AND (далі це буде лише операція XOR), виконуємо по рядках матриці С, починаючи з першого, відповідні векторні перетворення. При цьому перший її рядок зіставляємо з рештою ($N-1$) рядків, другий рядок — із рештою ($N-2$) рядків, і діємо так доти, доки не буде виконано зіставлення передостаннього рядка з останнім.

♦ Після виконання кожної зазначеної операції для будь-яких двох рядків кільця обчислюємо ***загальну кількість розбіжностей щодо наявних одиниць і нулів***, формуючи в такий спосіб послідовності цілих додатних чисел — рядки трикутної матриці показників зсуву ПС.

Кільцевий код і відповідна матриця показників зсуву мають унікальні властивості, сформульовані у вигляді восьми інваріантів [2; 3].

Визначення. Кільцевий двійковий код, в якого всі елементи трикутної матриці ПС однакові, називатимемо ***баркероподібним кодом***.

Звичайний кільцевий двійковий код такої властивості не має.

Побудова кільцевого коду та вектора показників зсуву

Побудову двійкових кільцевих, як і баркероподібних кодів із заданими властивостями, виконуємо одним із двох способів: або простим перебиранням усіх можливих кодів, кількість яких обчислюється згідно з [2; 3], або за видом матриці ПС. У [2] зазначено, що ***перший рядок трикутної матриці ПС містить у собі всі наступні її рядки, які, починаючи з другого, дублюють перший рядок із відкиданням на кожному кроці одного елемента, останнього у відповідному рядку***.

Отже, кільцевий або баркероподібний код може бути побудований з елементів тільки першого рядка. Поки що загального способу такої побудови не розроблено. Через це доводиться застосовувати метод простого перебирання. Відповідну програму в середовищі Matlab [4] наведено далі.

```
%% Програма побудови кільцевих кодів та вектора ПС
    N=6;    %% Задається довжина коду
    X=[1 1 1 0 0 0];    %%% Задається перший рядок кільця
    B=X
    C(N,N)=0; C(1,1:N)=B(1:N); symma(1,N+1)=0; k=1;
     for j1=2:N
     C(j1,1:1)=B(1,(N-j1+2):(N-j1+2));
     end
    %% Циклічне переставлення рядків
    for i=2:N
        for j1=2:N
            C(i,j1)=C(i-1,j1-1);
        end
    end
    C
    %% Добуток векторів
    k=1; r=1;
    for j1=(k+1):N
    kor=xor(C(k,1:N),C(j1,1:N));
    %%%kor=or(C(k,1:N),C(j1,1:N));
    %%%kor=and(C(k,1:N),C(j1,1:N));
    cymma(r)=sum(kor);
    r=r+1;
    end
    r
    cymma
```

Алгоритм програми включає в себе такі кроки. Спочатку задається довжина N кодової послідовності та множина двійкових векторів, замість яких для спрощення у програмі взято лише один вектор X (перший рядок кільця), після чого створюється квадратна матриця кільця. Далі для вибраного варіанта добутку векторів на основі однієї з трьох логічних операцій XOR, OR або AND формується вектор, що являє собою перший рядок показників зсуву.

Результати (матриця С і вектор ПС cymma) відображаються на екрані монітора або роздруковуються.

Кільцеві коди в системі кодування

Двійкові кільцеві та баркероподібні коди знаходять дедалі ширше застосування. Тому є сенс розглянути місце таких кодів у загальній системі кодування [4]. Кодуються, зазвичай, поняття, явища, події, властивості, факти тощо. Поєднання кодів дає змогу проникати в сутність явищ. Із необмеженого призначення кодів випливає їх розмаїття. Коди мають характеризуватись простотою, універсальністю, доступністю, результативністю, економічністю, однозначністю.

Для подання структурної ієрархії кодів можна скористатись класифікацією, що застосовується при формуванні системних реєстрів персональних комп'ютерів IBM PC. Ідеться про опис зазначеної ієрархії у вигляді дерева, яке поділяється на кілька рівнів. Найвищий рівень — «вулик» включає в себе окремі дерева. У нашому випадку піддерева дерева використовуються для первісної класифікації записів або кодів. Згідно з таким підходом при обміні цифровими мультимедійними відеосервісами можна серед інших виокремити піддерево дискретизації та кодування, стиснення інформації, захисту від помилок, маніпуляції та передавання пакетів даних споживачеві. На практиці використовуються коди-символи, коди-моделі, коди-ознаки, коди-значення, коди-константи, коди-визначення, коди-поняття, коди-еквіваленти тощо. Орієнтовну структурну схему кодів-еквівалентів наведено на рис. 3.

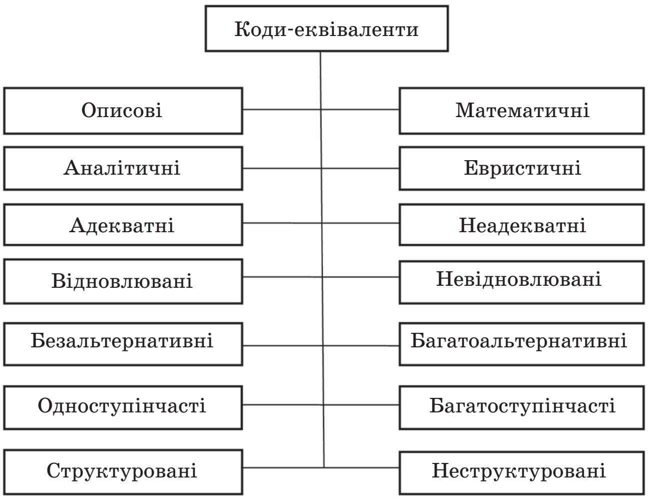

Рис. 3. Структурне розмаїття кодів-еквівалентів

Варто наголосити, що двійкові кільцеві та баркероподібні коди можна ефективно використовувати як помилковиявлювальні коди в цифрових мультимедійних технологіях (рис. 4).

Рис. 4. Групи найважливіших кодів у сфері цифрових технологій

До групи коригувальних кодів належать і розроблені авторами баркероподібні та кільцеві коди. Загалом структуру коригувальних кодів унаочнює рис. 5 [5]. Як бачимо, ланцюжок циклічних кодів завершують кільцеві та баркероподібні коди. Детальнішої їх класифікації досі немає.

Висновки

1. Баркероподібні коди можуть бути отримані послідовним перебором двійкових послідовностей N символів програмним шляхом або на підставі аналізу вектора показників зсуву ПС. Цей метод ще не розроблено.

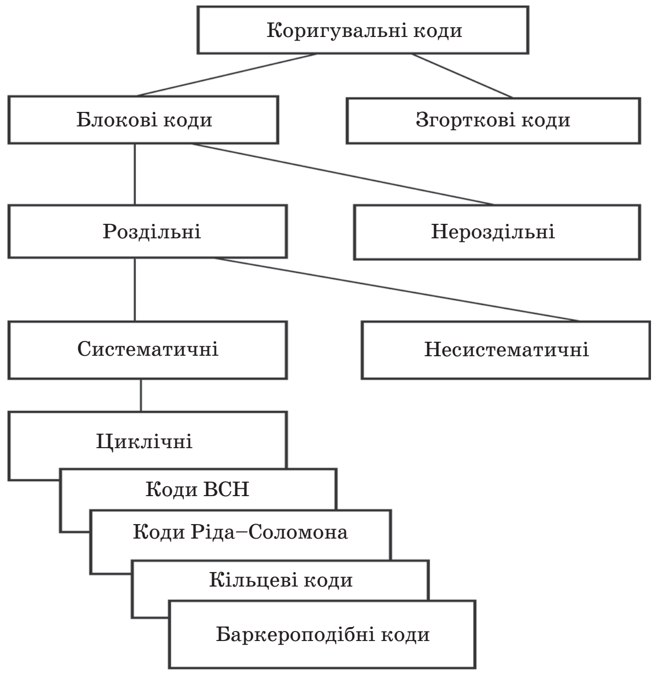

Рис. 5. Коди, які виявляють і виправляють помилки

2. Кільцеві і баркероподібні коди належать до класу циклічних систематичних кодів, а зі структурного погляду є еквівалентними. Для їх декодування необхідна таблиця відповідностей кодових комбінацій.

3. Для різних частин кодограми можна вибрати зазначені коди різної довжини.

4. Кільцеві коди є кодами, що виявляють помилки.

Література

1. **Бронштейн, И. Н.** *Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов/И. Н. Бронштейн, К. А. Семендяев.— М.:Наука, 1980.— 718 с.*

2. **Дикарев, А. В.** *Баркероподобные последовательности / А. В. Дикарев // Зв'язок.— 2013.— № 4.— С. 68, 69.*

3. **Дикарев, А. В.** *Постулаты кольцевых кодов / А. В. Дикарев//Зв'язок.— 2013.— № 5.— С. 53–56.*

4. **Смирнов, А. В.** *Цифровое телевидение: от теории к практике / А. В. Смирнов, А. Е. Пескин.— М.: Горячая линия-Телеком, 2005.—352 с.*

5. **Касами, Т.** *Теория кодирования/[Т. Касами, Н. Токура, Ё. Ивадари, Я. Инагаки].— М.: Мир, 1978.— 576 с.*

А. В. Дикарев, Л. Н. Грищенко

ПОСТРОЕНИЕ КОЛЬЦЕВЫХ И БАРКЕРОПОДОБНЫХ КОДОВ

Рассмотрен программный вариант получения кольцевых и баркероподобных кодов.

Ключевые слова: код; кольцо; матрица; сдвиг; инвариант.

O. V. Dikariev, L. M. Gryshchenko

RECEIVING RING CODES AND CODES SIMILAR TO BARKER CODES

The program variant of reception ring codes and codes imitating barker codes is considered.

Keywords: code; a ring; a matrix; shift; invariant.