

А. І. Семенко, М. Б. Проценко  
**ФЕМТОСОТА З ПОЛІПШЕНИМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ**

Запропоновано фемточарунку з поліпшеними характеристиками за рахунок використання розробленої антенної системи з чотирьох мікросмушкових випромінювачів, розташованих на гранях прямокутної призми. Дано оцінку шумової температури та якості приймальної системи модернізованої фемточарунки.

**Ключові слова:** фемточарунка; антенна система; шумова температура.

A. I. Semenko, M. B. Protsenko  
**THE FEMTOCELL WITH IMPROVED CHARACTERISTICS**

The femtocell with improved characteristics, which are being enhanced through the use of developed antenna system of 4 microstrip radiators located on the rectangular pyramid facets, is proposed. The estimation of the noise temperature and the enhanced femtocell receiving system quality is made.

**Keywords:** femtocell; antenna system; noise temperature.

УДК 621.391.833

А. В. ДИКАРЕВ, канд. техн. наук, Государственный университет телекоммуникаций, Киев

## СЕМЕЙСТВА ЦЕПОЧНЫХ КОЛЬЦЕВЫХ КОДОВ

**Показано, что на базе периодических двоичных последовательностей могут быть образованы кольцевые коды, порождающие по известному правилу векторы показателей сдвига, компоненты которых, в свою очередь, связаны некоторой достаточно простой функциональной зависимостью со структурой исходных последовательностей. Благодаря этому становится возможным создавать семейства подобных кольцевых кодов с параметрическими идентификаторами, пригодными для шифрования информации кодами переменной длины.**

**Ключевые слова:** исходная последовательность; кольцевой код; вектор; идентификатор.

### Исходные предпосылки

Кольцевой код представляет собой квадратную матрицу размером  $N \times N$ , образованную на основе некоторой исходной двоичной последовательности (вектора), состоящей из  $N$  символов —  $m$  единиц и  $N - m$  нулей.

Строки кода получаются в результате  $(N - 1)$ -разового кольцевого сдвига исходного вектора на один двоичный знак вправо либо влево.

В качестве главной характеристики кольцевого кода выступает соответствующий **вектор показателей сдвига (ВПС)**. Способы получения и свойства ВПС описаны в [1–3].

Каждый ВПС включает в себя  $N - 1$  элемент, значение которых может изменяться от 0 до  $2m$ .

Очевидно, из множества исходных последовательностей длиной  $N$ , включающих в себя  $m$  единиц, можно образовать  $C_N^m / N$  независимых кольцевых кодов, где  $C_N^m$  — число сочетаний из  $N$  элементов по  $m$ .

С возрастанием длины исходной кодовой последовательности количество возможных кольцевых кодов быстро увеличивается. Например, при  $N = 15$  и  $m = 5$  можно получить 200 различных кольцевых кодов; при  $N = 21$  и  $m = 5$  число их достигает 969, а при  $N = 21$  и  $m = 10$  имеем уже 16 800 кодов.

К недостаткам кольцевых кодов следует отнести отсутствие единой функциональной связи между видом исходного вектора кольцевого кода и струк-

турой ВПС, что создает определенные трудности при использовании ВПС в качестве идентификаторов кодовых слов. Ведь, вообще говоря, роль таких идентификаторов могут играть все строки любого кольцевого кода. Однако при внимательном изучении структуры кольцевых кодов обнаруживаем достаточно простую зависимость между видом исходной последовательности кольцевого кода и ВПС. Более того, указанная зависимость является функциональной.

Рассмотрим наиболее характерный случай исходных последовательностей кольцевых кодов — **двоичные периодические последовательности**.

### Исходные (базовые) периодические последовательности, обладающие свойством симметрии

В дальнейшем изложении используются такие обозначения:  $N$  — длина исходной двоичной последовательности (вектора) кольцевого кода;  $m$  — количество единичных символов в указанной последовательности;  $k$  — число единичных (нулевых) символов, расположенных подряд, — так называемых **образующих групп** исходной последовательности;  $v$  — общее число таких образующих групп в исходной последовательности. При этом всегда выполняется условие  $m = k \cdot v$ . В рассматриваемых кольцевых периодических кодах каждая образующая группа сплошных единиц имеет справа **расширение  $h$** , состоящее из одного или большего количества нулевых символов.

Исходная периодическая и симметричная последовательность длиной  $N$  представляет собой  $v$  расположенных рядом образующих групп, по  $k$  единиц в каждой, разделенных *одним нулевым символом*, т. е. в нашем случае  $h = 1$ . При этом

$$N = k \cdot v + v = m + v.$$

Общий вид различных структур базовых последовательностей иллюстрирует рис. 1, где  $C$  обозначает базовую последовательность с различными исходными параметрами  $N$ ,  $k$ ,  $v$  и  $m$ , а ПС — вектор показателей сдвига (ВПС) кольцевого кода, порождаемого этой последовательностью.

**Переходные процессы и настройка элементов ВПС семейства кольцевых кодов одной базовой последовательности**

Если все образующие группы, содержащие по  $k$  элементов, возьмем единичными, а количество  $h$  разделительных нулевых символов будем каждый раз увеличивать на единицу, как это показано на рис. 2, то в результате можно получить семейство исходных периодических последовательностей, обладающих почти полным сходством (различно лишь количество нулевых символов в конце каждой образующей группы).

$$\begin{aligned}
 1) N = 12, m = 9: C &= [\overbrace{111} \overbrace{011} \overbrace{1011} \overbrace{110}] \text{ при } v = 3; k = 3; h = 1; \\
 \text{ПС} &= [6 \ 6 \ 6 \ 0 \ 6 \ 6 \ 6 \ 6 \ 0 \ 6 \ 6 \ 6 \ 0] = 54; \\
 2) N = 12, m = 8: C &= [\overbrace{110} \overbrace{110} \overbrace{110} \overbrace{110}] \text{ при } v = 4; k = 2; h = 1; \\
 \text{ПС} &= [8 \ 8 \ 0 \ 8 \ 8 \ 0 \ 8 \ 8 \ 0 \ 8 \ 8 \ 0 \ 8 \ 8 \ 0] = 80; \\
 3) N = 25, m = 20: C &= [\overbrace{1111} \overbrace{0111} \overbrace{10111} \overbrace{1110} \overbrace{1110} \overbrace{1110}] \text{ при } v = 5; k = 4; h = 1; \\
 \text{ПС} &= [10 \ 10 \ 10 \ 10 \ 0 \ 10 \ 10 \ 10 \ 10 \ 0 \ 10 \ 10 \ 10 \ 10 \ 0] = 200; \\
 4) N = 24, m = 18: C &= [\overbrace{1110} \overbrace{1110} \overbrace{1101} \overbrace{1101} \overbrace{1101} \overbrace{1101} \overbrace{1100} \overbrace{1110}] \text{ при } v = 6; k = 3; h = 1; \\
 \text{ПС} &= [12 \ 12 \ 12 \ 0 \ 12 \ 12 \ 12 \ 0 \ 12 \ 12 \ 12 \ 0 \ 12 \ 12 \ 12 \ 0] = 216.
 \end{aligned}$$

Рис. 1. Исходные двоичные последовательности и ВПС соответствующих кольцевых кодов

Рассмотрим подробнее рис. 1, где приведены четыре различные по структуре симметричные базовые последовательности и ВПС порождаемых ими кольцевых кодов. В первом и четвертом случаях длина сплошной группы  $k = 3$ , во втором случае  $k = 2$ , а в третьем —  $k = 4$ , что важно для описания общих закономерностей. Соответственно, и число образующих групп в базовых векторах разное, и варьируемое от трех в первом случае до шести в четвертом. Во всех четырех случаях образующие группы разделены одним нулевым символом ( $h = 1$ ).

Анализируя представленные на рис. 1 варианты базовых исходных периодических и симметричных последовательностей, обнаруживаем ряд закономерностей.

1. Элементы ВПС разбиваются на столько разделенных нулевым элементом одинаковых групп, сколько их имеется в исходном векторе.

2. Все элементы ВПС кольцевого кода данной конфигурации (кроме разделительных нулевых элементов) одинаковы и равны значению  $2 \cdot v$ .

3. Сумма  $S$  всех элементов ВПС определяется формулой  $S = 2k \cdot v^2$ . Например, для первого кольцевого кода  $S = 2 \cdot 3 \cdot 9 = 54$ , а для третьего  $S = 2 \cdot 4 \cdot 25 = 200$ .

Указанные здесь закономерности легко обосновываются методом полной индукции.

*Построенное таким образом семейство новых симметричных кольцевых кодов порождает семейство симметричных ВПС, удовлетворяющих полезным закономерностям (см. рис. 2).*

1. Элементы ВПС каждого представителя семейства образуют  $v$  абсолютно одинаковых групп.

2. Базовая периодическая и симметричная последовательность порождает ВПС, элементы которого составляют  $v$  групп, по  $k$  элементов в каждой, разделенных нулевым элементом. Этот кольцевой код и его ВПС являются базовыми.

3. Все элементы базового ВПС, кроме нулевых, одинаковы и равны  $2 \cdot k$ .

4. Сумма элементов базового ВПС позволяет получить сумму элементов любого представителя семейства этих периодических кодов с номером  $n$  как произведение  $n \cdot S_1$ , где  $S_1$  — сумма элементов базового кольцевого кода данного семейства (см. рис. 2).

5. При переходе от представителя семейства с номером  $n$  к представителю с номером  $n + 1$  длина всех  $v$  групп элементов ВПС увеличивается на единицу.

6. В каждой группе любого представителя семейства элементы ВПС располагаются симметрично и имеют одинаковую структуру следующего вида:

$$v, 2 \cdot v, 3 \cdot v, \dots, 3 \cdot v, 2 \cdot v, v.$$

- 1)  $N = 13, m = 9: C = [1\ 1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 0];$   
ПС =  $[6\ 6\ 6\ 0\ 6\ 6\ 6\ 0\ 6\ 6\ 6] = 54;$
- 2)  $N = 15, m = 9: C = [1\ 1\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 1\ 0\ 0];$   
ПС =  $[6\ 12\ 12\ 6\ 0\ 6\ 12\ 12\ 6\ 0\ 6\ 12\ 12\ 6] = 108;$
- 3)  $N = 18, m = 9: C = [1\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0];$   
ПС =  $[6\ 12\ 18\ 12\ 6\ 0\ 6\ 12\ 18\ 12\ 6\ 0\ 6\ 12\ 18\ 12\ 6] = 162;$
- 4)  $N = 21, m = 9: C = [1\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0];$   
ПС =  $[6\ 12\ 18\ 18\ 12\ 6\ 0\ 6\ 12\ 18\ 18\ 12\ 6\ 0\ 6\ 12\ 18\ 18\ 12\ 6] = 216$

Рис. 2. ВПС семейства первых четырех кольцевых кодов при  $k = 3, v = 3, m = 9$ 

7. Если  $h = 1$ , т. е. каждую группу символов в исходной последовательности обрамляет один элемент, то все элементы имеющихся групп ВПС равны  $v$ ; при  $h = 2$  они представляются в виде

$$[v, 2 \cdot v, 2 \cdot v, 2 \cdot v, v];$$

при  $h = 3$  элементы в группе располагаются следующим образом:

$$[v, 2 \cdot v, 3 \cdot v, 2 \cdot v, v].$$

8. Значения элементов группы не могут превышать  $2 \cdot m$ . В дальнейшем для всех других представителей семейства это значение будет повторяться в центре группы, как это можно увидеть для всех трех групп последнего представителя семейства, приведенного на рис. 2.

9. Число элементов со значением  $2 \cdot m$  в каждой группе ВПС увеличивается на единицу при переходе от представителя семейства с номером  $n$  к представителю с номером  $n + 1$ .

10. Тогда, когда в группах элементов ВПС впервые появляются их значения, равные  $2 \cdot m$ , заканчивается процесс настройки базовых симметричных векторов. Процесс этот можно считать переходным: формирование последующих представителей данного семейства осуществляется по одному и тому же закону. По исходным параметрам  $k, v, n$  легко программируется любой кольцевой код данного семейства, который одновременно может служить и его идентификатором.

#### Семейство вырожденных кольцевых кодов

Сравним два семейства ВПС, представленных на рис. 3 и 4. Как видим, семейство кольцевых кодов рис. 3 образовано на основе *вырожденной базовой периодической последовательности*, где образующая группа состоит всего из одной единицы. Что же касается рис. 4, то здесь образующая группа включает в себя две единицы. Это сразу налагает отпечаток на элементы ВПС, которые в каждом следующем представителе семейства кольцевых кодов все равны между собой, совпадая с удвоенным параметром, который равен числу образующих групп данного представителя рассматриваемого семейства. Но, как обычно, каждый элемент ВПС отделяется нулем от своего соседа.

- 1)  $N = 4, m = 2: C = [1\ 0\ 1\ 0];$   
ПС =  $[4\ 0\ 4] = 8;$
- 2)  $N = 6, m = 3: C = [1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0];$   
ПС =  $[6\ 0\ 6\ 0\ 6] = 18;$
- 3)  $N = 8, m = 4: C = [1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0];$   
ПС =  $[8\ 0\ 8\ 0\ 8\ 0\ 8] = 32;$
- 4)  $N = 10, m = 5: C = [1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0];$   
ПС =  $[10\ 0\ 10\ 0\ 10\ 0\ 10\ 0\ 10] = 50$

Рис. 3. Семейство вырожденных периодических кольцевых кодов при  $k = 1, v = \text{var}, m = \text{var}$ 

- 1)  $N = 8, m = 6: C = [1\ 1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 0];$   
ПС =  $[4\ 4\ 4\ 0\ 4\ 4\ 4] = 24;$
- 2)  $N = 9, m = 6: C = [1\ 1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 0\ 0];$   
ПС =  $[4\ 6\ 6\ 2\ 2\ 6\ 6\ 4] = 36;$
- 3)  $N = 10, m = 6: C = [1\ 1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0];$   
ПС =  $[4\ 6\ 8\ 4\ 4\ 4\ 8\ 6\ 4] = 48;$
- 4)  $N = 11, m = 6: C = [1\ 1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0];$   
ПС =  $[4\ 6\ 8\ 6\ 6\ 6\ 8\ 6\ 4] = 60;$
- 3)  $N = 12, m = 6: C = [1\ 1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0];$   
ПС =  $[4\ 6\ 8\ 6\ 8\ 8\ 8\ 6\ 8\ 6\ 4] = 72$

Рис. 4. Семейство невырожденных периодических кольцевых кодов при  $k = 2, v = \text{var}, m = \text{var}$ 

Отметим, что на рис. 4 представлено семейство *невырожденных периодических кольцевых кодов*. Их отличие от *вырожденных* кодов рис. 3 состоит лишь в том, что здесь  $k = 2$ , тогда как в семействе вырожденных кольцевых кодов  $k = 1$ . Отметим, что в обоих случаях алгоритм образования элементов ВПС сохраняется без изменения.

Кроме того, на рис. 4 показано, каким образом переходной процесс в двух соседних периодических кольцевых кодах одного и того же семейства заканчивается уже на первом шаге. При этом внутренние элементы ВПС во всех трех представителях семейства равны  $2 \cdot m$ , где  $m$  — общее число единичных символов в соответствующем исходном векторе кольцевого кода.

Подчеркнем, что с возрастанием порядкового номера представителя семейства периодических кольцевых кодов на единицу в каждую образующую группу ВПС добавляется один элемент со значением  $2 \cdot t$ . Это правило является общим. Нуль в каждой группе элементов ВПС возникает с учетом ее длины  $k$  и числа обрамляющих эту группу нулевых символов без одного (см. рис. 2 и 4).

Как видим, особый интерес представляют цепочные образующие группы в исходном базовом векторе кольцевого кода, а также роль этого вектора в формировании средних элементов ВПС представителей данного семейства. Процесс изменения средней части элементов ВПС при возрастании промежутка между группами, состоящими из  $k$  единиц, начиная с номера представителя семейства под номером  $n - k \cdot v + v$  и выше иллюстрирует рис. 5. Если первоначально в базовом ВПС средний элемент равен нулю, то с каждым увеличением порядкового номера на единицу он возрастает на число  $2 \cdot v$ , пока не достигнет значения  $2 \cdot t$ .

1) $N = 8, t = 4: C = [1\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0];$ $ПС = [4\ 8\ 4\ 0\ 4\ 8\ 4] = 32;$
2) $N = 12, t = 6: C = [1\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0];$ $ПС = [6\ 12\ 6\ 0\ 6\ 12\ 6\ 0\ 6\ 12\ 6] = 72;$
3) $N = 16, t = 8: C = [1\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0];$ $ПС = [8\ 16\ 8\ 0\ 8\ 16\ 8\ 0\ 8\ 16\ 8\ 0\ 8\ 16\ 8] = 128$

Рис. 5. Цепочные единичные группы и межсимвольные элементы ВПС

### Выводы

1. Для семейства представителей кольцевых кодов, образованных периодическими базовыми исходными последовательностями, векторы показателей сдвигов обнаруживают четкую функциональную связь между параметрами  $N, t, k, v$  и значениями элементов ВПС.

2. Элементы ВПС периодических кодов на основании регулярных периодических базовых после-

довательностей состоят из  $v$  одинаковых частей, разделенных нулями.

3. Вектор ВПС состоит из базовых и дополнительных надстроечных элементов. При увеличении  $N$  на единицу базовые элементы сохраняются, а надстроечные элементы ВПС возрастают по закону  $v, 2 \cdot v, 3 \cdot v$  и т. д. до тех пор, пока не достигнуто значения  $2 \cdot t$ , и после этого расти перестают.

4. Значения элементов ВПС (начиная с первого, равного 4, до  $2 \cdot t$  включительно) изменяются с каждым очередным элементом на  $v$  единиц.

5. Скорость настройки ВПС определяется параметрами базового вектора (исходной последовательности кольцевого кода).

6. Соседние образующие группы ВПС разделяются нулевым элементом.

7. Если параметр  $k = 1$ , то получающийся кольцевой код становится вырожденным. Каждый элемент ВПС равен удвоенному числу  $t$  в исходном векторе.

8. Идентификаторами периодических кольцевых кодов являются параметры базового вектора  $k, v, t, N$ .

9. Одно и то же кодовое слово с одними и теми же параметрами может кодировать различные понятия, число которых определяется числом его параметров, используемых как идентификаторы. Распознавание понятий осуществляется согласно порядку передаваемых параметров, используемых в качестве идентификатора.

### Литература

1. *Комп'ютерні мережі з бездротовим доступом: навч. посібник* / [В. Г. Сайко, В. Ф. Олійник, С. Г. Бунін, С. В. Булгач та ін.]. — К.: Ніка-Центр, 2007. — 296 с.

2. *Олійник, В. Ф. Системи та мережі цифрового радіозв'язку: інженерно-технічний довідник* / [В. Ф. Олійник, В. Г. Сайко, С. В. Булгач та ін.]. — Ніжин: Вид-во «Аспект-Поліграф», 2011. — 612 с.

3. *Смирнов, А. В. Цифровое телевидение: от теории к практике* / А. В. Смирнов, А. Е. Пескин. — М.: Горячая линия-Телеком. — 2005. — 352 с.

О. В. Дікарев

### СІМЕЙСТВА ПОДІБНИХ ЛАНЦЮЖКОВИХ КОДІВ

Показано, що на базі періодичних двійкових послідовностей можуть бути побудовані кільцеві коди, які породжують вектори показників зсуву, компоненти яких, у свою чергу, пов'язані деякою достатньо простою функціональною залежністю зі структурою вихідних послідовностей. Завдяки цьому можна побудувати сімейства подібних між собою кільцевих кодів із параметричними ідентифікаторами, придатними для шифрування інформації кодами змінної довжини.

**Ключові слова:** вихідна послідовність; кільцевий код; вектор; ідентифікатор.

A. V. Dikarev

### FAMILIES OF SIMILAR RING CODES

It is shown, that periodic binary sequences form the ring codes generating vectors of indicators of shifts which elements are connected by simple functional dependence with sequence structure. These features allow to create families of similar ring codes with parametrical identifiers which can be used for their enciphering. Information codes of variable length.

**Keywords:** initial sequence; a ring code; a vector; the identifier.