УДК 519.816
О. В. БАРАБАШ, доктор техн. наук, професор,
Державний університет телекомунікацій, Київ;
І. П. САЛАНДА, аспірантка,
Східноєвропейський національний університет імені Лесі Українки

ОЦІНЮВАННЯ ПОКАЗНИКА ФУНКЦІОНАЛЬНОЇ СТІЙКОСТІ ГРАФА СТРУКТУРИ РОЗГАЛУЖЕНОЇ ІНФОРМАЦІЙНОЇ МЕРЕЖІ

Розглянуто й удосконалено метод обчислення ймовірності зв'язності структури розгалуженої інформаційної мережі на основі зведення її структури до двочастинного графа. Цей метод забезпечує значно вищу швидкодію, ніж усі відомі досі методи, даючи змогу обчислювати ймовірність незв'язності вершин за прийнятний час.
Ключові слова: розгалужена інформаційна мережа; імовірність зв'язності; граф.

Вступ. Постановка проблеми в загальному вигляді

Розгалуженою інформаційною мережею (РІМ) назвемо систему передавання даних спеціального призначення — комп'ютерного, голосового та відеотрафіку. Решта вимог, що висуваються до РІМ, — продуктивність, надійність, сумісність, керованість, живучість тощо — стосуються якості передавання даних [1]. Така мережа належить класу складних організаційних систем і побудована на основі технологій корпоративних обчислювальних мереж.

Загалом інформаційна мережа складається з вузлів комутації та ліній зв'язку між ними. У сучасних умовах на РІМ впливають внутрішні (відмови, збої, помилки) і зовнішні (активний або пасивний вплив зовнішнього середовища) чинники. За неухильного підвищення вартості втраченої інформації на тлі сучасного зростання інформаційних потоків між філіями підприємства дедалі актуальнішим стає завдання побудови функціонально стійкої інформаційної мережі [2; 3], яка використовує альтернативні маршрути для передавання інформації. Тому значний практичний інтерес становить пошук найпростішого способу визначення ймовірності зв'язності мережі, що дав би змогу на етапі проектування оперативно в ручному режимі оцінювати різні варіанти її побудови.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Розв'язанню проблеми забезпечення стійкості функціонування складних технічних систем присвячено низку наукових праць [4–6], зміст яких засвідчує, що клас методів аналізу показника ***функціональної стійкості (ФС)*** останнім часом істотно розширився. Проте активне використання цих методів у практичних задачах оцінювання ФС інформаційних мереж стикається з багатьма труднощами, серед яких передусім слід згадати складність і громіздкість обчислень.

Мета статі — мінімізувати обсяг і тривалість обчислень, забезпечивши контроль точності оцінювання ймовірності зв'язності графа структури мережі.

Основна частина

Найбільш зручний спосіб формального опису розгалуженої інформаційної мережі полягає у використанні теорії графів. Як математичну модель візьмемо неорієнтований випадковий граф $G(V, L)$ без петель і кратних ребер, де V — множина вершин ($|V| = n$), L — множина ребер ($|L| = m$) графа.

Зауважимо, що надалі абстрагуємось від такої характеристики мережі, як якість виконання нею основних функцій, описувана часом затримки повідомлення при пересиланні, припускаючи, що канали зв'язку мають пропускну здатність, котра дозволяє пересилати будь-який обсяг інформаційного потоку.

Під ***імовірністю зв'язності графа*** P_{ij} розумітимемо ймовірність того, що між будь-якою парою вершин (v_i, v_j) існує маршрут (зі справних ребер), котрий сполучає ці вершини.

Обчислити ймовірність $P_{x,y}$ *події незв'язності вершин* v_x і v_y дозволяє метод двочастинних графів (цим він істотно відрізняється від методу об'єднання простих ланцюжків), який ґрунтується на використанні властивостей стягнутого двочастинного графа [8], що дає змогу достатньо просто описати подію незв'язності вершин v_x і v_y.

Сформулюємо означення згаданих понять.

Під ***двочастинним графом (ДГ)*** будемо розуміти граф Γ_i, який складається з об'єднання двох множин вершин $V_1 = \{v_i\}$ і $V_2 = \{v_j\}$, що не перетинаються, та підмножини ребер $L = \{l_{ij}\}$, таких що вершини будь-якого ребра належать різним підмножинам V_1 і V_2.

У загальному випадку будь-який граф можна звести до двочастиного, якщо не брати до уваги ребра, інцидентні вершинам, котрі входять в якусь одну з частин ДГ.

Під ***стягнутим двочастинним графом (СДГ)*** Γ_i будемо розуміти будь-який двочастинний граф, якщо вершини однієї з його частин V_1 або V_2 можна стягнути в одну точку. Стягнуту в одну точку сукупність вершин підмножин V_1 або V_2 позначимо відповідно V_1' або V_2'.

Домовимось стягувати в одну точку вершини підмножини V_1:

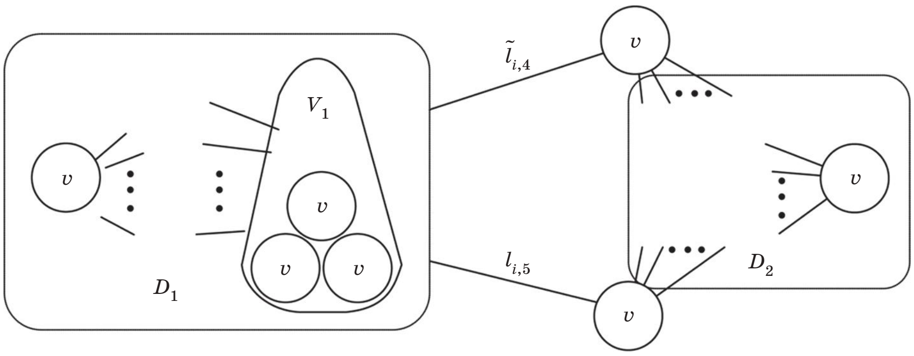
$$\Gamma_i \neq \varnothing \Rightarrow \Gamma_i = V_1' \cup L \cup V_2.$$

Основну властивість СДГ формально можна записати так:

$$V_1' \in \Gamma_i' \Rightarrow \left(m = m_2 \middle| \forall l_{i_v,j} \in L\left[\left(l_{i_\sigma,j}\right) = \tilde{l}_{i,j} \middle| \left\{v_{i_v}, v_{i_\sigma}\right\} \in V_1' \wedge v_j \in V_2\right]\right),$$

де $|L| = m$, $|V_i| = m_i$, $i = 1{,}2$.

Припустимо, що СДГ міститься в структурі графа $G_{x,y}$ двополюсної РІМ. Вилученням підмножин L і V_2 розіб'ємо вихідний граф на два незв'язні компоненти D_1 і D_2, такі що $v_x \in D_1$, а $v_y \in D_2$, (див. рисунок).



Розбиття вихідного графа двополюсної мережі на два незв'язні компоненти структурою стягнутого двочастинного графа

Послідовно приєднане ребро $l_{i,j} \in L$ та інцидентна йому вершина $v_j \in V_2$ виконують функцію зв'язування компонентів D_1 і D_2. Назвемо цю конструкцію ***зв'язувальною ланкою*** та позначимо її символом $\eta_\xi = \{l_{i,j}\ v_j\}$. У будь-якому СДГ можна виділити $m = m_2$ зв'язувальних ланок, які утворять деяку підмножину виду $H = \{\eta_\xi\}$.

Формально процедуру визначення підмножин зв'язувальних ланок можна записати так:

$$\begin{cases} \Gamma_i' \neq \varnothing \Rightarrow H_i = \Gamma_i' \setminus V_1', \\ \forall \eta_\xi \in H_i\left[\eta_\xi = \left\{l_{i,j} v_j\right\} \middle| \Phi\left(l_{i,j}\right) = \left(v_i \in V_1'\right) \& \left(v_j \in V_2\right)\right]. \end{cases} \quad (1)$$

Розглянемо порядок дій при обчисленні ймовірності $\overline{P}_{x,y}$ незв'язності вершин v_x і v_y. Покажемо, що ймовірність несправного стану ξ-ї зв'язувальної ланки обчислюється за формулою:

$$q\left(\eta_\xi\right) = q\left(l_{i,j}\right) p\left(v_j\right) + q\left(v_j\right) = 1 - p\left(l_{i,j}\right) p\left(v_j\right). \quad (2)$$

Урахувавши ненадійність самих лише ребер або самих лише вершин, із (2) дістанемо:

$$\begin{cases} q\left(\eta_\xi\right) = q\left(l_{i,j}\right), \\ q\left(\eta_\xi\right) = q\left(v_j\right). \end{cases} \quad (3)$$

Оскільки подія несправного стану r-го СДГ полягає в тому, що всі його зв'язувальні ланки перебувають у несправному стані, то ймовірність несправного стану r-го СДГ

$$q\left(H_r\right) = \prod_{\xi=1}^{m} q\left(\eta_\xi\right) = \prod_{\xi=1}^{m} \left[1 - p\left(l_{i,j}\right) p\left(v_j\right)\right]_\xi. \quad (4)$$

З урахуванням (3) маємо:

$$q\left(H_r\right) = \prod_{\xi=1}^{m} q\left(l_{i,j}\right)_\xi, \quad q\left(H_r\right) = \prod_{\xi=1}^{m} q\left(v_j\right)_\xi.$$

Нехай n — кількість справних зв'язувальних ланок у r-му СДГ, а n_1 і n_2 — кількість зв'язувальних ланок, що перебувають у несправному стані через несправність відповідно або вершини $\overline{v}_j \in \overline{\eta}_\xi$, або ребра $\overline{l}_{i,j} \in \overline{\eta}_\xi$. Тоді ймовірність одного з можливих справних станів r-го СДГ

$$p\left(H_r\right) = \prod_{\substack{\xi=1 \\ j \in \left(\overline{\eta} \middle| \overline{v}\right)}}^{n_1} q\left(v_j\right)_\xi \prod_{\substack{\xi=1 \\ (i,j) \in \left(\overline{\eta} \middle| \overline{l}\right)}}^{n_2} \left[q\left(l_{i,j}\right) p\left(v_j\right)\right]_\xi \prod_{\substack{\xi=1 \\ (i,j) \in \overline{\overline{\eta}}}}^{n} \left[p\left(l_{i,j}\right) p\left(v_j\right)\right]_\xi. \quad (5)$$

З урахуванням (3) $n_1 = 0$ або $n_2 = 0$. При цьому ймовірність справного стану r-го СДГ

$$p(H_r) = \prod_{\substack{\xi=1 \\ (i,j)\in(\bar{\eta}|\bar{l})}}^{n_2} q(l_{i,j})_\xi \prod_{\substack{\xi=1 \\ (i,j)\in\bar{\bar{\eta}}}}^{n=m-n_2} p(l_{i,j})_\xi; \quad p(H_r) = \prod_{\substack{\xi=1 \\ j\in(\bar{\eta}|\bar{v})}}^{n_1} q(v_j)_\xi \prod_{\substack{\xi=1 \\ j\in\bar{\bar{\eta}}}}^{n=m-n_1} p(v_j)_\xi.$$

Усього можливих справних станів r-го СДГ може бути рівно

$$N_1 = \sum_{i=0}^{m-1} C_m^i \cdot 2^i,$$

тому ймовірність $p(H_r)$ його справного стану — це ймовірність однієї з гіпотез, згідно з якою можливість формування з елементів компонента D_2 k-го наступного СДГ обчислюється так:

$$p(H_{v\in N_1}) = \sum_{n_1=0}^{m-1} \sum_{z=1}^{C_m^{n_1}} \sum_{\substack{\sigma=1 \\ j\in(\xi\in z)}}^{n_1} q(v_{j_\sigma}) \sum_{n_2=0}^{m-(1+n_1)} \times \sum_{\gamma=1}^{C_{m-n_1}^{n_2}} \sum_{\substack{\xi=1 \\ (i,j)\in(\xi\in\gamma)}}^{n_2} \left[q(l, j_\xi) p(v_{j_\xi})\right] \prod_{\substack{\varphi=1 \\ (i,j)\notin(z,\gamma)}}^{n=m-(n_1+n_2)} \left[p(l_{i,j_\varphi}) p(v_{j_\varphi})\right]. \quad (6)$$

Тут символом $r \in N_1$ при H умовно показано, що йдеться про ймовірність справного стану зв'язувальних ланок однієї з гіпотез, при якій можливе формування k-го СДГ, якщо виконано $V'_{1_{k=r+1}} = \left(V'_{2_r} = \left\{v_j \in \bar{\bar{\eta}}_\xi\right\}\right)$.

Таким чином, за стягнуту в одну точку підмножину вершин V'_{1_k} k-го СДГ можна взяти вершини підмножини V_{2_r} r-го СДГ, які мають належати точно $n = m - (n_1 + n_2)$ справним зв'язувальним ланкам. З урахуванням (3) співвідношення (6) набирає вигляду:

$$p(H_{r\in N_1}) = \sum_{n_2=0}^{m-1} \sum_{\gamma=1}^{C_m^{n_2}} \sum_{\substack{\xi=1 \\ (i,j)\in(\xi\in\gamma)}}^{n_2} q(l_{i,j_\xi}) \prod_{\substack{\varphi=1 \\ (i,j)\in(\xi\notin\gamma)}}^{n=m-n_2} (\varphi=1) p(l_{i,j_\xi}); \quad (7)$$

$$p(H_{r\in N_1}) = \sum_{n_1=0}^{m-1} \sum_{z=0}^{C_m^{n_1}} \sum_{\substack{\sigma=1 \\ j\in(\xi\in z)}}^{n_1} q(v_{j_\sigma}) \prod_{\substack{\varphi=1 \\ j\in(\xi\notin z)}}^{n=m-n_1} (\varphi=1) p(v_{j_\xi}). \quad (8)$$

Із (6)–(8) випливає, що в разі обчислення верхніх меж сум завжди буде виконуватися $n \neq 0$, а $n + n_1 + n_2 = m$, що відповідає умові справного стану r-го СДГ.

Після побудови повної підмножини СДГ за формулами (7) і (8) визначаються ймовірності зв'язності P_{xy} і $\overline{P}_{xy}$.

Висновок

Удосконалено метод обчислення ймовірності зв'язності структури розгалуженої інформаційної мережі на основі подання структури мережі у вигляді двочастинного графа. Пропонований підхід забезпечує достатньо високу швидкодію, дозволяючи обчислювати ймовірність незв'язності вершин у практично прийнятні терміни.

Література

1. ***Додонов, А. Г.*** *Введение в теорию живучести вычислительных систем / А. Г. Додонов, М. Г. Кузнецова, Е. С. Горбачик; отв. ред. Гуляев В. А.— К.: Наук. думка, 1990.— 184 с.*

2. ***Кравченко, Ю. В.*** *Функціональна стійкість — властивість складних технічних систем: зб. наук. праць / Ю. В. Кравченко, О. В. Барабаш.— К.: НАОУ, 2002.— Бюл. № 40.— С. 225–229.*

3. ***Тоценко, В. Г.*** *Проблемы надежности сетей / В. Г. Тоценко // Компьютэрра.— 1998.— № 4.— С. 23–29.*

4. ***Дробаха, Г. А.*** *Формалізація задачі опису перетворень для синтезу структури інформаційної системи / Г. А. Дробаха // Системи обробки інформації.— 2004.— Вип. 1.— С. 55–61.*

5. ***Барабаш, О. В.*** *Алгоритм самодіагностування технічного стану вузлів комутації інформаційних систем / О. В. Барабаш, Д. М. Обідін, А. П. Мусієнко // Сучасний захист інформації.— 2014.— № 2.— С. 114–121.*

6. ***Королев, А. В.*** *Адаптивная маршрутизация в корпоративных сетях / А. В. Королев, Г. А. Кучук, А. А. Пашнев.— Х.: ХВУ, 2003. — 224 с.*

7. ***Колчин, В. Ф.*** *Случайные графы / В. Ф. Колчин.— М.: Физматлит, 2002.— 256 с.*

8. ***Барабаш, О. В.*** *Построение функционально устойчивых распределенных информационных систем / О. В. Барабаш.— К.: НАОУ, 2004.— 226 с.*

О. В. Барабаш, И. П. Саланда

ОЦЕНКА ПОКАЗАТЕЛЯ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ГРАФА СТРУКТУРЫ РАЗВЕТВЛЕННОЙ ИНФОРМАЦИОННОЙ СЕТИ

Рассмотрен и усовершенствован метод вычисления вероятности связности структуры разветвленной информационной сети на основе сведения структуры сети к двухчастному графу. Этот метод обеспечивает значительно более высокое быстродействие, чем все известные методы, позволяя вычислять вероятность несвязности вершин за приемлемое время.

Ключевые слова: разветвленная информационная сеть; вероятность связности; граф.

O. V. Barabash, I. P. Salanda

EVALUATION OF A FUNCTIONAL STABILITY INDICATOR OF AN EXTENSIVE INFORMATION NETWORK OF STRUCTURE GRAPH

In this paper, we improved methods of calculating the probability of connectedness of branched structure of an information network on the basis of information to the two-part structure of the network graph, different from the existing methods rather high speed and allows us to calculate the probability of disconnected vertices in a reasonable time.

Keywords: extensive information network; connectivity probability; graph.

УДК 351.814.2

А. В. МІЩЕНКО, канд. техн. наук, доцент,
Національний авіаційний університет, Київ

Функціональний аналіз залежностей ефект-витрати для задач управління економічною складовою інформаційної безпеки авіаційної інфраструктури

Здійснено функціональний аналіз залежностей ефект-витрати для задач управління економічною складовою інформаційної безпеки авіаційної інфраструктури, а також розглянуто числовий приклад інтерполяції логістичної функції аналітичним методом.

Ключові слова: національна безпека; інформаційна безпека; авіатранспортний комплекс; авіаінфраструктура; цільова ефективність; інтерполяція; аналітичний метод.

Актуальність

Розробка програм розвитку інформаційної безпеки авіаційної інфраструктури передбачає планування величезних витрат бюджетних коштів ***із максимальною цільовою та економічною ефективністю***. Це також важливо при плануванні витрат запасу здатності «сил» для досягнення мети акту застосування [1]. Розв'язуючи задачі оптимального планування інформаційної безпеки авіаційної інфраструктури економіко-математичними методами, знаходимо значення компонентів плану, точність яких визначається зрештою точністю математичного подання функціональних залежностей здобутого ефекту від витрат щодо головних складових інформаційної безпеки. Тому ефективність використання ресурсів залежить насамперед від точності аналітичного вигляду залежностей, застосовуваних при розв'язанні оптимізаційних задач планування (організаційного управління).

Основна частина

Математичне подання функціональних залежностей, про які йдеться, спирається на математичні методи аналізу статистичних наборів даних, що характеризують ту чи іншу реалізацію досліджуваних залежностей. Відомі методи оцінювання вірогідності гіпотез у разі регресійного аналізу пов'язані з вимогами стосовно «достатності» статистичної вибірки та припустимого рівня середньоквадратичного відхилення значень досліджуваної функції від гіпотетичної функції (лінії регресії). При цьому постає потреба в узагальненій кількісній оцінці вірогідності різних гіпотез, що підлягають порівняльному оцінюванню, для підвищення об'єктивності вибору найвірогіднішої з них.

Розглянемо придатні методи інтерполяції класу логістичних функцій як «виробничих» функцій широкого класу об'єктів економічної складової інформаційної безпеки авіаційної інфраструктури.

Нехай існує n об'єктів застосування однорідного ресурсу (розрахункових одиниць) із «виробничими» функціями, які через їхню «не опуклість», трансцендентність чи нерівномірну дискретність розглядуваних значень аргументу задаються здебільшого статистичним набором пар (функція, аргумент). Клас загального вигляду функцій *вихідний ефект-витрати ресурсу відомий як логістичні функції об'єкта споживання ресурсу*.

Приклад логістичної залежності ефект-витрати наведено на рисунку, що унаочнює таку ситуацію.

У разі малої $x_н$ кількості рейсів авіаперевізника на певному напрямі авіаперевезень (авіатрасі) попит $w_н$ (очікуваний обсяг) буде відносно низький через те, що замовники нададуть перевагу іншим перевізникам із більшою кількістю рейсів. Достатньо велика $x_в$ кількість рейсів істотно