

УДК 621.391.3

В. В. ДУБРОВСЬКИЙ¹, канд. фіз.-мат. наук, доцент;

С. І. ОТРОХ², канд. техн. наук, доцент;

В. І. КРАВЧЕНКО², аспірант;

В. О. КУЗЬМІНИХ³, канд. техн. наук, доцент;

О. І. ГОЛУБЕНКО²,

¹ Білоруська державна академія зв'язку, Мінськ

² Державний університет телекомунікацій, Київ

³ Національний технічний університет України «КПІ», Київ

Методологія розрахунку завадостійкості багатопозиційних сигнальних сузір'їв

Виконано розрахунок завадостійкості багатопозиційних сигнальних сузір'їв. Доведено ефективність маніпуляційного кодування багатопозиційних сигналів. На основі розрахунків побудовано графіки, що характеризують середню ймовірність помилки при розрізненні пари сигналів кожного розглядуваного сузір'я для заданих значень відношення сигнал/шум. Здійснено порівняльний аналіз квазікогерентного методу демодуляції та неоптимальних методів прийому.

Ключові слова: сигнальні сузір'я; завадостійкість; OFDM сигнали; багатопозиційні сигнали.

Вступ

Нагадаємо, що статистичний метод багаторазової імітації сумарного вектора сигналу і шуму з подальшим прийняттям рішення за правилом Котельникова потребує для достатньої точності не менш ніж $20/P^*$ спроб імітації кожного сигналу, де P^* — середнє значення ймовірності помилки розрізнення сигналів при заданому відношенні сигнал/шум. Через це статистичний розрахунок в області великих відношень сигнал/шум (властивості маніпуляційних кодів проявляються найбільш повно) потребує дуже великої кількості вимірювань. Тому розрахунок виконувався аналітично, методом інтегрування двовимірної функції розподілу щільності ймовірності значень суміші сигналу з білим шумом в областях сигналів. Такий розрахунок дозволяє визначити не лише ймовірності помилок розрізнення кожної пари сигналів сузір'я, а й ймовірності помилок у кожному двійковому розряді кодів сигналів.

Основна частина

Як відомо, функції розподілу ймовірностей миттєвих значень сигналу, що включає в себе інформаційний компонент з координатами (x, y) і заваду, котра відповідає моделі білого шуму, подаються такими виразами:

$$\omega(x) = \frac{1}{\sqrt{2x\sigma_x}} e^{-\left[\frac{(\bar{x}-x)^2}{2(\sigma_x)^2}\right]};$$
$$\omega(y) = \frac{1}{\sqrt{2y\sigma_y}} e^{-\left[\frac{(\bar{y}-y)^2}{2(\sigma_y)^2}\right]}.$$
(1)

При цьому параметри розподілу ймовірностей значень шуму не залежать від координатної системи приймача:

$$\sigma_x = \sigma_y = \sigma.$$
(2)

Тоді інтегральні функції розподілу подаються в такому вигляді:

$$F(X) = \int_{-\infty}^X \omega(x) dx = \frac{1}{2x} \int_{-\infty}^{\frac{(\bar{x}-x)}{\sigma}} e^{-\frac{z^2}{2}} dz = \Phi(Z) = \Phi\left[\frac{(\bar{x}-x)}{\sigma}\right];$$
$$F(Y) = \int_{-\infty}^Y \omega(y) dy = \frac{1}{2y} \int_{-\infty}^{\frac{(\bar{y}-y)}{\sigma}} e^{-\frac{z^2}{2}} dz = \Phi(Z) = \Phi\left[\frac{(\bar{y}-y)}{\sigma}\right],$$
(3)

де $\Phi(Z)$ — інтеграл Лапласа.

Для сигнальних сузір'їв QAM області сигналів (окрім периферійних сигналів сузір'я) являють собою квадрати, центри яких збігаються із сигнальними точками, а сторони перпендикулярні до відрізків, що сполучають сигнальні точки. У такому разі, згідно з основними положеннями теорії ймовірностей,

© В. В. Дубровський, С. І. Отрох, В. І. Кравченко, В. О. Кузьмїних, О. І. Голубенко, 2017

інтегральне значення ймовірності прийняття рішення за правилом Котельникова на користь сигнальної точки J при передаванні через канал із білим шумом того сигналу, що відповідає точці I , визначається як ймовірність одночасного настання відповідних подій (рис. 1):

$$P_{ij} = P_{x_{ij}} P_{y_{ij}} = (\Phi((x_a - x_i)/\sigma) - \Phi((x_b - x_i)/\sigma)) (\Phi((y_c - y_i)/\sigma) - \Phi((y_b - y_i)/\sigma)). \quad (4)$$

Тут $P_{x_{ij}}$ — ймовірність потрапляння проекції сигнальної точки на виході каналу з білим шумом у діапазон значень координат x , який належить околу точки J , якщо на вході каналу маємо сигнал I ;

$P_{y_{ij}}$ — ймовірність потрапляння в діапазон значень координат y , який належить околу точки J , проекції сигнальної точки на виході каналу з білим шумом, якщо на вході каналу маємо сигнал I ;

$\Phi((x_a - x_i)/\sigma)$ — значення функції Лапласа, коли аргументом є відношення різниці абсцис точок A та I до дисперсії σ миттєвих значень білого шуму ($\sigma = \sqrt{P_3}$, де P_3 — середня потужність завади).

Позначивши $\Delta x = x_j - x_i$, $\Delta y = y_j - y_i$ та врахувавши, що

$$x_a - x_i = 0,5d0e, \quad x_b - x_i = 0,5d0e, \quad y_c - y_i = 0,5d0e, \quad y_b - y_i = 0,5d0e,$$

дістанемо:

$$P_{ij} = (\Phi((\Delta x + 0,5d0e)/\sigma) - \Phi((\Delta x - 0,5d0e)/\sigma)) (\Phi((\Delta y + 0,5d0e)/\sigma) - \Phi((\Delta y - 0,5d0e)/\sigma)). \quad (5)$$

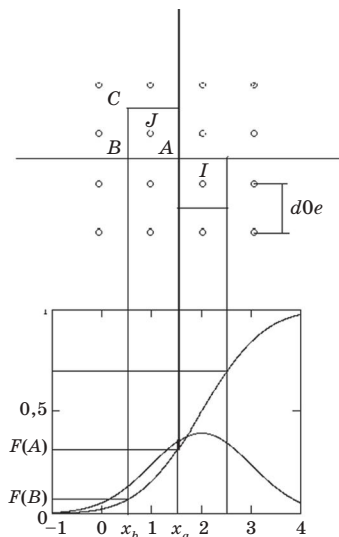


Рис. 1. Функції розподілу ймовірностей амплітуд суміші сигналу з гауссівським шумом в області сигналу сузір'я QAM16

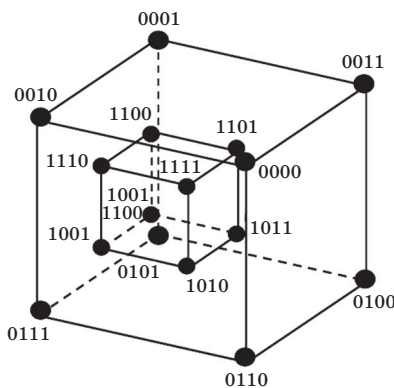


Рис. 2. Оптимальне укладання областей сигналів у тривимірному просторі для 16-позиційного сигналу кубічної амплітудно-фазової модуляції

Зрештою інтегральне значення ймовірності прийняття рішення визначається ймовірністю:

$$P_{ij} = P_{x_{ij}} P_{y_{ij}} = (\Phi((x_a - x_i)/\sigma) - \Phi((x_b - x_i)/\sigma)) (\Phi((y_c - y_i)/\sigma) - \Phi((y_b - y_i)/\sigma)) (\Phi((z_c - z_i)/\sigma) - \Phi((z_b - z_i)/\sigma)). \quad (7)$$

Позначивши $\Delta x = x_j - x_i$, $\Delta y = y_j - y_i$, $\Delta z = z_j - z_i$ і врахувавши, що $x_a - x_i = 0,5d0e$, $x_b - x_i = 0,5d0e$, $y_c - y_i = 0,5d0e$, $y_b - y_i = 0,5d0e$, $z_c - z_i = 0,5d0e$, $z_b - z_i = 0,5d0e$, дістанемо:

$$P_{ij} = (\Phi((\Delta x + 0,5d0e)/\sigma) - \Phi((\Delta x - 0,5d0e)/\sigma)) (\Phi((\Delta y + 0,5d0e)/\sigma) - \Phi((\Delta y - 0,5d0e)/\sigma)) \times (\Phi((\Delta z + 0,5d0e)/\sigma) - \Phi((\Delta z - 0,5d0e)/\sigma)). \quad (8)$$

Формула (5) описує залежність ймовірності прийняття рішення про прийом не периферійної точки сузір'я QAM із координатами $(x_i + \Delta x, y_i + \Delta y)$ при передаванні сигналу (x_i, y_i) через канал із білим шумом.

Для периферійних точок розрахункова формула дещо спрощується. Справді, якщо в (5) одна зі змінних x_a, x_b, y_b або y_c відповідно до положення точки набуває значення $\pm\infty$, то один з інтегралів Лапласа набуває значення 0 або 1. Незалежно від того, чому (нулю або одиниці) дорівнює один з інтегралів Лапласа, ймовірність $P_{x_{ij}}$ або $P_{y_{ij}}$ набуває того самого значення:

$$P_{x_{ij}} = \Phi((\Delta x + 0,5d0e)/\sigma) = 1 - \Phi((\Delta x - 0,5d0e)/\sigma); \quad (6)$$

$$P_{y_{ij}} = \Phi((\Delta y + 0,5d0e)/\sigma) = 1 - \Phi((\Delta y - 0,5d0e)/\sigma);$$

$$P_{ij} = P_{x_{ij}} P_{y_{ij}}.$$

Отже, в обох випадках геометричній симетрії сигнального сузір'я відповідає симетрія ймовірностей помилок.

Для кутових периферійних точок розрахункова формула спрощується ще більше. Адже тоді в (5) значення $\pm\infty$ набуває не одна зі змінних x_a, x_b, y_b або y_c , а дві з них. При цьому нулю або одиниці дорівнюють два інтеграли Лапласа.

Аналогічні співвідношення маємо і для сузір'їв НАР. Відмінність полягає у змінних межах інтегралів функції розподілу ймовірностей, що є наслідком шестигранної форми областей сигналів.

Для сигнальних сузір'їв САМ областями сигналів (окрім периферійних сигналів сузір'я) є куби, вершини яких збігаються із сигнальними точками, а ребра перпендикулярні до відрізків, що сполучають сигнальні точки (рис. 2).

Формула (8) описує залежність імовірності прийняття рішення про прийом не периферійної точки сузір'я САМ із координатами $(x_i + \Delta x, y_i + \Delta y, z_i + \Delta z)$ при передаванні сигналу (x_i, y_i, z_i) через канал із білим шумом.

Для периферійних точок у даному разі розрахункова формула також спрощується. Справді, якщо у (5) одна зі змінних відповідно до положення точки набуває значення $\pm\infty$, то один з інтегралів Лапласа дорівнює нулю або одиниці. Незалежно від того, якого саме значення набуває один із цих інтегралів Лапласа, одна з імовірностей Px_{ij} , Py_{ij} або Pz_{ij} має те саме значення:

$$\begin{aligned} Px_{ij} &= \Phi((\Delta x + 0,5d0e)/\sigma) = 1 - \Phi((\Delta x - 0,5d0e)/\sigma); \\ Py_{ij} &= \Phi((\Delta y + 0,5d0e)/\sigma) = 1 - \Phi((\Delta y - 0,5d0e)/\sigma); \\ Pz_{ij} &= \Phi((\Delta z + 0,5d0e)/\sigma) = 1 - \Phi((\Delta z - 0,5d0e)/\sigma); \\ P_{ij} &= (1 - \Phi((\Delta x - 0,5d0e)/\sigma))(1 - \Phi((\Delta y - 0,5d0e)/\sigma))(1 - \Phi((\Delta z - 0,5d0e)/\sigma)). \end{aligned} \quad (9)$$

Отже, в усіх розглянутих випадках геометричній симетрії сигнального сузір'я відповідає симетрія ймовірностей помилок.

Розрахунки було виконано для кожного сигнального сузір'я на базі системи «MathCAD ® v.14 Professional Edition».

Результати розрахунків подано у вигляді графіків (рис. 3 і 4).

Зокрема, наведені на рис. 3 залежності відношень імовірностей $P_{\text{сигн}}$ помилок розрізнення сигналів (усереднених по всіх значеннях у сузір'ї) до ймовірностей P_2 помилок у двійкових розрядах (також усереднених по всіх значеннях у сузір'ї) від значень відношення сигнал/шум у каналі доводять ефективність маніпуляційного кодування.

Справді, маніпуляційні коди сузір'їв QAM (суцільні лінії) забезпечують значно більший вигравш у завадостійкості, аніж коди сузір'їв HAP (пунктирні лінії). Це пояснюється тим, що відношення кількості інверсій до кількості мінімальних евклідових відстаней у сузір'ях HAP (6/5) більше, ніж у сузір'ях QAM (4/4). Згідно з графіками найкращий показник демонструє САМ, оскільки евклідова відстань сузір'їв менша, ніж у HAP і QAM. Графіки мають дві ділянки: на першій зі зростанням відношення сигнал/шум зростає частка помилок розрізнення сусідніх сигналів сузір'я, хеммінгова відстань між якими мінімальна. Отже, перша ділянка характеризує вигравш, що його забезпечує розроблений маніпуляційний код порівняно з результатом випадкового кодування. Друга ділянка характеризує потенційні можливості коду. При даних значеннях відношення сигнал/шум усі помилки розрізнення сигналів стосуються розрізнення сусідніх сигналів. При відношенні сигнал/шум, близькому до 25 дБ, імовірності помилок у сузір'ях HAP8 і QAM8 (нижні криві на рис. 3) спадають до нуля.

Графіки, що характеризують поведження середньої по сузір'ю ймовірності помилки у двійковому розряді на виході напівнеперервного каналу, зображено на рис. 4.

Висновки

Запропоновано метод побудови ефективного цифрового каналу для передавання управляючої інформації. Щоб увести в дію високошвидкісний і завадостійкий цифровий канал, було розв'язано низку завдань.

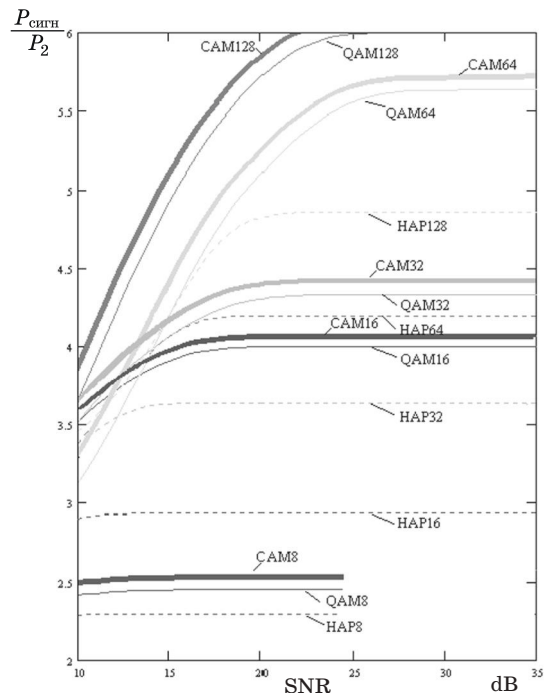


Рис. 3. Ефективність маніпуляційного кодування

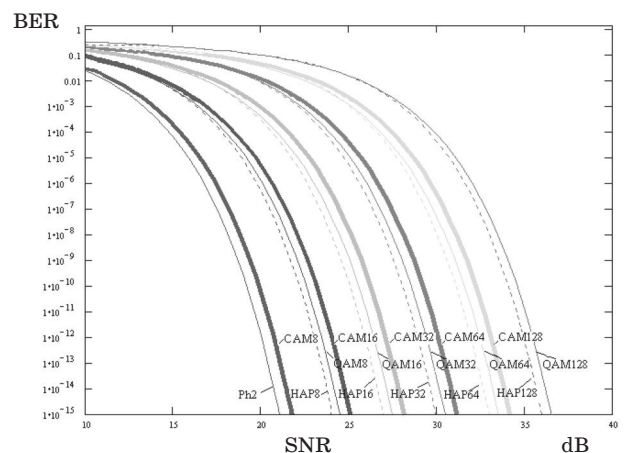


Рис. 4. Абсолютний вигравш щодо ймовірності помилки у двійковому розряді

1. Створено універсальний квазікогерентний алгоритм обробки багатопозиційних OFDM сигналів.
2. Завдяки максимально правдоподібній оцінці сигналу забезпечено для каналу зв'язку відношення сигнал/шум понад 10 дБ. Це, у свою чергу, уможливило визначення фази сигналу на вході демодулятора з точністю, достатньою для реалізації квазікогерентного методу демодуляції для багатопозиційних сигналів. Зрештою дістали додатковий виграв до 11 дБ.
3. Реалізація квазікогерентного демодулятора дозволяє застосувати модуляцію OFDM сигналами, отримавши в умовах обмеженої смуги пропускання низку переваг.
4. Показано, що застосовуваний для демодуляції групового сигналу OFDM метод швидкого перетворення Фур'є (ШПФ) забезпечує лінійність перетворень сигналу та скорочує кількість операцій з його обробки. Утім, метод ШПФ не виключає необхідності підстроювання фаз сигналів підканалів, а операції множення-додавання відліків сигналу знижують точність обробки. Окрім того, модульне нарощування демодулятора додаванням нових частотних підканалів у разі використання ШПФ ускладнюється. Натомість універсальний квазікогерентний алгоритм демодуляції OFDM сигналів демонструє високу ефективність.

Список використаної літератури

1. Гостев, В. И. Системы автоматического управления с цифровыми регуляторами / В. И. Гостев, В. К. Стеклов. — К.: Радиоаматор, 1998. — 704 с.
2. Емельянов, Г. А. Передача дискретной информации / Г. А. Емельянов, В. О. Шварцман. — М.: Радио и связь, 1982. — 240 с.
3. Порівняльна характеристика завадостійкості систем при використанні n -вимірних багатопозиційних сигналів / [В. Б. Толубко, Л. Б. Беркман, С. І. Отрох, Є. П. Гороховський, В. О. Ярош] // *Наук. записки УНДІЗ*. — 2017. — №2(46). — С. 5–11.

Рецензент: доктор техн. наук, професор А. І. Семенко, Державний університет телекомунікацій, Київ.

В. В. Дубровский, С. И. Отрох, В. И. Кравченко, В. А. Кузьминых, А. И. Голубенко МЕТОДОЛОГИЯ РАСЧЕТА ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТИ МНОГОПОЗИЦИОННЫХ СИГНАЛЬНЫХ СОЗВЕЗДИЙ

Проведен расчет помехоустойчивости многопозиционных сигнальных конструкций и доказана эффективность их манипуляционного кодирования. На основе расчетов построены графики, характеризующие среднюю вероятность ошибки, возникающей при различении пары сигналов каждого из рассматриваемых созвездий для заданных значений отношения сигнал/шум.

Проведен сравнительный анализ квазікогерентного метода демодуляції и неоптимальных методов приема.

Ключевые слова: сигнальные созвездия; помехоустойчивость; OFDM сигналы; многопозиционные сигналы.

V. V. Dubrovskiy, S. I. Otrakh, V. I. Kravchenko, V. A. Kuzminykh, O. I. Holubenko

METHODOLOGY OF CALCULATING OF THE NOISE IMMUNITY OF MULTIPOSITION SIGNAL CONSTELLATIONS

The calculation of noise immunity of multiposition signal constellations is carried out. The efficiency of manipulation coding of multiposition signals is proved. Based on the calculations, graphs of the ratio of the mean error probability are given. A comparative analysis of the quasicohherent demodulation method is made in comparison with non-optimal methods of reception.

Keywords: signal constellations; noise immunity; OFDM signal; multiposition signal.

Передплату на загальногалузевий науково-виробничий журнал «ЗВ'ЯЗОК» можна оформити за «Каталогом видань України» та «Каталогом видань зарубіжних країн»:

- ❖ у відділеннях поштового зв'язку
- ❖ в операційних залах поштамтів
- ❖ у пунктах приймання передплати
- ❖ на сайті ДП «Преса» www.presa.ua
- ❖ на сайті УДППЗ «Укрпошта» www.ukrposhta.ua

ПЕРЕДПЛАТНИЙ ІНДЕКС 74224

