

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ АППАРАТА Е-СЕТЕЙ ДЛЯ АНАЛИЗА РАСПРЕДЕЛЕННЫХ ПРОГРАММНЫХ СИСТЕМ

Дуравкин Е.В., Амер Таксин Каламех Абу Джаккар

Постановка задачи и актуальность. Анализ распределенных программных систем, как правило, сводится к выявлению состояний взаимоблокировок и тупиков [1]. Одним из средств, позволяющих проводить такой анализ, являются Е-сети. К основным достоинствам данного аппарата можно отнести возможность описания параллельных взаимодействующих асинхронных процессов; возможность различной трактовки своих элементов по уровню абстракции (детализации), что позволяет строить иерархические модели, в которых переход может транслироваться в подсеть более низкого уровня детализации. Применение данного аппарата так же позволит оценить временные характеристики анализируемой системы (время реакции, пропускная способность). Одной из особенностей данного аппарата является способность анализа систем не только посредством имитационного моделирования (количественный анализ), но и аналитическими средствами (качественный анализ). Использование средств качественного анализа позволяет выявить последовательности разметок, приводящие к тупиковым и конфликтным, что и есть основным объектом исследования в данной предметной области. Имитационное моделирование, как правило, применяется для получения характеристик производительности системы.

Обзор литературы. В работах [2,3] рассматривались способы анализа сетей Петри методами качественного анализа. Однако Е-сети в своей топологии и логике работы имеют существенные отличия от сетей Петри (наличие переходов и мест нескольких типов, ненулевое время срабатывания переходов, взаимодействие со внешней средой и т.п.). В [4] показано, что наличие у Е-сетей свойств безопасности, непротиворечивости (детерминированность) и живости позволит говорить о корректности работы анализируемой системы.

Данная статья посвящена оценке возможности использования некоторых методов качественного анализа сетей Петри применительно к Е-сетям.

Основная часть. Формально Е-сеть задается как двудольный ориентированный граф, описываемый множеством:

$$E = (P, H, L, D, A, M_0),$$

где P – конечное множество мест, включающее подмножества B и R (B – конечное множество периферийных мест, R – конечное множество решающих мест); H – конечное множество переходов, включающее множества T, F, J, X, Y (различные типы переходов), L – прямая функция инцидентности, D – обратная функция инцидентности, A – конечное множество характеристик переходов, включающее $a = (\tau(a_i), q)$, ($\tau(a_i)$ – время срабатывания перехода, q – процедура перехода), M_0 – начальная разметка сети.

Множества P, H удовлетворяют следующим условиям:

$P \neq \emptyset, H \neq \emptyset, P \cap H = \emptyset$ (граф Е-сети должен содержать хотя бы один переход и одно место, причем вершина графа не может быть одновременно элементом множеств P и H).

Функции прямой и обратной инцидентности L, D , задавая следующие правила: $L : B \times H \rightarrow \{0, 1\}, D : H \times R \rightarrow \{0, 1\}$, определяют то, что элементы одного множества дугами соединены быть не могут, а также описывают наборы входных и выходных элементов.

Одним из методов, позволяющем описывать работу сети Петри последовательностью различных состояний с помощью рекуррентных уравнений является метод уравнений состояний сети. Данный метод позволяет связать векторы разметок с матрицами инцидентности и управляющим вектором, отражающим правило возбуждения переходов. Применительно к аппарату Е-сетей данный метод необходимо дополнить возможностью учета средств взаимодействия модели с внешней средой (места-поглотители и места-генераторы), наличие управляемых переходов (переходы MX и MY) и ненулевое время срабатывания переходов.

Для обычной сети Петри такое уравнение имеет вид

$$\mathbf{M}_k = \mathbf{M}_{k-1} + \mathbf{A} \cdot \mathbf{U}_k, \quad (1)$$

где k – номер такта работы, \mathbf{M}_k – разметка после k тактов работы, \mathbf{A}^* – транспонированная матрица добавления меток в места

$$\mathbf{A} = \mathbf{V} - \mathbf{O}^*, \quad (2)$$

при этом \mathbf{V} – матрица обратных инцидентностей, \mathbf{O}^* – транспонированная матрица прямых инцидентностей, \mathbf{U}_k – управляющий вектор, компоненты которого равны 1, если условия возбуждения данного перехода выполняются в k -м такте работы сети:

$$\left(\forall i \mid m(p_i) \geq L(p_i, h_j) \right) u_j = 1, \quad (3)$$

где $m(p_i)$ – разметка места p_i , $L(p_i, h_j)$ – прямая функция инцидентности.

Применительно к Е-сетям рекуррентные уравнения должны позволять описывать сети, взаимодействующие со внешней средой (имеющие источник поступления и поглощения меток). В этом случае уравнение (1) необходимо дополнить вектором поступающих меток \mathbf{W}_k и поглощаемых меток \mathbf{S}_k :

$$\mathbf{M}_k = \mathbf{M}_{k-1} + \mathbf{A} \cdot \mathbf{U}_k + \mathbf{W}_k - \mathbf{S}_k. \quad (4)$$

Для получения возможности учета временных параметров срабатывания переходов в условие (3) необходимо ввести дополнительную переменную:

$$\left(\forall i \mid m(p_i) \geq L(p_i, h_j) \vee \rho(h_j) \right) u_j = 1, \quad (5)$$

где $\rho(h_j)$ – функция срабатывания перехода инцидентного рассматриваемому месту.

Полученные рекурсивные уравнения, описывающие функционирование Е-сети, позволяют использовать методы линейной алгебры для оценки основных алгоритмических свойств. Например, можно вычислить r -инвариант \mathbf{X} сети как решение матричного уравнения

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{X} = \mathbf{0}. \quad (6)$$

Из уравнений состояния можно получить соотношение

$$\mathbf{X} \cdot \mathbf{M} = \mathbf{X} \cdot \mathbf{M}_0, \quad (7)$$

где \mathbf{M} – любая достижимая разметка.

Отсюда вытекает смысл компонент вектора r -инварианта – это «весовые» коэффициенты меток в местах, характеризующие их распределение в сети. Доказано, что если все компоненты r -инварианта положительны, то Е-сеть ограничена. Такой r -инвариант называется r -цепью, а Е-сеть – инвариантной. Кроме того, можно определить t -инвариант \mathbf{Y} как решение матричного уравнения:

$$\mathbf{A}^* \cdot \mathbf{Y} = \mathbf{0}. \quad (8)$$

Для t -инварианта верно соотношение

$$\mathbf{M}_0 = \mathbf{M}_0 + \mathbf{A}^* \cdot \mathbf{Y}, \quad (9)$$

из которого видно, что он характеризует свойство сети неизбежно возвращаться в исходное состояние \mathbf{M}_0 , то есть при $\mathbf{Y} = \mathbf{O}$ Е-сеть устойчива. Аналогично р-цепи определяется t-цепь. Ее наличие является достаточным условием живости Е-сети при любой ненулевой начальной разметке.

Одним из результатов рассмотрения уравнений состояния Е-сеть является возможность достижимости из начальной разметки \mathbf{M} , как решения системы матричных уравнений:

$$\begin{cases} \mathbf{B} \cdot \mathbf{M} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{M}_0 \\ \mathbf{O}^* \cdot \mathbf{M} = \mathbf{O}^* \cdot \mathbf{e} - \mathbf{e} \end{cases} \quad (10)$$

где \mathbf{O}^* – транспонированная матрица обратных инцидентностей, \mathbf{e} – единичный вектор, \mathbf{B} – матрица инвариантов, получающаяся объединением векторов-строк фундаментальной системы решений уравнений (7). Решениями системы (10) являются тупиковые разметки. Рассмотренный метод целесообразно использовать с целью анализа на ограниченность (7) и на наличие тупиковых разметок (8). Преимуществами метода являются универсальность, то есть применимость к обычным Е-сетям без топологических ограничений, а также удобная, компактная математическая формулировка, облегчающая практическую реализацию. Однако возможности данного метода ограничиваются тем, что в нем сформулированы лишь достаточные условия, например, не для всякой ограниченной Е-сети существует полная р-цепь и т. д. Таким образом, данный метод предлагается использовать как проверочный на наличие свойства ограниченности и тупиковых разметок.

Другим методом, позволяющим проводить качественный анализ сетей Петри, является метод разложения на инвариантные и состоятельные подсети.

При использовании Е-сетей данный метод предполагает следующие ограничения:

1. Сеть должна относиться к подклассу ординарных, то есть:

$$L : P \times H \rightarrow \{0,1\}, D : H \times P \rightarrow \{0,1\}, (\forall h_j \in H) L(h_j) \cap D(h_j) = \emptyset. \quad (11)$$

В данной сети нет дуг с кратностью больше 1, и переход не может иметь циклических дуг.

2. Сеть имеет циклическую структуру – каждый элемент входит в некоторый цикл.

Разметка в терминах данного метода называется переменной заряда сети:

$$\mathbf{Q}(t) = \begin{bmatrix} q_1(t) \\ \vdots \\ q_n(t) \end{bmatrix}, \quad (12)$$

где $q_i(t)$ – разметка i -го места в момент времени t , а n – число мест в сети.

В методе рассматривается так называемый вектор тока сети:

$$\mathbf{I}(t) = \frac{\Psi(t)}{\Delta t} = \begin{bmatrix} i_1 \\ \vdots \\ i_k \\ \vdots \\ i_m \end{bmatrix}, \quad (13)$$

где $\Psi(t)$ – вектор срабатываний переходов, компоненты которого равны числу срабатываний k -го перехода к моменту времени t . Элементы вектора соответствуют средним частотам срабатываний переходов за интервал времени $\Delta t = t - t_0$, $i_k = \frac{\Psi_k(t)}{\Delta t}$, m – число переходов в сети.

дов применимых к сетям Петри, при некоторых дополнениях и ограничениях. Для использования метода уравнений состояний сети необходимо исходные уравнения дополнить переменными, учитывающими взаимодействие модели с внешней средой и временные параметры работы E-сети. Применение метода уравнений состояний сети позволит проверить наличие свойства ограниченности и наличия тупиковых разметок в разработанной модели. При использовании метода разложения на инвариантные и состоятельные подсети предоставляется возможность анализа модели с точки зрения потребляемых ресурсов анализируемой системой. Однако, для применения метода возможно при достаточно существенных ограничениях накладываемых на исходную E-сеть, что естественно сужает класс анализируемых систем.

Methods for modelling of the distributed program systems with use of Petri nets and their generalizations – E-networks – are considered.

1. Э. Таненбаум, М ван Стеен Распределенные системы. Принципы и парадигмы. – СПб.: Питер, 2003. – 877с.
2. Питерсон Дж. Теория сетей Петри и моделирование систем. – М. Мир, 1984. – 264 с.
3. Применение микропроцессорных средств в системах передачи информации: Учеб. пособ. для вузов по сп-ти АСУ/ Я. Советов, О.И. Кутузов и др. – М.:Высш. шк., 1987. –256 с.
4. Лосев Ю.И., Шматков С.И., Дуравкин Е.В. Применение методов анализа E-сетей к моделям СОД // Радиотехника. – Х.: ХНУРЭ, 2003. - Вып. 132.– С. 64 – 69.