УДК 519.714

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ АВТОМАТИЗИРОВАННОГО РАСЧЕТА НАДЕЖНОСТИ ИАСУП С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МОДИФИЦИРОВАННОГО МЕТОДА ВЕРОЯТНОСТНОЙ ЛОГИКИ

Нагорный Ю.И.

Введение. В последние годы наблюдаются тенденции построения интегрированных автоматизированных систем управления производством ИАСУП. Состав ИАСУП образуют подчиненные единым целям функциональные подсистемы: АСУ организационного управления (АСУОУ); автоматизированная система управления научно-исследовательскими и проектно-конструкторскими работами (АСУНИОКР), куда могут входить как составляющие части система автоматизированного проектирования (САПР), автоматизированная система научных исследований (АСНИ) и автоматизированная система технологической подготовки производства (АСТПП); автоматизированная система управления технологическими процессами (АСУТП), состоящая из автоматизированной транспортно-складской системы (АТСС), автоматизированной системы инструментального обеспечения (АСИО), системы автоматизированного контроля качества (САК), а также системы автоматизации технологических процессов.

Отсюда возникает необходимость разработки и широкого внедрения методов автоматизированного моделирования надежности ИАСУП, которые должны обеспечивать возможность оперативной оценки надежности вариантов разрабатываемой системы. Известные и часто применяемые в практике проектирования ИАСУП методы расчета надежности имеют ряд недостатков. Они обусловлены трудностями математического описания сложной иерархической структуры ИАСУП и зависимостей, определяющих взаимодействие подсистем в процессах ее функционирования.

Поэтому актуальной является задача разработки машинно-ориентированных методов перехода от описания исходной структуры к ее математической модели с использованием модифицированного варианта метода вероятностной логики, который позволяет проводить анализ надежности структур ИАСУП.

Анализ последних достижений и публикаций. Известные методы анализа и оценки надежности на языке марковских процессов предполагают выполнение следующих процедур [1,2]: от исходной структуры осуществляется переход к графу состояний, от графа – к дифференциальным уравнениям Колмогорова и через преобразования Лапласа каждого из них – к системе алгебраических уравнений. Эти сложные математические преобразования громоздки и трудоемки.

Одним из применяемых на практике методов являются: методы теории Марковских процессов, графоаналитические, логико-статистические и метод вероятностной логики [3,4]. Применение известных методов приводит во многих случаях к громоздким преобразованиям и вычислениям.

Постановка задачи. Несмотря на разнообразие применяемых методов решения задачи анализа надежности ИАСУП можно сформулировать общую формальную постановку задачи перехода от описания исходной структуры ИАСУ к ее математической модели.

Пусть задана система S со структурой в виде неполного смешанного графа $G(V, X)$, где $V = \{н_1, н_2, ..., н_n\}$ - множество вершин графа a, $X = \{x_1, x_2, ..., x_m\}$ - множество ветвей графа, состоящая из конечного множества функциональных подсистем a. Необходимо определить функцию надежности $P(S)$ системы, считая функцией

 ISBN 7-776-8361-7

работоспособности $F(a_1, a_2,..., a_i)$ функциональных подсистем наличие хотя бы одного пути $П_{н_i н_к}$ между заданными вершинами $н_i$ и $н_к$ графа $G(V, X)$.

Применение аппарата вероятной логики предполагает синтез конечной вероятности модели $M = (U, A, P)$ функционирования системы, где U - множество элементарных событий u_i, являющихся математическим описанием внутренних элементарных процессов (возникновение отказов функциональных устройств), которые происходят в системе S:

$A = (A, V, Л, -)$ - алгебра событий на множестве U с заданной совокупностью операций объединения (V), пересечения (Λ), дополнения $(-)$;

P - вероятная мера на алгебре событий.

Опишем состояния всех функциональных подсистем a_i системы S, соответствующих вершинам и ветвям графа G логической переменной y_i, возможными значениями которой являются 1 или нуль, т.е.

$$y_i = \begin{cases} 1, \text{ если } a_i \text{ функциональная подсистема функционирует}, \\ 0, \text{ если } a_i \text{ функциональная подсистема отказала}. \end{cases}$$

Пусть каждая логическая переменная y_i характеризуется некоторой вероятностью $p(y_i)$, а дополнение $\overline{y_i}$ - вероятностью $q(y_i) = 1 - p(y_i)$.

Вероятная модель $M = (U, A, P)$ на множестве U в терминах операций объединения, пересечения и дополнения алгебры событий A позволяет описывать любые сложные события, в том числе функцию работоспособности в виде логической функции $F(y_1, y_2,..., y_n)$ от переменных, например, в произвольной дизъюктивной нормальной форме.

На основе логической функции $F(y_1, y_2,..., y_n)$, учитывая, что известны вероятности $p(y_i)$ и $p(\overline{y})$, необходимо определить функцию надежности всей системы. Следовательно, задача анализа надежности системы S со структурой в виде смешанного графа $G(V, X)$ решается в два этапа: синтез логической функции надежности $F(y_1, y_2,..., y_n)$ в произвольной дизъюктивной нормальной форме; вычисление вероятности безотказной работы системы S на основе логической функции $F(y_2, y_1,..., y_n)$, т.е. определение $P(S) = R[F(y_1, y_2,..., y_n)]$, где R обобщенный оператор логического преобразования функций $F(y_1, y_2,..., y_n)$ и алгебраических операций вычисления надежности.

Рассмотрим алгоритм формирования логической функции надежности $F(y_2, y_1,..., y_n)$ системы S, представленной графом $G(V, X)$. Будем считать, что граф G, все вершины которого являются абсолютно надежными, задан матрицей связности M_c, являющейся матрицей $n \times n$. Ее элементы определяются следующим образом:

$$m_{i,j} = \begin{cases} x_k(i, j), & \text{если} \{н_i, н_k\} \in V \\ 0 & \text{в противном случае}, \end{cases}$$

где $\{н_i, н_k\}$- ориентированная или неориентированная ветвь между вершинами графа $G(V, X)$.

Рассматриваемая матрица связности смешанного графа $G(V, X)$ в отличии от общепринятой связности имеет следующую особенность: столбцы и строки расположены таким образом, что начальная вершина $н_i$ соответствует первой строке и столбцу, а конечная вершина $н_k$ соответствует второй строке и столбцу. На рис.1, где приведена система S со структурой в виде смешанного графа $G(V, X)$, для простоты начальная вершина обозначена индексом 1, а конечная индексом 2.

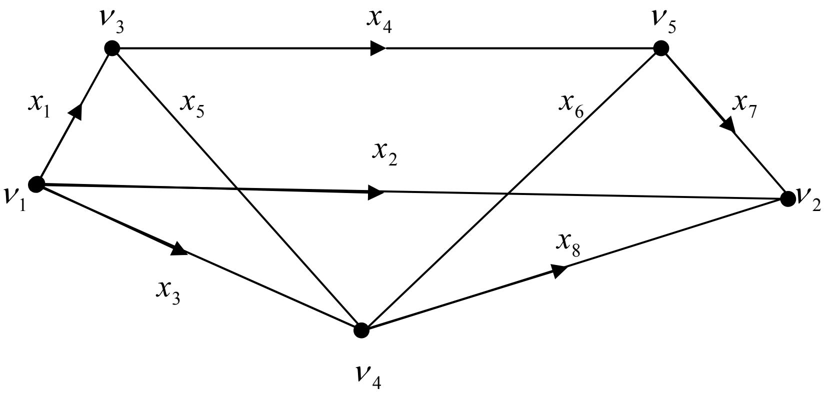

Рис. 1

Для данной системы матрица связности:

$$M_C^o = \begin{array}{c} \\ \text{н}_1 \\ \text{н}_2 \\ \text{н}_3 \\ \text{н}_4 \\ \text{н}_5 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} \text{н}_1 & \text{н}_2 & \text{н}_3 & \text{н}_4 & \text{н}_5 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & x_2 & x_1 & x_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x_5 & x_4 \\ 0 & x_8 & x_5 & 0 & x_6 \\ 0 & x_7 & 0 & x_6 & 0 \end{bmatrix} \end{array}.$$

Для вычисления функции надежности $F(x_1,...x_8)$ преобразуем элементы m_{ij}^0 матрицы M_c^0 и формируем новую матрицу M_c^1 следующим образом:

$$m_{ij}^k = m_{ij}^{k-1} V m_{in}^{k-1} \cdot m_{nj}^{k-1},\ i = 1,2,...,(n-1), \tag{1}$$

где $k = 0$ определяет исходную матрицу M_C^o, а $k = 1,2,...,$ последующие матрицы M_C^k, формируемые на основе исходной.

Шаги преобразования матриц $M_C^0 \to M_C^1 \to ... \to M_C^k$ повторяются до тех пор, пока не получим матрицу с размером 2х2, где элемент m_{12} будет соответствовать искомой логической функции $F(x_{1,} x_{2,} ..., x_n)$.

На основании выражения 1, используя исходную матрицу M_C^0 получаем элементы новой матрицы:

$$M_C^1 = \begin{array}{c} \\ \text{н}_1 \\ \text{н}_2 \\ \text{н}_3 \\ \text{н}_4 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} \text{н}_1 & \text{н}_2 & \text{н}_3 & \text{н}_4 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & x_2 & x_1 & x_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & x_1 x_7 & 0 & x_5 V x_4 x_6 \\ 0 & (x_6 x_7 V x_8) & x_5 & x_6 \end{bmatrix} \end{array}.$$

После 1-го шага преобразования для всех $i, j = 1,2,3,4$ получим новую матрицу размером 4х4:

 ISBN 7-776-8361-7

$$M_C^1 = \begin{array}{c} \\ н_1 \\ н_2 \\ н_3 \\ н_4 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} н_1 & н_2 & н_3 & н_4 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & x_2 & x_1 & x_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & x_1x_7 & 0 & x_5Vx_4x_6 \\ 0 & (x_6x_7Vx_8) & x_5 & x_6 \end{bmatrix} \end{array}$$

Аналогично после 2-го шага преобразования для всех $i, j = 1,2,3$ получим матрицу 3x3:

$$M_C^2 = \begin{array}{c} н_1 \\ н_2 \\ н_3 \end{array} \begin{bmatrix} 0 & x_2Vx_3(x_6x_7Vx_8) & (x_1Vx_3x_5) \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & x_4x_7(x_5Vx_4x_6)(x_6x_7Vx_8) & (x_5Vx_4x_6)x_5 \end{bmatrix}.$$

На последнем шаге получим матрицу размером 2x2:

$$M_C^3 = \begin{array}{c} \\ н_1 \\ \\ н_2 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} н_1 & н_2 & н_3 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & \begin{array}{c} x_2Vx_3(x_6x_7)Vx_8)(x_1Vx_3x_5)\times \\ \times[x_4x_7V(x_5Vx_4x_6)(x_6x_7Vx_8)] \end{array} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array}.$$

Элемент m_{12}^3 определяет множество всех путей между заданными вершинами $н_1$ и $н_2$ графа $G(V, X)$ и соответствует искомой логической функции надежности.

$$F(x_1, x_2, ..., x_8) = x_2Vx_3(x_6x_7x_8)V(x_1Vx_3x_5)[x_4x_7V(x_5Vx_4x_6)(x_6x_7Vx_8)].$$

Полученную функцию можно представить в бесскобочной форме, например в произвольной дизъюктивной нормальной форме

$$F(x_1, x_2, ..., x_8) = x_2Vx_3x_8Vx_1x_4x_7Vx_1x_5x_8Vx_3x_6x_7Vx_1x_4x_6x_8Vx_1x_5x_6x_7Vx_3x_4x_5x_7. \quad (2)$$

Преимущество предлагаемого алгоритма состоит в том, что не требуется перемножать матрицы и с каждым последующим шагом размер матрицы уменьшается. Всего необходимо только (n-я) шага, а алгоритм легко реализуется на ЭВМ.

Рассмотрим вычисление вероятности P(F). Обозначим через A_i, i=1,2,… слагаемое функции $F(x_1, x_2, ..., x_n)$. На первом шаге алгоритма преобразования функции F положим, что $F_1(x_1, x_2, ..., x_n) = A_1$. На следующем шаге сформируем последовательно для $i = 1,2,...,n$ функцию

$$F_{1+i} = F_iVA_{i+1}(\overline{A_1}/A_{i+1} = 1)(\overline{A_2}/A_{i+1} = 1)...(\overline{A_i}/A_{i+1} = 1), \quad (3)$$

где F_i - функция $F(x_1, x_2, ..., x_n)$ на i-м шаге преобразования;

n – число слагаемых A_i функции $F(x_1, x_2, ..., x_n)$.

Проведя последовательно указанные преобразования функции (2) в соответствии с выражением (3) получаем:

$F_1 = A_1 = x_2$;

$F_2 = F_1VA_2(\overline{A_1}/A_2 = 1) = x_2Vx_3x_8(\overline{x_2}/x_3x_8 = 1) = x_2V\overline{x_2}x_3x_8$, где $A_2 = x_3x_8$;

$F_3 = F_2VA_3(\overline{A_1}/A_3 = 1)(\overline{A_2}/A_3 = 1) = F_2Vx_1x_4x_7(\overline{x_2}/x_1x_4x_7 = 1)(\overline{x_3x_8}/x_1x_4x_7 = 1) =$

$= F_2Vx_1x_4x_7(\overline{x_2})(\overline{x_3}Vx_3\overline{x_8}) = x_2V\overline{x_2}x_3x_8Vx_1x_4x_7(\overline{x_2})(\overline{x_3}Vx_3x_8)$,

где $A_3 = x_1x_4x_7$; $A_3 = x_1x_4x_7$; $\overline{x_3x_8} = \overline{x_3}Vx_3\overline{x_8}$.

Аналогично, проведя указанные преобразования для $i = 4,5,6,7,8$ окончательно получаем:
операции алгебраическими

Заменяя в выражении (4) логические

$$\begin{gathered}
F_8 = A_1 V A_2 \left(\overline{A_1}/A_2 = 1\right) V A_3 (A_3 \left(\overline{A_1}/A_3 = 1\right)\left(\overline{A_2}/A_3 = 1\right) V A_4 \left(\overline{A_1}/A_4 = 1\right)\left(\overline{A_2}/A_4 = 1\right) \times \\
\left(\overline{A_3}/A_4 = 1\right) V \ldots V A_8 \left(\overline{A_1}/A_8 = 1\right)\left(\overline{A_2}/A_8 = 1\right) \ldots \left(\overline{A_7}/A_8 = 1\right)) = x_2 V \overline{x_2} x_3 x_8 V x_1 x_4 x_7 \left(\overline{x_2}\right) \times \\
\overline{x_3} V x_3 \overline{x_8} V x_1 x_5 x_8 \left(\overline{x_2}\right)\left(\overline{x_3}\right)\left(\overline{x_4} V x_4 \overline{x_7}\right) V x_3 x_6 x_7 \left(\overline{x_2}\right)\left(\overline{x_8}\right)\left(x_1 V x_1 \overline{x_4}\right) V x_1 x_3 x_4 x_6 \left(\overline{x_2}\right)\left(\overline{x_7}\right) V x_1 x_5 x_6 x_7 \times \\
\left(\overline{x_2 x_3 x_4 x_8}\right) V x_3 x_4 x_5 x_6 x_7 \left(\overline{x_1}\right)\left(\overline{x_2}\right)\left(\overline{x_8}\right). \qquad (4)
\end{gathered}$$

а значения переменных их вероятностью, с учетом равенства $P(x_i) = 1 - P(x_i)$ получаем выражение для надежности исследуемой системы со структурой в виде графа:

$$\begin{gathered}
P(F) = P(x_2) + [1 - P(x_2)] P(x_3) P(x_8) + P(x_1) P(x_4) P(x_7) [1 - P(x_2)] \times \\
[(1 - P(x_3)) + P(x_3)(1 - P(x_8))] + P(x_1) P(x_5) P(x_8) [1 - P(x_2)][1 - P(x_3)] \times \\
[(1 - P(x_4)) V P(x_4)(1 - P(x_7))] + \ldots + P(x_3) P(x_4) P(x_5) P(x_6) P(x_7) [1 - P(x_1)] \times \\
[1 - P(x_2)][1 - P(x_8)],
\end{gathered}$$

где вероятности $P(x_i)$ можно вычислить с помощью соответствующей модели надежности в зависимости от структуры и вида подсистемы обозначенной переменной x_i.

Выводы. Предлагаемые алгоритмы обеспечивают возможность совмещения автоматизированного моделирования надежности ИАСУП с автоматизированным поиском оптимальной структуры.

In the article approach is described to the automated of failsafety automated computer-integrated operations management and optimizations of its functional structure.

1. Гнеденко Б.В., Беляев Ю.К., Соловьев А.Д. Математические методы в теории надежности.-М.:Наука,1965.
2. Половко А.М. Основы теории надежности.-М.:Наука,1964.
3. Анализ надежности сложных систем при помощи вероятной логики. -В кн.: Основные вопросы теории и практики надежности.-М.:Сов.радио,1977.
4. Черкесов Г.Н. Анализ надежности сложных систем при помощи вероятной логики. - В кн.: Основные вопросы теории и практики надежности.-М.:Сов.радио,1980.

 ISBN 7-776-8361-7