ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ОБЪЕКТАМИ И СИСТЕМАМИ

УДК 519.714

СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНОГО ЗАКОНА УПРАВЛЕНИЯ БОЛЬШОЙ СИСТЕМОЙ НА ОСНОВЕ КОМПОЗИЦИИ ЛОКАЛЬНЫХ ОПТИМАЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ

Балтовский А.А.

Введение. Рыночная экономика в Украине требует новых подходов к управлению: на первый план выходят экономические, рыночные критерии эффективности. Научно-технический прогресс и динамика внешней среды заставляют современные производственные предприятия трансформироваться в более сложные системы, для которых необходимы новые методы управления. Усиление рыночной ориентации предприятий, резкие изменения внешней среды вызывают необходимость разработки конкурентоспособных систем управления, призванных вырабатывать комплексные управленческие решения, а следовательно и более эффективных подходов и алгоритмов решения задач большой размерности.

Работа выполнялась согласно государственной научно-технической программы 6.22 – перспективные информационные технологии и системы планы научной и научно-технической деятельности Одесского ордена Ленина института Сухопутных войск на 2004 год, соответственно к тематике научно-исследовательских работ.

Анализ последних исследований.В настоящее время одним из основных и наиболее эффективных подходов к решению задач управления большой размерности является декомпозиция [1,2]. Этот подход объединяет группу методов, основанных на разложении исходной задачи большой размерности на подзадачи, каждая из которых существенно проще исходной и решается независимо от других. Связь между отдельными подзадачами осуществляется с помощью «координирующей» задачи, которая тоже проще исходной. Для этого задачу управления приводят к виду, удовлетворяющему требованиям декомпозируемости, основными из которых [3,4] являются: аддитивность (сепарабельность) целевой функции; блочный характер ограничений; наличие блочных связей. Однако при решении практических задач синтеза оптимального управления большой размерности зачастую сложно удовлетворить перечисленным требованиям. Например, качество работы производственной системы может оцениваться критерием весьма общего типа, который может быть несепарабельным по отношению к задачам управления отдельными подсистемами. Поэтому при проведении исходной задачи управления к виду, удовлетворяющему требованиям декомпозируемости, неизбежны как различные упрощения, аппроксимации, так и различные варианты разбиения задачи на локальные подзадачи, т.е. блоков ограничений и межблочных связей. Все эти факторы влияют как на качество решения, так и на сложность расчетов при поиске оптимального решения.

Ввиду отсутствия до настоящего времени способов качественной оценки влияния перечисленных факторов на качество решения представляется актуальным разработка такого способа решения задачи большой размерности, который бы оставлял определенную свободу в выборе структуры локальных задач, а также удовлетворяющего и оценивающего влияние различных упрощений на качество решений.

Из анализа литературных источников [5-10] следует, что приемлемые численные методы решения нелинейных задач оптимизации связаны со значительными затратами машинного времени и памяти, а использование линеаризации приводит к потерям качества управления. Поэтому целесообразно, чтобы разрабатываемый новый метод решения задачи сохранял её нелинейный характер, а оптимальное управление определялось в рамках децентрализованной вычислительной структуры.

Объектом исследования являются алгоритмы решения задач управления большой размерности.

Предметом исследований является разработка подхода, основанного на идее эквивалентности или квазиэквивалентности исходной задачи большой размерности и соответствующей блочной декомпозиционной задачи.

Научная задача состоит в разработке алгоритмов, использование которых обеспечивало бы оптимальное управление в рамках децентрализованной структуры, без необходимости итерационного обмена информацией между уровнями управления.

Целью работы является разработка и дополнение элементов прикладной теории и проблемно-ориентированного инструментария оптимизации задач управления большой размерности.

Научная новизна состоит в разработке подхода к синтезу алгоритмов оптимизации задач управления большой размерности в рамках децентрализованной вычислительной структуры, при которой отпадает необходимость в организации итерационного процесса между уровнями управления.

Основной материал. Пусть, рассматриваемая задача оптимального управления непрерывной динамической системой, определяется дифференциальным уравнением

$$x = \frac{dx}{dt} = f[x(t), U(t)], \quad x(t_0) = x_0 \tag{1}$$

по критерию

$$I[U(x)] = \int_{t_0}^{t_f} W[x(t), U(t)]dt, \tag{2}$$

$$f[x(t), U(t)] = 0 \text{ при } X^T = [0,0,...,0], \quad U^T = [0,0,...,0]$$

где $x(t) \in X$ - n – мерный вектор управления; $U(t) \in X$ - m – мерный вектор управления; $f[.,.]$ - n – мерная функция, составляющая которой непрерывно дифференцируемы относительно аргументов; $W(\cdot)$ - выпуклая, дифференцируемая скалярная функция; t_0, t_f - заданные соответственно начальный и конечный момент времени.

С целью представления объекта управления (1) в виде ряда взаимодействующих подсистем разложим (1) в ряд Тейлора относительно точки равновесия

$$\dot{x} = A^* x(t) + B^* U(t) + f[x(t), U(t) - A^* x - B^* U,$$

где $A^* = \left[\frac{\partial f^T}{\partial x}\right]_{\substack{x=0\\u=0}}$, $B^* = \left[\frac{\partial f^T}{\partial U}\right]_{\substack{x=0\\u=0}}$

или

$$\dot{x} = Ax(t) + BU(t) + D[x(t), U(t)]. \tag{3}$$

В выражении (3) A и B представляют собой блочно-диагональные части матриц A^* и B^* соответственно, с блоками $A_i(m_i \times n_i)$ и $B_i(n_i \times m_i)$.

$$D[x(t), U(t)] = C_1 x(t) + C_2 U(t) + f[x(t), U(t) - A^* x(t) - B^* U(t),$$

а C_1 и C_2 - недиагональные части A^* и B^* соответственно.

Введением вектора взаимосвязи $\Pi_i(t)$ таким образом, что задаваемая в i – тая составляющая $\Pi_i(t)$ определяется выражением

$$\Pi_i(t) = D_i[x(t), U(t)], \tag{4}$$

можно записать уравнение *i* – й подсистемы

$$\dot{x}_i = A_i x_i(t) + B_i U_i(t) + \Pi(t), \quad x_i(t_0) = x_{i0}, i = \overline{1, P}$$

где $U_i(t)$ - m_i - мерный вектор управления; $x_i(t)$ - n_i - мерный вектор состояния; $\Pi_i(t)$ - n –

 ISBN 7-776-8361-7

мерный вектор взаимосвязи.

Предлагаемый декомпозиционный способ синтеза оптимальных управлений состоит в следующем. Составляющую подсистему

$$\dot{x}_i = A_i x_i(t) + B_i U_i(t), \quad x_i(t_0) = x_{i0},$$

и учитывающую взаимосвязь с другими подсистемами, назовем изолированной.

Композиция i – ых i = 1,2,…, P подсистем представляет модель

$$\dot{x}_i = Ax(t) + BU(t), \quad x(t_0) = x_{i0}, \tag{5}$$

где $A(n \times n)$ и $B(n \times m)$- блочно – диагональные матрицы с блоками $A_i(n_i \times n_i)$ и $B_i(n_i \times m_i)$ соответственно.

Сформулируем критерий

$$I_1 = \int_{t_0}^{t_f} \left(x^T Q x + U^T R U + U_0^T R U_0\right) dt, \tag{6}$$

где $Q(n \times n)$- положительно – полуопределенная блочно – диагональная матрица

$$Q = \begin{bmatrix} Q_1 & . & 0 & . & . & . & 0 \\ . & . & . & . & . & . & 0 \\ 0 & . & . & . & . & . & Q_p \end{bmatrix}$$

с блоками $Q_i(n_i \times n_i)$; $R(n \times m)$- положительно – определенная блочно – диагональная матрица

$$R = \begin{bmatrix} R_1 & . & 0 & . & . & . & 0 \\ . & . & . & . & . & . & 0 \\ 0 & . & . & . & . & . & R_p \end{bmatrix}$$

с блоками $R_i(n_i \times m_i)$, U_0- оптимальное управление.

Матрицы Q и R определим из условия квазиэквивалентности задач (1) – (2) и (5) – (6), которое имеет вид

$$\mu^* = \min \mu(\varepsilon),$$

здесь $\mu^* = \int_{\Omega} |\varepsilon|^2 d\Omega$, $\Omega = X \times U$,

$$\varepsilon = \left\{W(x,U) - x^T Q x - U^T R U - U_0^T R U_0 + \lambda^{*^T}\left[f(x,U) - Ax - Bu\right]\right\} =$$
$$= \left\{W(x,U) - x^T Q x - U^T R U - U_0^T R U_0 + \lambda^{*^T} D(x,U)\right\},$$

где $\lambda^*(U) = -\left(\dfrac{\partial W}{\partial U}\right)^T \left(\dfrac{\partial f}{\partial U}\right)^{-1}$.

Для определения элементов матриц, имеем систему алгебраических уравнений

$$\frac{\partial \mu}{\partial q_{ij}} = 0, \ \frac{\partial \mu}{\partial r_{ij}} = 0, \ i = \overline{1,n}, \ j = \overline{1,n}. \tag{7}$$

После решения уравнения (7) имеем P независимых задач оптимизации в связи с блочно – диагональной структурой матриц A, Q, R.

$$\frac{dx_i}{dt} = A_i x_i(t) + B_i U_i(t),$$

$$I_i = \int_{t_0}^{t_f} \left(x_i^T Q_i x_i + U_i^T R_i U_i + U_{i0}^T R_i U_{i0}\right) dt = \int_{t_0}^{t_f} \left(x_i^T Q_i x_i + U_i^T R_i U_i + x_{i0}^T M_i x_i\right) dt.$$

Локальное оптимальное управление имеет вид

$$U_t^0 = -C_i(t)x_i(t), \tag{8}$$

$C_i(t) = -R_i^{-1}B_i^T S_i$, S_i удовлетворяет линейному дифференциальному уравнению [8].

$$\dot{S}_i = -S_i A_i - A_i^T S_i - Q_i, \quad M_i = S_i^T B_i R_i^{-1} B_i^T S_i. \tag{9}$$

Глобальное решение является композицией оптимальных решений

$$U^0 = C_{0\ell}\left[U_1^0, U_2^0, ..., U_p^0\right]. \tag{10}$$

Выводы.Таким образом, задача синтеза оптимального управления для исходной задачи большой размерности (1) – (2) сводиться к следующему: формулировка локальных задач оптимизации (5) – (6); определение параметров локальных задач по формулам (3) и (6); решение локальных задач согласно (8) – (9); композиция локальных решений (10).

Потери качества при оптимальном подходе к синтезу приближенно оптимальных управлений можно оценить по формулам, предложенным в [8].

The new approach to problem solving of control, founded on idea of equivalence an initial problem of large dimension and conforming unitized offcomposite of a problem is offered.

1. Месарович М., Мако Д., Такахара И. Теория иерархических многоуровневых систем. – М.: Мир, 1973.
2. Аэсдон Л.С. Оптимизация больших систем. – М.: Мир, 1975.
3. Альбрехт Э.Г. Об оптимальной стабилизации нелинейных систем. – Прикладная математика и механика, 1961, т. 25.
4. Живоглядов В.П., Кривенко В.А. Способ декомпозиции задач управления большой размерности с несепарабельным критерием качества. Тезисы II Всесоюзной межвузовской конференции «Математическое, алгоритмическое и техническое обеспечение АСУ ТП». Ташкент, 1980.
5. Hassan Mohamed, Sinqh Madan G. The optimization for non – linear systemsusinq a new two level method. “Automatica”, 1976, 12, №4.
6. Mahmoud M.S. Dynamic multilevel optimization for a class of non – linear systems, “Int. J. Control”, 1979, 30, №6.
7. Кривенко В.А. Квазиэквивалентное преобразование оптимизационных моделей в задачах синтеза алгоритмов управления. – В кн.: Адаптация и оптимизация в больших системах. – Фрунзе, 1985.
8. Кривенко В.А. Способ синтеза алгоритмов управления с использованием идеи модификации целевой функции. – Фрунзе, 1985.
9. Румянцев В.В. Об оптимальной стабилизации управляемых систем. – Прикладная математика и механика, 1970, вып. 3.
10. Овезгельдыев А.О., Петров Э.Т., Петров К.Э. Синтез и идентификация моделей многофакторного оценивания и оптимизации. – К.: Наукова думка, 2002.

 ISBN 7-776-8361-7