УДК 621.3

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА УПРАВЛЕНИЯ КИНЕМАТИЧЕСКОЙ ТОЧНОСТЬЮ ШАРИКО-ВИНТОВЫХ ПЕРЕДАЧ

Вайсман В.А.

Актуальной проблемой современного машиностроения является совершенствование технологии шарико-винтовых передач (ШВП) и расширение ассортимента изделий, где они применяются, что связано с тем, что ШВП организует передачу крутящего момента при помощи подшипников качения. Этот подход является энергетически оправданным, т.к. приводит к экономии затрат. Кроме того, значительное увеличение количества циклов и надежность опредеяют широту применения ШВП – от автомобильных подъемников до атомных электростанций. В последнем случае требования к точности геометрических параметров винта, гайки и шариков весьма высоки, т.к. погрешности изготовления значительно снижают нагрузочную способность, долговечность и надежность работы передачи.

Анализ последних публикаций [1-4] показал, что отечественными учеными недостаточно внимания уделяется проблеме математического моделирования процесса управления точностью изделий станкостроения, как одного из основных свойств, характеризующих их качество. А ведь проблема качества и повышения конкурентоспособности становится ключевой для предприятий Украины, способствуя очевидному росту интереса к стратегическим вопросам бизнеса и к проблеме качества, а также к подходам и методам их решения.

Одной из **нерешенных задач** в этой области является математическое моделирование процесса управления кинематической точностью ШВП. При этом необходимо учитывать, что неточности, вызываемые случайными факторами, оказывают существенное влияние на кинематику передачи, что приводит к снижению ее эффективности в составе соответствующих механизмов и машин.

Изложение исследований. Для проведения статистических расчетов кинематической точности шариковых винтовых передач (ШВП) необходимо определить вероятностные характеристики случайной функции, которая в каждом опыте, сводящемся к случайному выбору винта из имеющейся совокупности винтов, принимает конкретный вид. При этом областью задания этой функции $E = E(s)$ следует считать диапазон изменения s, соответствующий измеряемой длине резьбы винта.

При расчете параметров кинематической точности ШВП в качестве исходных данных принимаются наборы экспериментально полученных точек $A_i(\gamma_i, e_i)$, $i = 1, 2, \ldots, n$ (каждой ШВП соответствует свой набор) в декартовой системе координат $O\gamma e$, по оси абсцисс которой откладывается угол γ поворота винта, а по оси ординат – отклонение e от действительного перемещения точки касания шарика с канавкой от номинального.

Перейдем от аргумента γ к аргументу s – расстоянию указанной точки касания от ее начального положения, соответствующего $\gamma=0$, отсчитываемому по теоретической траектории этой точки, представляющей собой винтовую линию. Если R и h – соответственно, радиус и шаг этой линии, то ее параметрические уравнения в соответствующей декартовой системе координат будут следующими:

$$x = R\,\mathrm{Cos}\,\gamma,\ y = R\,\mathrm{Sin}\,\gamma,\ z = \frac{h}{2\pi}\gamma \quad [1].$$

Поэтому

$$s = \int_0^{\gamma} \sqrt{x'^2 + y'^2 + z'^2}\, d\gamma = \int_0^{\gamma} \sqrt{(-RSin\gamma)^2 + (RCos\gamma)^2 + (h/2\pi)^2}\, d\gamma = \sqrt{R^2 + (h/2\pi)^2}\,\gamma.$$

$s = \sqrt{R^2 + (h/2\pi)^2}\lambda$ - формула перехода от γ к s. Будем считать, что в дальнейшем, согласно этой формуле, величина γ заменена на s.

Теоретически, при неограниченном увеличении n, набор точек $A_i(\gamma_i, e_i)$, i = 1, 2, …, n трансформируется в некоторую кривую, представляющую собой для данной ШВП графическую зависимость e от s. Соответствующую этой кривой непрерывную функцию e = e(s) будем считать реализацией случайной функции неслучайного аргумента E = E(s), представляющей собой зависимость случайного отклонения E действительного перемещения от номинального (для совокупности всех винтов данного типоразмера) от s .

Таким образом, E = E(s) – случайная функция, которая в каждом опыте, сводящемся к случайному выбору винта из имеющейся совокупности винтов, принимает конкретный вид e = e(s) зависимости e от s для этого винта. При этом областью задания функции E = E(s) будем считать диапазон изменения s, соответствующий измеряемой длине резьбы винта. Иными словами, каждый конкретный винт отождествляется с одной из реализаций e = e(s) случайной функции E = E(s).

Пусть E – случайная величина, являющаяся сечением случайной функции E = E(s) при произвольном фиксированном значении аргумента s = s_0. Необходимо выяснить, подчиняется ли E нормальному закону распределения. Известно несколько способов проверки этой гипотезы [5]. Однако, как показывает практический опыт применения этих способов, оптимально использовать одновременно два из них: по размаху варьирования и по χ^2-критерию.

Первый из них весьма прост, служит для быстрой проверки и при положительном результате ориентирует на применение второго способа – для точной проверки нормальности распределения. Первый способ применим для случая 3 < n < 1000. Его суть заключается в следующем: вычисляется размах варьирования $R = e_{max} – e_{min}$, где $e_{max} = \max \{e_i\}$, i = 1, 2, …, n; $e_{min} = \min \{e_i\}$, i = 1, 2, …, n; подсчитывается отношение R/S, где $S=\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(e_i-\overline{e})^2}$, e_i – экспериментально полученные значения случайной величины E = E(s_0) и $\overline{e} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}e_i$ - среднее этих значений, и это значение сопоставляется с критическими верхней и нижней его границами, приведенными в табл. 1 [5].

Таблица 1

Объем выборки	Нижние границы						Верхние границы					
	Вероятность ошибки											
	0,000	0,005	0,010	0,025	0,050	0,100	0,100	0,050	0,025	0,010	0,005	0,000
3	1,732	1,735	1,737	1,745	1,758	1,782	1,997	1,999	2,000	2,000	2,000	2,000
4	1,731	1,830	1,870	1,930	1,980	2,040	2,409	2,429	2,439	2,415	2,447	2,449
…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…
1000	1,999	5,500	5,570	5,680	5,790	5,920	7,110	7,330	7,540	7,800	7,990	44,70

Если R/S оказывается меньше нижней или больше верхней границы, то нормального распределения нет. Если же R/S оказывается в пределах между нижней и верхней границами, то можно рассчитывать, что E приближенно подчиняется нормальному закону распределения. Следовательно, можно перейти к применению

 ISBN 7-776-8361-7

методики по χ^2-критерию. Ее суть состоит в следующем. Производится группирование экспериментально полученных чисел:

$$e_i,\ i = 1, 2, \ldots, n. \quad (1)$$

Для этого промежуток $\langle e_{min}, e_{max} \rangle$, содержащий эти числа, разбивается на k интервалов одинаковой длины Δe и подсчитывается количество элементов выборки (1), попавших в каждый из указанных интервалов n_j, $j = 1, 2, \ldots, k$. Значениям e, находящимся в одном и том же j-ом интервале, приписывается значение e_j^*, которое соответствует середине указанного интервала (при этом наблюдения, попадающие на границу (j – 1)-го и j-го интервалов, следует относить к интервалу с номером 1).

После группирования данные удобно представлять таблицей следующего вида:

Таблица 2

Номера интервалов	Середины интервалов e_j^*	Частоты интервалов ν_j
1	e_1^*	ν_1
2	e_2^*	ν_2
…	…	…
k	e_k^*	ν_k

Примечание: ν_j – абсолютная частота для j-го интервала, т.е. количество элементов выборки (1), попавших в этот интервал.

Предварительное количество $k_{пр}$ интервалов группирования рекомендуется находить из полуэмпирического соотношения $k_{пр} = 1 + 3{,}32 \lg n$ с округлением в сторону ближайшего целого числа.

После этого определяется длина интервалов $\Delta e = \frac{e_{max} - e_{min}}{k_{пр}}$. Середина промежутка $\langle e_{min}, e_{max} \rangle$ $\frac{e_{max} + e_{min}}{2}$ принимается в качестве центра некоторого интервала, после чего легко можно найти границы и окончательное количество k указанных интервалов так, чтобы в совокупности они перекрывали промежуток $\langle e_{min}, e_{max} \rangle$. После этого заполняется табл.2, являющаяся фрагментом таблицы 3.

В таблице 3

$$\overline{e} = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{k} \nu_j e_j^*,$$

$$\overline{S} = \sqrt{\frac{1}{n-1}\left[\sum_{j=1}^{k} \nu_j (e_j^*)^2 - \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{k} (\nu_j e_j^*)^2\right]},$$

$$f(z_j) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-z_j^2/2}, \quad k' = \frac{nb}{\overline{S}},$$

где b – длина интервалов; $\nu_{стj} = k' f(z_j)$ - ожидаемая по стандартному нормальному распределению (т.е. по распределению с плотностью вероятности $f(z) = \frac{1}{\sqrt{2p}} e^{-z^2/2}$) частота для j-го интервала.

Расчетное значение χ^2 для всех интервалов вычисляется по формуле

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^{k} \frac{(\nu_j - \nu_{стj})^2}{\nu_{стj}}.$$

Таблица 3

Номера Интервалов	Середины интервалов e_j^*	Частоты интервалов ν_j	$(e_j^*)^2$	$\nu_j e_j^*$	$\nu_j (e_j^*)^2$	$e_j^* - \bar{e}$	$z_j = \left\lvert \frac{e_j^* - \bar{e}}{\bar{S}} \right\rvert$	$f(z_j)$	$\nu_{стj} = k' f(z_j)$	$\nu_j - \nu_{стj}$	$(\nu_j - \nu_{стj})^2$	$(\nu_j - \nu_{стj})^2 / \nu_{стj}$
1	e_1^*	ν_1	$(e_1^*)^2$	$\nu_1 e_1^*$	$\nu_1 (e_1^*)^2$	$e_1^* - \bar{e}$	z_1	$f(z_1)$	$\nu_{ст1}$	$\nu_1 - \nu_{ст1}$	$(\nu_1 - \nu_{ст1})^2$	$\frac{(\nu_1 - \nu_{ст1})^2}{\nu_{ст1}}$
…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…
k	e_k^*	ν_k	$(e_k^*)^2$	$\nu_k e_k^*$	$\nu_k (e_k^*)^2$	$e_k^* - \bar{e}$	z_k	$f(z_k)$	$\nu_{стk}$	$\nu_k - \nu_{стk}$	$(\nu_k - \nu_{стk})^2$	$\frac{(\nu_k - \nu_{стk})^2}{\nu_{стk}}$

Это значение сравнивается с табличным χ^2 (ν, p%) при заданном уровне значимости p% (например, 10%-ном) и числе степеней свободы ν = k – 1 – 2 (т.к. оцениваются два параметра $\overline{x}$ и $\overline{S}$). В случае, если $\chi^2 \le \chi^2$ (ν, p%), то гипотеза о нормальности закона распределения случайной функции E = E(s) принимается, в противном же случае – отвергается.

Вывод. Положительный результат такой проверки существенно упрощает исследование кинематической точности винтов ШВП. Если будет установлено, что E(s) обладает этими свойствами, то в процессе последующего производства винтов данного типоразмера можно будет подвергать изучению не всю серию винтов, а всего лишь несколько (либо даже один из этих винтов), что, разумеется существенно сократит затраты времени на контроль точности и повысит эффективность производства.

In the article the decision of task of statistical research of kinematics exactness of ball-shaped helical gears is expounded, that allows to handle the process of rise of their quality, to minimize the expenditures of time on the control of exactness of wares and promote efficiency of the ball-shaped helical gears production.

1. Емельянов И.Я., Воскобойников В.В., Масленок Б.А. Основы проектирования механизмов управления ядерных реакторов.– М.: Атомиздат, 1978.– С.223.

2. Рудя Н., Сизонтов В. Горизонты станкостроения // Деньги и технологии.— 2003.— №9.— С. 24-28.

3. Грузнов И.И. Механизмы интенсификации обновления продукции (теоретические и прикладные основы).– Одесса: ОНПУ, 2004.– 288 с.

4. Осипов В.Н., Диленко В.А., Стрелец А.А. Оценка конкурентоспособности продукции производственного назначения.– Одесса: ИПРРЭИ НАН Украины, 2004.– 152 с.

5. Львовский Е.Н. Статистические методы построения эмпирических формул. – М.: Высшая школа, 1982. – 224 с.