

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ОБЪЕКТОВ И СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

УДК 621.316.37.

ПРИЛОЖЕНИЕ ПОЛОЖЕНИЙ ТЕОРИИ ДРОССЕЛЯ И  
ТРАНСФОРМАТОРА К РАСЧЕТУ И АНАЛИЗУ ЭЛЕКТРОМАГНИТОМ  
ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

Китаев А.В., Сушич Е.Ф.

Вопросу исследования электромагнитов переменного тока уделено большое внимание в курсе "Электрические аппараты" [1-5]. Однако анализ их поведения построен столь своеобразно, что создается впечатление о электромагнитах, как самостоятельной группе устройств, которая с дросселями и трансформаторами не имеет явно выраженной общности. В то же время в ТОЭ [6,7], где закладываются основы теории дросселя и трансформатора, указывается, на очевидность их приложения к исследованию аналогичных устройств (электромагнитов, электрических машин и т.д.). Ниже предлагается построить изложение затронутого вопроса так, чтобы произошло единение двух научных направлений на основе принципов системности и преемственности.

Пусть исследуемый электромагнит имеет магнитную цепь, конфигурация которой приведена на рис.1.

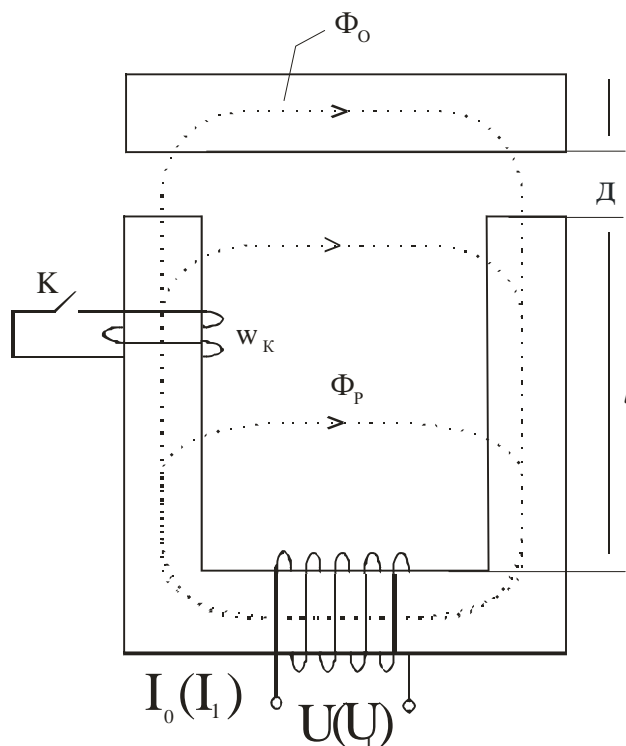


Рис. 1 Конфигурация исследуемой магнитной цепи

Тогда при условии разомкнутого рубильника К он представляет собой обычный дроссель, анализ которого выполняется при условии, что известны: напряжение сети питания  $u = U_m \sin \omega t$ , геометрические размеры сердечника, его материал, семейство петель гистерезиса и основная кривая магнитной индукции, проходящая через вершины этих петель. В случае электромагнита перечень исходных данных расширяется, поскольку считаются известными поток воздушного зазора  $\Phi_0$  и габаритные размеры катушки, в

соответствии с которыми устанавливается средняя длина витка  $l_{cp}$  и площадь окна обмотки  $Q_{об}$ . Это обстоятельство существенно упрощает анализ электромагнита по сравнению с дросселем, но не меняет его целевого назначения: определение м.д.с. обмотки  $I_0 w$  и ее числа витков  $w$ . Для решения задачи воспользуемся системой основных уравнений дросселя, которая согласно метода эквивалентных синусоид записывается в комплексной форме:

$$\underline{U} = \underline{I}_o R + jX_p \underline{I}_o + \underline{E}_o \quad (1)$$

$$\underline{I}_o = \underline{I}_{oa} + \underline{I}_{op}, \quad (2)$$

где  $R, X_p$  – соответственно активное и индуктивное сопротивление обмотки;

$E_o$  – э.д.с. от магнитного потока  $\Phi_0$ ;

$I_{oa}, I_{op}$  – соответственно активная и реактивная составляющие тока  $I_0$ ; является основой для составления схемы замещения и построения векторной диаграммы дросселя (электромагнита) (см. рис. 1).

Составляющая тока  $I_{op}$  определяется по результатам расчета магнитной цепи согласно методике, приведенной в [5]. Итогом расчета является равенство:

$$I_{op} w = 2(H_\delta \cdot \delta + \sum_{i=1}^k H_i \ell_i)$$

где  $H_\delta$  - магнитная напряженность воздушного зазора  $\delta$ ;

$H_i$  - магнитная напряженность участка "i" (при числе участков равном "k");

$\ell_i$  - длина участка "i".

Отсюда следует, что

$$I_{op} = \frac{2}{w} (H_\delta \cdot \delta + \sum_{i=1}^k H_i \ell_i) \quad (3)$$

На основании данных того же расчета определяются потери в стали сердечника:

$$P_c = K_D (p_{yD})_{1,0/50} \left(\frac{f}{50}\right)^\beta \cdot B_{mi}^2 m_i$$

где  $K_D$  - коэффициент, учитывающий увеличение потерь из-за наклепа при штамповке и при выполнении других технологических операций.

$(p_{yD})_{1,0/50}$  - потери в стали при частоте  $f = 50$  Гц и магнитной индукции 1,0Тл;

$B_{mi}$  - амплитуда магнитной индукции на участке "i";

$m_i$  - масса участка "i";

$\beta$  - показатель степени, зависящий от марки стали.

Значения  $K_D$ ,  $(p_{yD})_{1,0/50}$  и  $\beta$  для электротехнических сталей найдены

экспериментальным путем и берутся согласно данным таблицы:

Марка стали	$K_D$	$(p_{yD})_{1,0/50}$	$\beta$
2011, 2013, 2211	для всех марок	2,5 ÷ 2,6	1,5
2312	1,4 ÷ 1,8	1,75	1,4
2411		1,6	1,3

При известном значении  $P_C$  составляющая тока  $I_{oa}$  рассчитывается по формуле:

$$I_{oa} = \sqrt{2} \frac{P_c}{U_m} \text{ и тогда модуль тока } I_o = \sqrt{I_{oa}^2 + I_{op}^2} .$$

Если сопоставить между собой формулу (3), а также соотношения для  $R$ ,  $X_p$  и  $E_0$ :

$$R = \rho \frac{l_{cp}}{q} W; \quad X_p = \frac{2\pi}{3} f W^2 \lambda l; \quad E_0 = 4,44 f W \Phi_{om};$$

где  $q$  - сечение провода;  $\lambda$  - удельная проводимость для потока рассеяния;  $l$  - высота стержня; то окажется, что все они зависят от  $w$ , которое подлежит определению. Отсюда возникает возможность поиска  $w$  на основе таблично-графического метода. С этой целью определяется предварительное (расчетное) и явно завышенное число витков  $w_{расч}$  при условии, что составляющие  $IR$  и  $IX_p$  уравнения (1) пренебрежимо малы:

$$w = \frac{U}{4,44 f \Phi_{om}}$$

Тогда  $E_0$ ,  $R$ ,  $X_p$ ,  $I_{op}$  и  $I_o$  приобретают конкретные числовые значения, которые заносятся в таблицу, и на их основе выполняется проверка равенства, составленного на основании теоремы косинусов для модулей векторов, уравнения (1):

$$U^2 = I_o^2 z_{об}^2 + E_0^2 + 2E_0 I_o z_{об} \sin(z + \varphi_{об}) = \sum U^2$$

где  $\varphi_{об} = \arctg \frac{X_p}{R}$  - аргумент комплексного сопротивления обмотки;

$z_0 = \sqrt{R^2 + X_p^2}$  - модуль комплексного сопротивления обмотки;

$z = \arctg \frac{I_{oa}}{I_{op}}$  - Угол сдвига между векторами  $I_o$  и  $\Phi_{om}$  ;

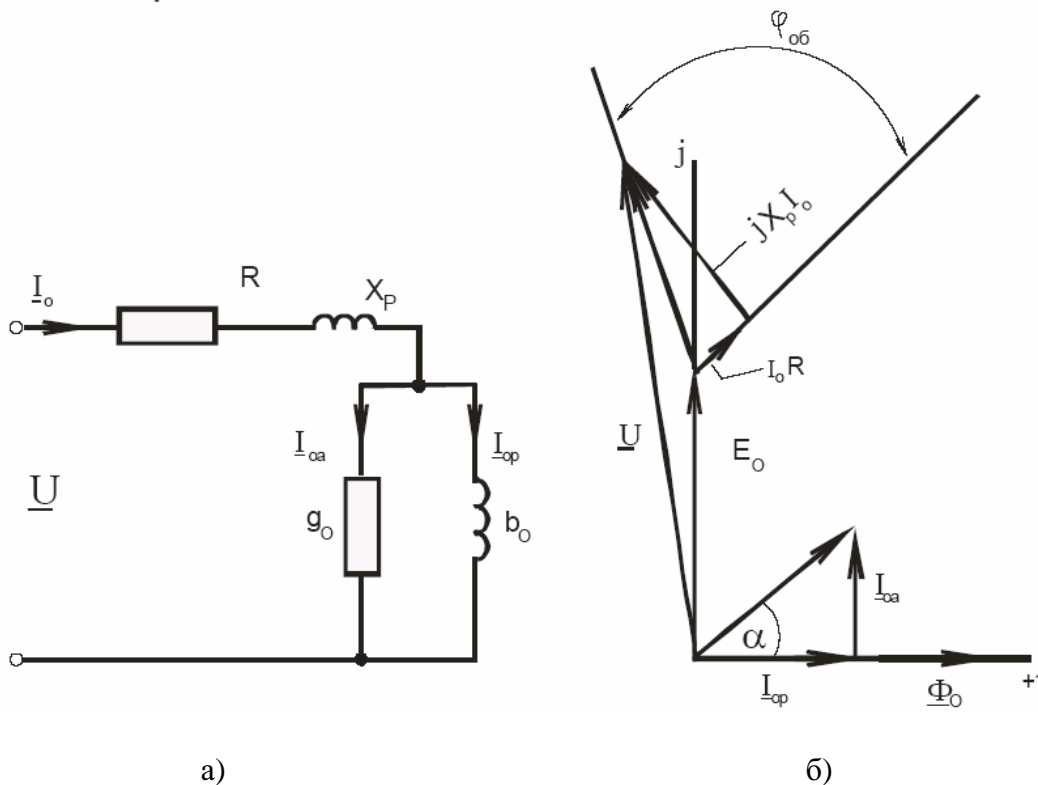


Рис. 2 Схема замещения и векторная диаграмма магнита (дресселя)

Разумеется, что при  $w_{расч}$  равенства между правой и левой частью принципиально не может быть. Поэтому расчет следует продолжить при  $w = 0,9 w_{расч}, 0,8 w_{расч}$  и т.д. По результатам расчета строится зависимость правой части  $\sum U^2$  функции число витков  $w$  (см. рис.3). Затем на оси ординат откладывается значение  $U^2$  и проводится линия, параллельная оси абсцисс. Перпендикуляр, опущенный из точки пересечения этой линии с расчетной кривой на ось абсцисс, и даст искомое значение  $w$ , а соответственно с ним определится и величина м.д.с.  $I_0 w$ .

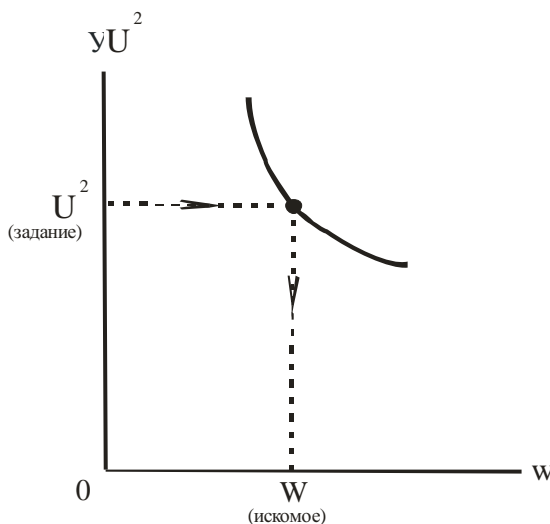


Рис. 3 Иллюстрация к методу поиска искомого значения  $W$ .

При известном  $w$  можно дать ответ на вопрос о сечении провода  $q$  под обмотку и его диаметре  $d_{np}$ , используя соотношения:

$$q = \frac{K_3 \cdot Q_{об}}{w}; \quad d_{np} = 2 \sqrt{\frac{q}{\pi}}$$

где  $K_3$  - коэффициент заполнения обмотки.

Затем вся обмотка проверяется на критерий обеспечения допустимой температуры нагрева  $\theta_{доп}$  по рекомендациям, изложенным в [5]

Перейдем к анализу работы того же электромагнита при замкнутом положении ключа  $K$ , т.е. при наличии короткозамкнутой обмотки. В таком случае устройство представляет собой обычный трансформатор в режиме к.з., поведение которого описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{aligned} \underline{U}_1 &= I_1 R_1 + jX_{p1} I_1 + \underline{E}_0; \\ \underline{E}_k &= \underline{I}_k (R_k + jX_k); \\ \underline{I}_1 w_1 &= \underline{I}_0 w_1 + \underline{I}_k w_k \end{aligned}$$

где  $U_1, I_1$  - напряжение и ток обмотки, подключенной к зажимам источника (назовем ее первичной);

$R_1, X_{p1}$  - активное и индуктивное сопротивление рассеяния той же первичной обмотки;

$R_k, X_k$  - активное и индуктивное сопротивление рассеяния короткозамкнутой (вторичной) обмотки;

$E_k$  - э.д.с., наводимая во вторичной обмотке основным магнитным потоком;

$I_1 w_1, I_k w_k$  - м.д.с. соответственно первичной и вторичной обмоток;

$I_0 w_1$  - м.д.с. первичной обмотки при отсутствии вторичной.

$w_1, w_k$  - число витков первичной и короткозамкнутой обмотки.

После выполнения операции приведения та же система уравнений трансформатора переписывается в виде:

$$\underline{U}_1 = \underline{I}_1 R_1 + jX_{p1} \underline{I}_1 + \underline{E}_0;$$

$$\underline{E}'_k = \underline{I}'_k (R'_k + jX'_k);$$

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_0 + \underline{I}'_k$$

где  $E'_k, I'_k, R'_k, X'_{pk}$  - приведенные к числу витков первичной обмотки значения  $E_k, I_k, R_k$  и  $X_{pk}$ .

Последней системе уравнений соответствует схема замещения и векторная диаграмма, приведенные на рис. 4.

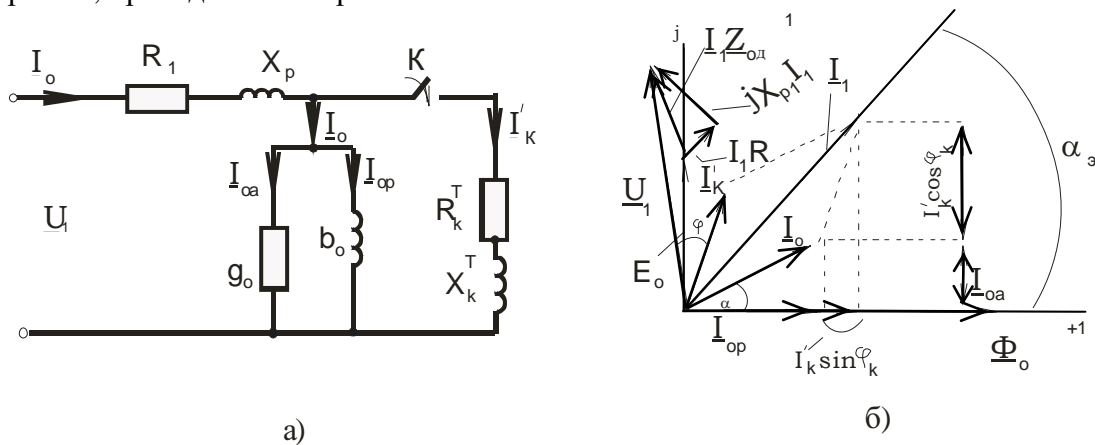


Рис. 4 Схема замещения и векторная диаграмма электромагнита с к.з. обмоткой

Из сопоставления схем замещения рис.2 и 4 следует, что они отличаются друг от друга только наличием ветви с последовательно включенными сопротивлениями  $R'_k$  и  $X'_{pk}$ , которая, естественно, оказывает влияние на показатели работы первичной цепи. В частности она вызывает увеличение тока  $I_1$ , значение которого согласно векторной диаграмме рис. 4б определяется соотношением:

$$I_1 = \sqrt{(I_{op} + I'_k \sin \varphi_k)^2 + (I_{oa} + I'_k \cos \varphi_k)^2}$$

где ток  $I'_k$  и аргумент полного комплексного сопротивления вторичной обмотки  $\varphi_k$  рассчитываются по формулам:

$$I'_k = \frac{E'_k}{\sqrt{R'^2_k + X'^2_{pk}}}; \quad \varphi_k = \arctg \frac{X'_{pk}}{R'_k}.$$

Методика расчета числа витков  $w = w_1$  тем не менее, здесь полностью сохраняется, лишь в уравнении баланса квадратов напряжений, записанных на основании теоремы косинусов, аргумент  $\alpha$  меняется на  $\alpha_3$  вычисляемый по соотношению:

$$\alpha_3 = \arctg \frac{I_{oa} + I_k' \cos \varphi_k}{I_{op} + I_k' \sin \varphi_k}.$$

Из конструктивных соображений к.з.обмотка часто выполняется в виде латунной или медной гильзы, т.е. с  $W_k = I$ . В таком случае величина  $X_k$  пренебрежимо мала и формула для токов  $I_1, I_k'$  и аргумента  $\alpha_3$  получают предельно простой вид:

$$I_1 = \sqrt{I_{op}^2 + (I_{oa} + I_k')^2}; \quad I_k' = \frac{E_k'}{R_k}; \quad \alpha_3 = \arctg \frac{I_{oa} + I_k'}{I_{op}}.$$

В работе [5] на основании сходства токов  $I_{oa}$  и  $I_k$  по характеру действия дано вполне логичное предложение, что потери в стали можно рассматривать, как потери в некоторой фиктивной к.з.обмотке, содержащей только активное сопротивление. Это привело к необходимости введения понятий активного, реактивного и комплексного магнитного сопротивления и обоснования методики их расчета. В нашем случае изложение указанного материала становится ненужным в связи с законченностью анализа.

Для снижения пульсации силы тяги на практике часто поступают так, что к.з.виток охватывает лишь часть площади торца магнитопровода, т.е. одна из его сторон находится в специально выполненном пазу. В таком случае для удобства анализа и расчета конфигурацию магнитной цепи целесообразно представить в виде совмещения дросселя и трансформатора, сердечники которых находятся под действием одной м.д.с. (см. рис.5).

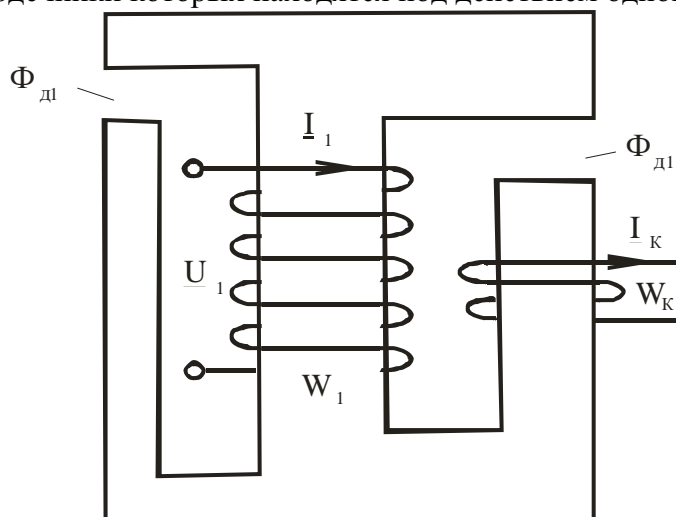


Рис. 5 Конфигурация магнитной цепи при совмещении дросселя и трансформатора.

Тогда получится схема замещения, приведенная на рис.6. Поскольку в дросселе магнитный поток  $\Phi_{\delta 1}$  и ток  $I_{o1}$  сдвинуты на угол  $\alpha$ , а в трансформаторе угол между  $\Phi_{\delta 2}$  и  $I_1$  равен  $\alpha_3$ , то при одной и той же м.д.с.  $I_1 w_1$  сдвинутыми между собой на угол  $\theta = \alpha_3 - \alpha_1$  окажутся магнитные потоки  $\Phi_{\delta 1}$  и  $\Phi_{\delta 2}$  (см.рис.7). Каждый из этих потоков создаст свою силу тяги, соответственно  $p_1$  и  $p_2$ . Их мгновенные значения запишутся:

$$p_1 = P_{cp1} - P_{cp1} \cos 2\omega t$$

$$p_2 = P_{cp2} - P_{cp2} \cos(2\omega t - 2\theta)$$

где  $P_{cp1} = \frac{B_{\delta_1}^2 S_1}{2\mu_0}$ ;  $P_{cp2} = \frac{B_{\delta_2}^2 S_2}{2\mu_0}$

$B_{\delta_1}, B_{\delta_2}$  - магнитные индукции в зазорах дросселя и трансформатора;

$S_1, S_2$  - площадь соответственно в дросселе и трансформаторе.

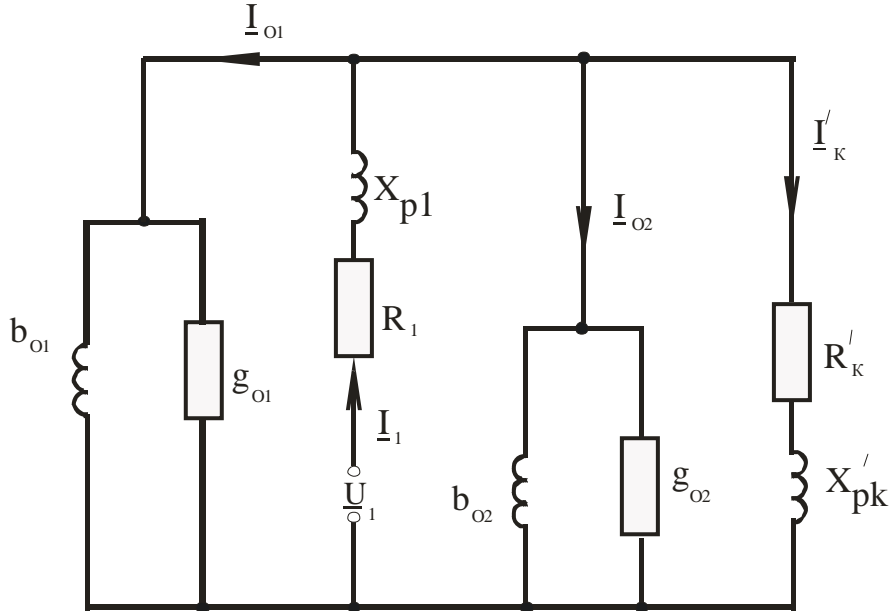


Рис.6 Расчетная схема замещения

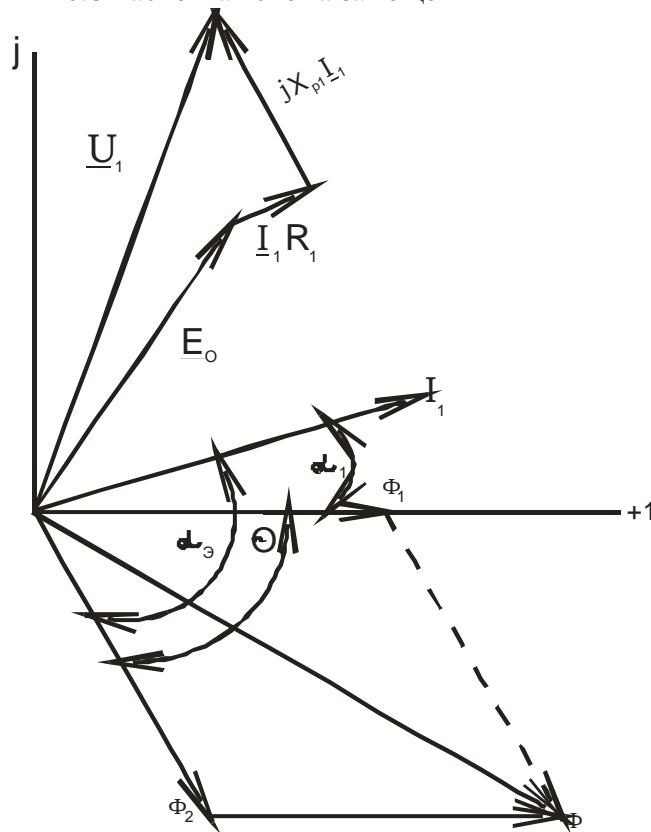


Рис.7 Векторная диаграмма электромагнита с к.з. витком в расщепленном полюсе

Результирующая сила  $p$ , действующая на якорь, равна сумме  $p_1$  и  $p_2$ , т.е.  $p = p_1 + p_2$ . Это означает, что результирующее усилие пульсирует, но не от максимума до нуля, как ее составляющие, а от максимального усилия  $P_{МАК}$  до минимального  $P_{МИН}$ , которое больше нуля. Для определения  $P_{МАК}$  и  $P_{МИН}$  исследуем функцию  $p$  на экстремум по переменной  $t$ , полагая  $P_{cp1} = P_{cp2} = P_{cp}$ , что в принципе можно обеспечить за счет варьирования  $B_{\delta_1}, B_{\delta_2}, S_1$  и  $S_2$ . В итоге получим, что экстремумы имеют место при условии:  $2\omega t = \theta + \pi n$  где  $n$  - номера полупериодов. Подстановкой этого условия в выражение для  $p$  получим:

$$P_{МИН} = 2P_{cp}(1 - \cos \theta), \quad P_{МАК} = 2P_{cp}(1 + \cos \theta).$$

Очевидно, что при  $\theta = 90^\circ$  будет выполнено равенство  $P_{МИН}$  и  $P_{МАК}$ , т.е. пульсации исчезнут. Но, чтобы добиться такого результата нужно обеспечить равенство потерь в стали нулю и чисто активное сопротивление к.з. витка при отсутствии намагничивающего тока. Практических решений на этот счет нет, и потому реально достижимые значения угла  $\theta$  лежат в пределах  $55 \div 65^\circ$ . Следовательно, отношение  $P_{МАК}$  к  $P_{МИН}$  равно примерно трем, а амплитуда переменной составляющей пульсации не превышает  $P_{cp}$ . Разумеется, что для обеспечения надежной работы электромагнита  $P_{МИН}$  должно быть больше усилия возвратной пружины.

Таким образом, базируясь на положения ТОО по вопросу анализа дросселей и трансформаторов, можно построить анализ электромагнитов переменного тока в простой, компактной форме, сохраняя системность и преемственность и устраняя излишние искусственные построения.

It is shown in work, that examining the electromagnets of alternating current within the framework of single family of such electrical engineering devices, as throttles and transformers, it is possible to build their analysis in a simple and compact form. The same is achieved communication of such scientific directions, as the "Electric vehicles" and TBE on the basis of principles of the system and succession.

1. Буль Б.К. и др. Основы теории электрических аппаратов. Под ред. Г.В. Буткевича. -М.: "Высшая школа", 1970, 600 с.
2. Марков З.Т. Судовые электрические аппараты. -Л..«Судостроение»:1971, 390 с.
3. Новиков И.Н., Теория и расчет электрических аппаратов. -Л.:«Энергия», 1970,328 с.
4. 4-. Таев И,С. и др. Основы теории электрических аппаратов. -М.: "Высшая школа", 1987, 352 с.
5. Чунихин А.А. Электрические аппараты. -М.: "Энергоатомиздат", 1988, 720 с.
6. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. -М.:«Высшая школа», 1988,630 с.
7. Зевеке Г.В. Основы теории цепей. -М.: "Энергия", 1975, 722 с.