ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ОБЪЕКТАМИ И СИСТЕМАМИ

УДК 519.6+658.23:658.78

УПРАВЛІННЯ МАТЕРІАЛЬНИМИ ЗАПАСАМИ З ОБМЕЖЕННЯМИ НА СКЛАДСЬКІ ПРИМІЩЕННЯ

Батурінець Є. В., Пасенченко Ю. А.

В статті вивчається задача управління запасами широкої номенклатури при наявності обмежень на складські приміщення та створенні страхових резервів.

Моделі управління запасами досліджуються в багатьох працях [2,3,4]. Особливістю моделі, що вивчається в даній роботі є наявність обмежень по попиту та складським приміщенням. Окремо досліджується оптимальний рівень страхового запасу в умовах невизначеності.

Приймемо наступні позначення:

β_j – повний попит на j-ту сировину;

C_{Lj} – вартість зберігання однієї одиниці j-ї сировини;

C_{sj} – витрати по завезенню однієї партії j-ї сировини;

V_j – об’єм складського приміщення, що зайнятий одиницею j-ї сировини;

V – місткість складського приміщення;

q_j – розмір замовлення j-ї сировини.

1. Припускаючи, що сировина витрачається рівномірно в часі, отримуємо середні (на одиницю часу) витрати по завезенню і зберіганню j-ї сировини:

$$\frac{\mathrm{C}_{\mathrm{Lj}}}{2} q_j + \frac{C_{sj} \cdot \beta_j}{q_j}; \qquad j = \overline{1,n} \tag{1}$$

та сумарні середні витрати по усій номенклатурі запасів:

$$Q(q_1,\ldots,q_n) = \sum_{j=1}^{n} \left(\frac{\mathrm{C}_{\mathrm{Lj}}}{2} q_j + \frac{C_{sj} \cdot \beta_j}{q_j} \right). \tag{2}$$

З врахуванням обмежень на складські приміщення та розмір замовлення, отримуємо оптимізаційну задачу нелінійного програмування:

$$Q \to \min, \tag{3}$$

$$\sum_{j=1}^{n} V_j q_j \le V, \tag{4}$$

$$0 \le q_j \le R_j; \qquad j = \overline{1,n}. \tag{5}$$

Задачу (3) - (5) розв’язуємо за наступним алгоритмом:

а) Визначаємо оптимальний розмір замовлення за формулою Уїлсона [2] по кожній номенклатурі:

$$q_{j0_0} = \sqrt{\frac{2C_{sj} \cdot \beta_j}{C_{Lj}}}, \qquad j = \overline{1,n}. \tag{6}$$

Якщо виконується обмеження (4), (5):

$$\sum_{j=1}^{n} V_j q_{j0_0} \le V, \quad q_{j0_0} \le R_j, \qquad j = \overline{1,n}, \tag{7}$$

то (6) є розв’язком задачі (3) – (5):

$$q_j^* = q_{j0_0}, \qquad j = \overline{1,n}. \tag{8}$$

 ISBN 7-776-8361-7

b) Якщо $\sum_{j=1}^{n} V_j q_{jo_0} \le V$ і існують $q_{j0_0} > R_j$, для індексів $j \in J \subset \{1,2,...,n\}$, то приймаємо:

$$q_j^* = R_j,\ j \in J;\quad q_j^* = q_{j0_0},\ j \notin J\ . \tag{9}$$

c) Якщо

$$\sum_{j=1}^{n} V_j q_{j0_0} > V \quad , \tag{10}$$

то розв'язуємо оптимізаційну задачу з обмеженням-рівністю:

$$Q \to \min;\quad \sum_{j=1}^{n} V_j q_{j_0} = V \quad , \tag{11}$$

$$0 \le q_j \le R_j,\quad j = \overline{1,n} \quad . \tag{12}$$

Для цього використовуємо функцію Лагранжа:

$$L(q_1,...,q_n,\lambda) = Q(q_1,...,q_n) + \lambda(\sum_{j=1}^{n} V_j q_j - V) \tag{13}$$

і знаходимо її стаціонарну точку:

$$q_{j0_0}(\lambda) = \sqrt{\frac{2C_{sj}\beta_j}{C_{Lj} + 2\lambda V_j}},\quad j = \overline{1,n} \quad . \tag{14}$$

В силу припущення (10) існує $\lambda_1 > 0$ - корінь рівняння:

$$\sum_{j=1}^{n} V_j \cdot q_{j0_0}(\lambda) = V \quad . \tag{15}$$

Якщо $q_{j0_0}(\lambda_1) \le R_j,\quad j = \overline{1,n}$, то знайдено оптимум: $q_j^* = q_{j0_0}(\lambda_1),\quad j = \overline{1,n}$.

d) Якщо існують $q_{j0_0}(\lambda_1) > R_j,\quad j \in J_1 \subset \{1,2,...,n\}$, то приймаємо в рівнянні (11): $q_j = R_j,\ j \in J_1;\ q_j = q_{j0_0}(\lambda),\ j \notin J_1$ і знаходимо корінь $\lambda_2 > 0$ рівняння:

$$\sum_{j \notin J_{11}} V_j \cdot q_{j0_0}(\lambda) + \sum_{j \in J_{11}} V_j R_j = V \quad . \tag{16}$$

Якщо $q_{j0_0}(\lambda_2) \le R_j,\quad j \notin J_1$, то оптимум знайдено:

$$q_j^* = R_j,\ j \in J_1;\ q_j^* = q_{j0_0}(\lambda_2),\ j \notin J_1 .$$

e) Якщо існують $q_{j0_0}(\lambda_2) > R_j,\quad j \notin J_1$ то повертаємось до п.d алгоритму і розширюємо множину індексів $J_1 \subset J_2$. За скінчену кількість кроків оптимум буде знайдено, оскільки $J_1 \subset J_2 \subset ... \subset (1,2,...,n)$.

2. При розрахунку оптимального страхового запасу в умовах невизначеності припускаємо, що:

1) Термін виконання замовлення L є нормальна випадкова величина (в.в.) з математичним сподіванням (МС) m_L і середнім квадратичним відхиленням (СКВ) σ_L;

2) Величини споживання j-го запасу в кожну фіксовану одиницю часу є однаковими незалежними між собою та з L в.в. Ці випадкові величини є нормально розподіленими з МС та СКВ рівними m_{1j}, σ_{1j}

Тоді сумарна потреба в j-й сировині протягом періоду L є сума випадкової кількості випадкових величин і має нормальний закон розподілу з МС в СКВ рівними:

$$m_j = m_{1j} \cdot m_L;\quad \sigma_j = \sqrt{m_L \sigma_{1j}^2 + m_{1j}^2 \sigma_L^{\ 2}}\ . \tag{17}$$

Нехай X_{jL} – випадкова величина – попит за час L виконання замовлення. Задамо ймовірність ω - гарантію того, що попит не перевищить суми m_j та резерву B_j j-ї сировини. Тоді B_j є розв'язком нерівності:

$$\text{Prob}\left\{X_{jL} \le B_j + m_L \cdot m_{1j}\right\} \ge \omega \ . \qquad (18)$$

Оскільки X_{jL} – нормальна випадкова величина, то отримуємо з (18):

$$B_j = \sigma_j \cdot \phi^{-1}(\omega); \quad j = \overline{1,n}\,, \qquad (19)$$

де $\phi(x)$ - інтеграл ймовірностей Лапласа. Таким чином, з врахуванням резерву замовлення складає (з гарантією ω):

$$\overline{q_{j0_0}} = q_{j0_0} + B_j; \quad j = \overline{1,n} \ . \qquad (20)$$

Якщо виконується обмеження:

$$\sum_{j=1}^{n} V_j \overline{q_{j0_0}} \le V, \quad \overline{q_{j0_0}} \le R_j, \qquad j = \overline{1,n} \ , \qquad (21)$$

то (20) є розв’язання задачі (3) – (5) з гарантією (ймовірністю) ω.

Якщо умови (21) не виконуються, то може не існувати рішення по забезпеченню запасами з заданою ймовірністю ω. Це може бути, якщо не вистачає складських приміщень, або є певна регламентація зберігання різних запасів.

Висновки.

1. В статті представлений алгоритм розрахунку оптимального розміру замовлення в задачі управління запасами, що враховує сукупні та номенклатурні обмеження складських приміщень.
2. В припущенні нормальних розподілів розрахований оптимальний страховий запас в умовах невизначеності.
3. Результати роботи дозволяють створення програмного продукта, за допомогою якого можна проводити числові розрахунки оптимальних та страхових рівнів замовлення.

The theme of article is managements of material resources with restrictions on warehouse and creation of an insurance stock. The stock in modern business ceases to be only settlement parameter of activity, becomes one of the basic objects of management who provides success of work of the enterprise. In decision-making on a place and a role of a stock in the organization take part including managers of the top echelon of management who define strategy of development of business. Their attitudes to a stock defines the further opportunities of management of the basic operational function of the company The optimum strategy of storekeeping offered in given article in borders of widely nomenclature model allows to supervise effectively over logistical system of the enterprise, and also optimum to plan the additional information, such as a level of procurement prices, expenses for performance, delivery of the order and preservation of a stock.

1. Бауэрсокс Д.Дж., Клосс Д.Д. Логистика: интегрированная цепь поставок. – М.: Олтимп-Бизнес, 2001. – 336 с.
2. Зайченко Ю. П. Дослідження операцій – К.: ЗАТ "ВІПОЛ", 2000. – 687с.
3. Линдерс М.Р., Харольд Е.Ф. Управление снабжением и запасами. Логистика. - Пер. с англ. – СПб.: Полигон, 1999. – 448с.
4. Ларин О.Н. Расчет оптимального объема заказа / Ларин О.Н.// Бизнес и логістика – 2002: Сборник материалов IV Московского международного Логистического Форума (ММЛФ – 2002). – 2002. – С. 67 – 70.
5. Сток Д.Р., Ламберт Д.М. Стратегическое управление логистикой. – М.: ИНФРА-М, – 2005. – 440с.
6. Мещанкин А.С. Системы контроля товарно - материальных запасов. Формула Уилсона // Логистик &система. – 2006. – №5. – С. 40 – 45.
7. Стерлигова А.Н. Проблемы выбора подходов к управлению запасами в логистических системах предприятия // Логистические решения: Сб. материалов конференции. – Смоленськ: СКИ, 2002. – С. 4 – 10.

 ISBN 7-776-8361-7