

ОБ УСКОРЕНИИ СХОДИМОСТИ ПРОЦЕССОВ В АДАПТИВНОЙ СИСТЕМЕ С ОБРАТНОЙ МОДЕЛЬЮ

Клименко А.К.

1. Постановка проблемы и ее связь с практическими заданиями. Известны автоматизированные технологические объекты (АТО), в которых управление осуществляется по циклически повторяющимся программам. Примерами таких АТО являются металлорежущие станки с программным управлением и станы горячей прокатки. Управляющие программы готовятся в условиях неполной информации об объекте управления и возмущающих воздействиях. Поэтому требуется корректировка управляющих программ как во время их разработки, так и в процессе эксплуатации. Системы, в которых осуществляется такая корректировка, называются системами с самоустанавливающейся программой [1], самонастраивающимися системами «от детали к детали» [2] и адаптивными системами [3]. В данной статье будем называть их системами с адаптивной корректировкой управляющих программ.

При корректировке текущей программы используется информации об ошибках в предыдущих циклах ее воспроизведения. Эти ошибки суммируются с исходной программой при помощи дискретного интегратора (ДИ).

Корректировка программ осуществляется по формуле

$$c_v(n) = c_{v-1}(n) + \Delta c_v(n) = c_{v-1}(n) + \gamma_v f\{\varepsilon_{v-1}(n)\}, n \in [0, N], v=1,2,\dots, \quad (1)$$

где n – дискретное время, v – номер цикла воспроизведения программы, N – количество кадров в программе, $c_v(n)$ и $\Delta c_v(n)$ – корректирующий сигнал и его приращение, γ_v – коэффициент усиления в контуре адаптивной корректировки, $\varepsilon_{v-1}(n)$ – ошибка предшествующего цикла воспроизведения управляющей программы, $f\{\cdot\}$ – функция, определяемая этой ошибкой и обеспечивающая сходимость процесса ее минимизации.

Ошибки изготовления деталей состоят из регулярной и случайной составляющих. Последняя является центрированной аддитивной. Источником ее могут выступать как процесс обработки деталей сложной формы, так и ошибки автоматического измерения размеров последних.

В дальнейшем будем пользоваться следующим выражением для общей ошибки воспроизведения программы v -го цикла:

$$\varepsilon_v(n) = \bar{\varepsilon}_v(n) + \tilde{\varepsilon}_v(n), n \in [0, N], \quad (2)$$

где $\bar{\varepsilon}_v(n)$ и $\tilde{\varepsilon}_v(n)$ – соответственно регулярная и случайная составляющие.

Целью адаптации является формирование корректирующего сигнала, обеспечивающего сведение к нулю регулярной составляющей ошибки, т.е. $\bar{\varepsilon}_v(n) \rightarrow 0$ и/или к сведению к нулю среднего квадрата общей ошибки: $M\{[\varepsilon_{v+1}(n)]^2\} \rightarrow \min$. Для этого требуется сходимость процесса (1). На обеспечение сходимости и на ее скорость влияет коэффициент усиления γ_v в контуре адаптации.

Общий вид вычисления поправки на корректирующий сигнал в контуре адаптации имеет вид:

$$\Delta c_v(n) = \gamma_v \varepsilon_{v-1}(n),$$

где $\varepsilon_{v-1}(n)$ – ошибка предыдущего цикла воспроизведения программы.

Имеется ряд публикаций по решению проблемы обеспечения сходимости процесса адаптации (1). Требуется дальнейшее решение задачи повышения скорости сходимости.

Анализ известных решений. Найденные технические решения зависят от того, имеется ли в ошибках воспроизведения управляющих программ случайная составляющая, и изменяются ли во времени статистические характеристики этой составляющей.

При решении задачи обеспечения сходимости процесса в условиях помех оказалось эффективным применение математического аппарата - метода стохастической аппроксимации. Обзор метода приведен в [4]. Рекомендации по его использованию даны в [3]. Проблемы обеспечения сходимости порождаются тем обстоятельством, что условия сходимости для регулярной и случайной составляющих ошибки различны. Как следует из [3,4], для обеспечения сходимости процесса (1) в условиях, когда регулярная и случайная составляющие возмущающего воздействия стационарны, коэффициент усиления должен удовлетворять требованиям:

$$\sum_{\nu=1}^{\infty} \gamma_{\nu} = \infty, \quad (3)$$

$$\sum_{\nu=1}^{\infty} \gamma_{\nu}^2 < \infty. \quad (4)$$

Условие (3) относится к регулярной составляющей ошибки, а условие (4) – к случайной составляющей. Выполнение последнего требует бесконечного числа циклов корректировки, что на практике нежелательно.

Как известно [5], применение обратных моделей (ОМ) динамических объектов создает предпосылки для решения многих задач в области управления. Использование ОМ АТО оказалось эффективным и в задаче обеспечения сходимости регулярной составляющей процесса (1). Это показано в работе [6]. Достоинством использования ОМ АТО является то, что, в случае отсутствия случайной помехи, регулярная составляющая ошибки воспроизведения программы полностью устраняется после одного цикла ее корректировки. В источнике [7] предложено техническое решение ОМ, пригодное для использования в системе с адаптивной корректировкой управляющих программ, а в (8) приведено математическое обоснование этого решения. Упрощенная методика конструирования ОМ с желаемыми показателями качества предложена в [9].

Эффективность использования ОМ в цепи адаптации теряется при работе в условиях случайных возмущающих воздействий. Например, если регулярная составляющая отсутствует, а случайная имеется, корректировка программы с выполнением условий (3) и (4) порождает появление регулярной составляющей. Ею становится случайная составляющая, зарегистрированная при предыдущем воспроизведении программы и введенная в дискретный интегратор.

Имеется также решение [10] проблемы подстройки коэффициента усиления для минимизации ошибки воспроизведения программы в условиях, когда соотношение между регулярной и случайной составляющими могут медленно, но непредсказуемо изменяться во времени. Эффективность этого решения достигается сочетанием использования ОМ АТО со статистическим анализом ошибок управления. В этом случае осуществляется такая подстройка коэффициента усиления, которая минимизирует среднеквадратичную ошибку непосредственно следующего воспроизведения управляющей программы. При вычислении подаваемой на вход дискретного интегратора поправки для $(\nu + 1)$ -го цикла воспроизведения программы используется формула:

$$\Delta c_{\nu+1}(n) = \gamma_{\nu+1} \varepsilon_{\nu}(n+1), \quad (5)$$

где $\varepsilon_{\nu}(n+1)$ -- ошибка предыдущего цикла воспроизведения.

Недостатком предложенного в [10] способа оптимизации коэффициента усиления адаптивной системы в условиях помех является необходимость проведения двух циклов воспроизведения программы для проведения статистического анализа их ошибок при вычислении поправки для последующего цикла. Из-за этого снижается скорость адаптации управляющей программы.

Целью данной работы является повышение скорости адаптации при использовании технического решения [10] за счет повышения точности корректировки программ при наличии помех.

Постановка задач. Для достижения поставленной цели при вычислении поправки текущего цикла воспроизведения программы используется усредненное значение $\delta_v(n)$ ошибок двух циклов, т.е.

$$\delta_v(n) = \frac{\varepsilon_v(n)}{2} + \frac{\varepsilon_{v-1}(n)}{2}. \quad (6)$$

В этом случае при вычислении поправки формула (5) преобразуется к виду:

$$\Delta c_{v+1}(n) = \gamma_{v+1} \delta_v(n+1). \quad (7)$$

Как показано в работе [10], при вычислении поправки по формуле (5) оптимальный коэффициент адаптивной системы определяется статистическими характеристиками ошибки управления следующей зависимостью:

$$\gamma_{v+1} = \frac{M\{[\bar{\varepsilon}_v(n)]^2\}}{M\{[\bar{\varepsilon}_v(n)]^2\} + M\{[\varepsilon_v(n)]^2\}}, \quad n \in [0, N] \quad (8)$$

В свою очередь, определяемый выражением (8) оптимальный коэффициент может быть вычислен на основании зарегистрированных ошибок двух циклов воспроизведения программы:

$$\gamma_{v+1} = \frac{M_+ - M_-}{M_+ + M_-} = \frac{M\{[\varepsilon_{v-1}(n) + \varepsilon_v(n)]^2\} - M\{[\varepsilon_{v-1}(n) - \varepsilon_v(n)]^2\}}{M\{[\varepsilon_{v-1}(n) + \varepsilon_v(n)]^2\} + M\{[\varepsilon_{v-1}(n) - \varepsilon_v(n)]^2\}}, \quad (9)$$

где символами M_+ и M_- обозначены средние квадраты соответственно суммы и разности зарегистрированных ошибок.

В данной работе исследуется описанная в [10] адаптивная система, в которую внесено изменение: при вычислении поправки на программу вместо формулы (5) используется формула (7).

Задачами работы являются:

- определение влияния внесенного изменения в адаптивную систему на формулы (8) и (9) при определении оптимального коэффициента усиления;
- экспериментальная проверка эффективности полученного технического решения.

Изложение результатов исследования. Для пояснения работы рассматриваемой системы с адаптивной корректировкой управляющих программ на рис.1 приведена ее структурная схема. Символами на схеме обозначены: УП – управляющая программа, АТО – автоматизированный технологический объект, ОМ – обратная модель, ДИ – дискретный интегратор, БСА – блок статистического анализа, БУ – блок усреднения. Работа системы состоит в следующем. Предполагается, что АТО является односвязным непрерывным объектом, но все приведенные на схеме сигналы рассматриваются в дискретном времени (являются решетчатыми функциями). Управляющая программа $x(n)$ циклически повторяется и не изменяется от цикла к циклу. Она же служит и для измерения ошибок обработанных деталей. Продолжительность программы – N тактов дискретного времени. Ошибки могут быть измерены как одновременно с выполнением программы (на прокатном стане), так и в промежутках между циклами (металлорежущие станки).

Входящая в систему ОМ выполнена таким образом, что импульсная переходная функция комплекса «ОМ-АТО» удовлетворяет требованиям:

$$k(n) = \begin{cases} 1 & \text{если } n = 1, \\ 0 & \text{в остальных случаях.} \end{cases} \quad (10)$$

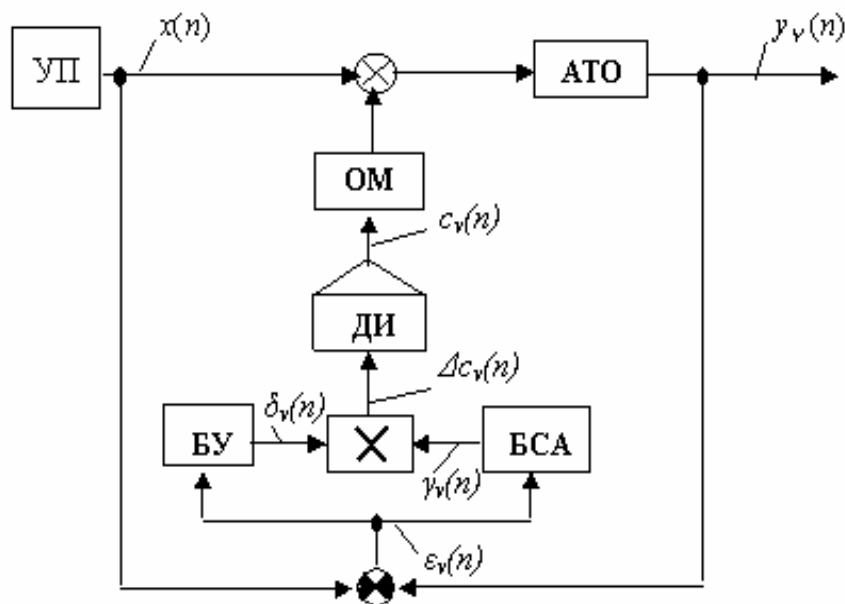


Рис.1. Структурная схема системы адаптивного управления

БСА предназначен для нахождения оптимального γ_v , обеспечивающего минимум среднеквадратичной ошибки воспроизведения программы после ее корректировки по результатам анализа ошибок предыдущих воспроизведений.

БУ осуществляет усреднение регистрируемых ошибок управления попарно согласно (6) и подает получаемый сигнал на один из входов блока умножения. На второй вход блока умножения с выхода БСА поступает вычисленное значение оптимального коэффициента усиления.

ОМ, обеспечивающая получение импульсной переходной функции (10) в комплексе «ОМ-АТО», отличается от идеальной временным запаздыванием на один такт дискретного времени. Поэтому выходной сигнал блока умножения подается на вход дискретного интегратора с опережающим временным сдвигом на ту же величину, т.е.

$$\Delta c_{v+1}(n) = \gamma_{v+1} \varepsilon_v(n+1). \quad (11)$$

В качестве статистических характеристик регулярной и случайной составляющих зарегистрированных ошибок принимаются их среднеквадратичные значения на интервале цикла. Поскольку случайная составляющая принимается аддитивной, между средним квадратом общей ошибки и средними квадратами ее составляющих справедливо соотношение:

$$M\{\varepsilon_v(n)^2\} = M\{\bar{\varepsilon}_v(n)^2\} + M\{\tilde{\varepsilon}_v(n)^2\}, \quad n \in [0, N].$$

Сначала находим зависимость коэффициента усиления γ_{v+1} от средних квадратов составляющих ошибки предыдущих воспроизведений программы, т.е. от $M\{\bar{\varepsilon}_v(n)^2\}$ и $M\{\tilde{\varepsilon}_v(n)^2\}$, обеспечивающего минимум среднеквадратичного значения общей ошибки последующего воспроизведения программы: $M\{\varepsilon_{v+1}(n)^2\} \rightarrow \min$.

При решении этой задачи принимается, что статистические характеристики регулярной и случайной составляющих ошибки могут изменяться во времени, но настолько медленно, что на протяжении двух соседних циклов могут считаться постоянными.

Изложение результатов исследования. Сначала находим выражение для ошибки $(v+1)$ -го воспроизведения управляющей программы. Оно отличается от выражения (2) из-за введения поправки (11) в дискретный интегратор:

$$\varepsilon_{v+1}(n) = \bar{\varepsilon}_{v+1}(n) + \tilde{\varepsilon}_{v+1}(n) + \Delta \varepsilon_{v+1}(n), \quad (12)$$

где $\Delta\varepsilon_{v+1}(n)$ — приращение ошибки, порождаемое этой поправкой.

Учитывая, что поправка (11) проходит через систему “ОМ—АТО”, описываемую импульсной переходной функцией (10), и меняет знак в элементе сравнения, для приращения ошибки находим выражение с использованием формулы свертки :

$$\Delta\varepsilon_{v+1}(n) = -\sum_{m=0}^n \Delta c_{v+1}(n-m)k(m) = -\sum_{m=0}^n \gamma_{v+1} \bar{\delta}_v(n+1-m)k(m) = -\gamma_{v+1} \bar{\delta}_v(n). \quad (13)$$

В дальнейших выкладках учитываем следующие обстоятельства.

Регулярная составляющая ошибки в соседних циклах воспроизведения программы не успевает измениться, т.е.

$$\bar{\varepsilon}_{v+1}(n) = \bar{\varepsilon}_v(n), \quad (14)$$

случайная составляющая аддитивна и удовлетворяет требованиям:

$$\tilde{\varepsilon}_{v+1}(n) \neq \tilde{\varepsilon}_v(n), \quad (15)$$

$$M\{\tilde{\varepsilon}_{v+1}(n)\} = M\{\tilde{\varepsilon}_v(n)\} = M\{\tilde{\varepsilon}_{v-1}(n)\}, \quad (16)$$

а выражение (6) для усредненной ошибки можно преобразовать к виду

$$\bar{\delta}_v(n) = \bar{\varepsilon}_v(n) + \tilde{\varepsilon}_{v-1}(n)/2 + \tilde{\varepsilon}_v(n)/2 \quad (17)$$

Выражение для ошибки (12) после преобразований с использованием зависимостей (13, 14, 15, 16 и 17) получит вид:

$$\varepsilon_{v+1}(n) = \bar{\varepsilon}_v(n)(1-\gamma_{v+1}) + \tilde{\varepsilon}_{v+1}(n) - \gamma_{v+1} \tilde{\varepsilon}_v(n)/2 - \gamma_{v+1} \varepsilon_{v-1}(n)/2,$$

а ее средний квадрат на интервале $[0, N]$ с учетом аддитивности помехи и справедливости выражения (16) :

$$\begin{aligned} M\{\varepsilon_{v+1}(n)^2\} &= M\{\bar{\varepsilon}_v(n)^2(1-\gamma_{v+1})^2\} + M\{\tilde{\varepsilon}_{v+1}(n)^2\} + M\{\gamma_{v+1} \tilde{\varepsilon}_v(n)/2\} + M\{\gamma_{v+1} \varepsilon_{v-1}(n)/2\} = \\ &= (1-\gamma_{v+1})^2 M\{\bar{\varepsilon}_v(n)^2\} + M\{\tilde{\varepsilon}_{v+1}(n)^2\} + \frac{1}{2}(\gamma_{v+1})^2 M\{\tilde{\varepsilon}_v(n)^2\}. \end{aligned} \quad (18)$$

Продифференцировав выражение (18) по γ_{v+1} , приравняв полученную производную нулю, и решив образовавшееся уравнение, находим выражение для оптимального коэффициента γ_{v+1} в функции вероятностных характеристик регулярной и случайной составляющих ошибки управления в предыдущих циклах:

$$\gamma_{v+1} = \frac{2M\{\bar{\varepsilon}_v(n)^2\}}{2M\{\bar{\varepsilon}_v(n)^2\} + M\{\tilde{\varepsilon}_v(n)^2\}}. \quad (19)$$

Таким образом, оптимальный коэффициент усиления в рассматриваемой адаптивной системе отличается от оптимального коэффициента адаптивной системы [10], величина которого определяется выражением (8).

Теперь рассмотрим задачу определения численных значений входящих в выражение (19) квадратов при работе адаптивной системы по рис.1. Эта задача выполняется с помощью блока статистического анализа БСА следующим образом.

Регистрируются ошибки двух циклов воспроизведения программы. В промежутках между ними изменения в дискретный интегратор не вносятся. Ошибки имеют вид

$$\varepsilon_v(n) = \bar{\varepsilon}_v(n) + \tilde{\varepsilon}_v(n), \quad \varepsilon_{v-1}(n) = \bar{\varepsilon}_{v-1}(n) + \tilde{\varepsilon}_{v-1}(n),$$

а между их параметрами справедливы соотношения:

$$\bar{\varepsilon}_v(n) = \bar{\varepsilon}_{v-1}(n), \quad \tilde{\varepsilon}_v(n) \neq \tilde{\varepsilon}_{v-1}(n), \quad M\{\tilde{\varepsilon}_v(n)^2\} = M\{\tilde{\varepsilon}_{v-1}(n)^2\}.$$

С учетом этих зависимостей формируются сумма и разность зарегистрированных ошибок:

$$\varepsilon_{v-1}(n) + \varepsilon_v(n) = 2\bar{\varepsilon}_v(n) + \tilde{\varepsilon}_v(n) + \tilde{\varepsilon}_{v-1}(n),$$

$$\varepsilon_{v-1}(n) - \varepsilon_v(n) = \tilde{\varepsilon}_v(n) - \tilde{\varepsilon}_{v-1}(n),$$

и вычисляются их средние квадраты:

$$\left. \begin{aligned} M_+ &= M \left\{ [\varepsilon_{v-1}(n) + \varepsilon_v(n)]^2 \right\} = 4M \left\{ [\bar{\varepsilon}_v(n)]^2 \right\} + 2M \left\{ [\tilde{\varepsilon}_v(n)]^2 \right\} \\ M_- &= M \left\{ [\varepsilon_{v-1}(n) - \varepsilon_v(n)]^2 \right\} = 2M \left\{ [\tilde{\varepsilon}_v(n)]^2 \right\} \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

Решив полученную систему уравнений, находим выражения для средних квадратов регулярной и случайной составляющих ошибки:

$$M \left\{ [\bar{\varepsilon}_v(n)]^2 \right\} = \frac{M_+ - M_-}{4}, \quad M \left\{ [\tilde{\varepsilon}_v(n)]^2 \right\} = \frac{M_-}{2}.$$

Подставив полученные значения средних квадратов в формулу (19), и, используя обозначения M_+ и M_- из системы (20), приходим к выражению для оптимального коэффициента усиления в адаптивной системе по рис.1 в функции зарегистрированных ошибок двух циклов воспроизведения программы:

$$\gamma_{v+1} = 1 - \frac{M_-}{M_+} = 1 - \frac{M \left\{ [\varepsilon_{v-1}(n) - \varepsilon_v(n)]^2 \right\}}{M \left\{ [\varepsilon_{v-1}(n) + \varepsilon_v(n)]^2 \right\}}. \quad (21)$$

Сопоставление зависимостей (21) и (9) показывает отличие оптимальных коэффициентов усиления в адаптивной системе по рис.1 и в системе, описанной в [10].

Экспериментальная часть. Эффективность рассматриваемого технического решения в сравнении с известным можно проверить на экспериментах. Из анализа формул (19) и (21) следует, что величина получаемого коэффициента усиления может изменяться в пределах от 0 до 1. Это совпадает с полученным в работе [10] результатом.

Если в регистрируемых ошибках присутствует только одна из составляющих (регулярная или случайная), то оптимальные коэффициенты усиления сопоставляемых систем идентичны. При равенстве нулю регулярной составляющей $M \left\{ [\bar{\varepsilon}_v(n)]^2 \right\} = 0$ и оптимальный коэффициентом будет $\gamma_{v+1} = 0$. При отсутствии случайной составляющей $M \left\{ [\tilde{\varepsilon}_v(n)]^2 \right\} = 0$, а оптимальный коэффициент $\gamma_{v+1} = 1$.

Преимущества рассматриваемого способа вычисления оптимального коэффициента усиления имеют место только в случае одновременного присутствия в ошибке регулярной и случайной составляющих.

Рассмотрим пример.

Пусть в зарегистрированных ошибках средние квадраты регулярной и случайной составляющих имеют значения $M \left\{ [\bar{\varepsilon}_v(n)]^2 \right\} = 0.8$, $M \left\{ [\tilde{\varepsilon}_v(n)]^2 \right\} = 0.2$. Средний квадрат общей ошибки равен сумме квадратов составляющих, т.е. равен единице: $M \left\{ [\varepsilon_{v+1}(n)]^2 \right\} = 1$.

Если корректировку выполнить по предложенному в [10] способу, то оптимальный коэффициент согласно формуле (8) $\gamma_{v+1} = 0.8$, а средний квадрат ошибки уменьшится до $M \left\{ [\varepsilon_{v+1}(n)]^2 \right\} = 0.362$ (формула для вычисления приведена в [10] на стр. 129).

При корректировке же по предлагаемому в данной работе способу оптимальный коэффициент системы составит $\gamma_{v+1} = 0.889$ (по формуле (19)), а средний квадрат общей ошибки будет снижен до $M \left\{ [\varepsilon_{v+1}(n)]^2 \right\} = 0.289$ (по формуле (21)).

Выводы по результатам исследований. Приведенный пример подтверждает преимущество предлагаемого способа адаптивной корректировки управляющих программ перед противопоставленным. Из-за повышения точности каждого цикла корректировки требуется их меньшее количество для доведения точности управления по программе до заданной величины. Тем самым повышается скорость процесса адаптации.

Полученные результаты могут быть использованы при разработке систем автоматизированного проектирования и отладки программ автоматического управления дискретно-непрерывными технологическими процессами.

The way of velocity increasing of convergence of processes of adaptive correctness of controlling programs in a system is considered, adaptive contour of which has discrete integrator, return model of automated model and block of statistical analysis of control errors. For acceleration of process of adaptation it is offered at formation of input signals of discrete integrator use an average value of errors of each two loops of program reproduction.

1. Перельман И.И. Регулирование по принципу самоустанавливающейся программы // Автоматика и телемеханика. – 1958, №9. – С. 813-823.
2. Кобринский А.Е., Колискор А.Ш., Левковский Е.И., Попов В.Е., Сергеев В.И. Самонастраивающаяся система программного управления станками // Вестник АН СССР. – 1965, №9. – С. 52-57.
3. Цыпкин Я.З. Адаптация и обучение в автоматических системах. – М.: Наука, 1968. – 400 с.
4. Логинов Н.В. Методы стохастической аппроксимации // Автоматика и телемеханика. – 1966, №4. – С. 185-203.
5. Костенко Ю.Т., Любчик Л.М. Системы управления с динамическими моделями. Харьков: Основа, 1996. – 212 с.
6. Клименко А.К. О сходимости процессов адаптации в цифровых системах программного управления станками // Сб. «Адаптивные системы управления металлорежущими станками» / Под ред. А.Е. Кобринского, Сер. С-1. — М.: НИИМАШ, 1971.— С.58-67
7. Клименко А.К., Клименко В.Г. Корректирующее устройство. – Авт. свид. СССР №1406563.– Бюллетень изобретений, №24, 1988.
8. Клименко А.К. Обратная модель для решения задач управления и контроля качества / Методы менеджмента качества // Надежность и контроль качества. – 1999 – №8. – С. 32-39.
9. Клименко А.К. Об упрощенном численном конструировании обратной модели динамического объекта// Автоматика. Автоматизация. Электротехнические комплексы и системы. – 2007, №1. – С.16-24.
10. Клименко А.К. Об оптимизации коэффициента усиления в адаптивной системе с обратной моделью // Автоматика. Автоматизация. Электротехнические комплексы и системы. – 2006, №2. – С.125-131.