

СОВРЕМЕННЫЕ ТЕХНИЧЕСКИЕ СРЕДСТВА, КОМПЛЕКСЫ И СИСТЕМЫ

УДК 648.058.602.23

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ ПЕРСПЕКТИВНОГО БИКОНИЧЕСКОГО РЕЗОНАТОРА ДЛЯ СВЧ-УСТРОЙСТВ ПРИ ПЕРЕРАБОТКЕ РАСТИТЕЛЬНОГО СЫРЬЯ

Черевко О.И., Ефремов Ю.И., Одарченко А.М., Одарченко Д.М, Агафонова Ю.Ю.

В Украине наметилась положительная тенденция использования СВЧ-энергии при переработке растительного сырья. Это обусловлено, прежде всего, преимуществами этого подвода энергии, которая позволяет сократить продолжительность технологической обработки, что приводит к снижению расходов топливно-энергетических ресурсов, отсутствия образования канцерогенных веществ, благоприятные санитарно-гигиенические условия работы для персонала и снижению потерь массы при обработке за счет равномерного распределения температурного поля. В этой связи теоретическое обоснование основных характеристик основного конструктивного элемента СВЧ-устройств резонаторов стоит особо остро. Поэтому основной целью статьи является проведение расчета полей в биконическом резонаторе и проведения контроля над диэлектрическими характеристиками растительного сырья, что повысит добротность резонаторов, что, соответственно, резко повысит технологичность в проведении процесса.

Приводим решение предложенной выше математической модели для биконического резонатора, то есть резонатора, центральная часть которого является цилиндром, а торцы – усеченными конусами (рис. 1).

Область II описывается цилиндрическими координатами, поэтому в этой части резонатора можно представить в виде:

$$\frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \psi^{II}}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \psi^{II}}{\partial \varphi} \right) \right] + \frac{\partial^2 \psi^{II}}{\partial z^2} + k^2 \psi^{II} = 0 \quad (1)$$

где ψ^{II} – продольная электрическая (поперечная магнитная) или продольная магнитная (поперечная электрическая) скалярная функция в центральной части II.

Уравнение 1 решается с помощью метода разделения переменных. Предположим, что

$$\psi^{II} = P(r) \cdot \Phi(\varphi) \cdot Z(z), \quad (2)$$

где r, φ, z – текущие координаты цилиндрической системы.

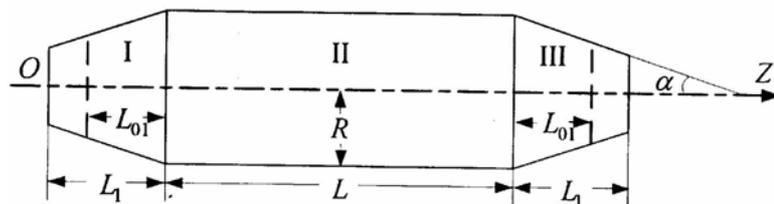


Рис. 1 Схематическое изображение биконического резонатора

Подставим (2) в (1):

$$\frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial P}{\partial r} \right) \Phi \cdot Z + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi} \right) P \cdot Z \right] + \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} P \cdot \Phi + k^2 P \cdot \Phi \cdot Z = 0. \quad (3)$$

Разделив выражение (3) на (2) получаем три независимых уравнения для каждой из неизвестных функций $P(r)$, $\Phi(\varphi)$ и $Z(z)$:

$$\frac{d^2 P}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dP}{dr} + \left[(\kappa^{\text{II}})^2 - \frac{m^2}{r^2} \right] P = 0, \quad (4)$$

$$\frac{d^2 \Phi}{d\varphi^2} + m^2 \Phi = 0, \quad (5)$$

$$\frac{d^2 Z}{dz^2} + (\beta^{\text{II}})^2 Z = 0. \quad (6)$$

Как известно, решением дифференциального уравнения (4) являются функции Бесселя первого $J_m(\kappa^{\text{II}} r)$ и второго $N_m(\kappa^{\text{II}} r)$ рода

$$P(r) = A_1 \cdot J_m(\kappa^{\text{II}} r) + A_2 \cdot N_m(\kappa^{\text{II}} r), \quad (7)$$

где m - число, определяющее порядок данных функций.

Поскольку решение на оси резонатора должно быть конечным, необходимо, учитывая поведение функции Бесселя второго рода при стремящемся к нулю ее аргументе, коэффициент A_2 положить равным нулю. Тогда

$$P(r) = A_1 \cdot J_m(\kappa^{\text{II}} r), \quad (8)$$

где κ^{II} – волновое число.

Дифференциальное уравнение (5) имеет решением функцию

$$\Phi = A_3 \cdot \cos(m \cdot \varphi) + A_4 \cdot \sin(m \cdot \varphi), \quad (9)$$

где m - тоже число, что и в (8).

Выбирая соответствующим образом начало отсчета координаты φ , можно получить $A_4 = 0$. Таким образом,

$$\Phi = A_3 \cdot \cos(m \cdot \varphi). \quad (10)$$

Учитывая, кроме того, что при изменении угла φ на 2π радиан должно быть получено то же самое распределение электромагнитного поля, можно сделать вывод, что m - целое число.

Из уравнения (6) следует, что

$$Z = A_5 e^{-j\beta^{\text{II}}(z-L_1)} + A_6 e^{j\beta^{\text{II}}(z-L_1)}, \quad (11)$$

где β^{II} – продольное волновое число в области II резонатора.

Появление в показателе степени разности $(z - L_1)$ связано с тем, что начало отсчета по оси OZ в области II находится в точке L_1 . Первое слагаемое в выражении (11) характеризует волну, распространяющуюся в положительном направлении оси OZ , второе – в отрицательном.

Подставляя полученные выражения (8), (10) и (11) в (12), получаем продольную скалярную функцию в области II резонатора в цилиндрической системе координат:

$$\psi^{\text{II}} = J_m(\kappa r) \cos(m\varphi) \left[A_5 e^{-j\beta^{\text{II}}(z-L_1)} + A_6 e^{j\beta^{\text{II}}(z-L_1)} \right], \quad (12)$$

где $A'_1 = A_1 - A_3 - A_5$, $A'_2 = A_1 - A_3 - A_6$.

Для вычисления собственных значений оператора или, что то же самое, поперечных волновых чисел, воспользуемся граничными условиями на контуре поперечного сечения, то есть при выполнении равенства $r = R$. Для колебаний типа TM (продольные электрические волны) следует:

$$J_m(\kappa_{TM}^{\Pi} R) = 0, \quad (13)$$

откуда поперечное волновое число κ_{TM} для волн типа TM определяется выражением

$$\kappa_{TM}^{\Pi} = \frac{\mu_{mn}}{R}, \quad (14)$$

где μ_{mn} – n -ый корень функции Бесселя $J_m(\kappa_{TM}^{\Pi} r)$.

Таким образом, продольное волновое число в этом случае определяется выражением:

$$\beta_{TM}^{\Pi} = \sqrt{k^2 - \left(\frac{\mu_{mn}}{R}\right)^2} = \sqrt{\omega^2 \varepsilon \mu - \left(\frac{\mu_{mn}}{R}\right)^2}, \quad (15)$$

где $\omega = 2\pi f$ – круговая частота возбуждающего резонатор электромагнитного поля; ε и μ – абсолютная диэлектрическая и магнитная проницаемость заполнения волновода, соответственно.

Основываясь на граничном условии, получаем из (2) для $r = R$:

$$\frac{dJ_m(\kappa_{TE}^{\Pi} r)}{dr} \Big|_{r=R} = 0, \quad (16)$$

откуда следует, что поперечное волновое число κ_{TE}^{Π} для волн типа TE будет равно:

$$\kappa_{TE}^{\Pi} = \frac{\mu'_{mn}}{R} \quad (17)$$

где μ'_{mn} – n -ый корень производной функции Бесселя первого рода.

Для этого случая продольное волновое число β_{TE}^{Π} определяется из выражения:

$$\beta_{TE}^{\Pi} = \sqrt{k^2 - \left(\frac{\mu'_{mn}}{R}\right)^2} = \sqrt{\omega^2 \varepsilon \mu - \left(\frac{\mu'_{mn}}{R}\right)^2}. \quad (18)$$

Используя полученные в (14), (15), (17), (18) выражения для поперечных и продольных волновых чисел в случае TM и TE волн получаем окончательные выражения для соответствующих собственных скалярных функций в области Π резонатора:

$$\psi_{TM}^{\Pi} = J_m\left(\frac{\mu_{mn}}{R} r\right) \cos(m\varphi) \left[K_1 e^{-j\sqrt{\omega^2 \varepsilon \mu - \left(\frac{\mu_{mn}}{R}\right)^2} (z-L_1)} + K_2 e^{j\sqrt{\omega^2 \varepsilon \mu - \left(\frac{\mu_{mn}}{R}\right)^2} (z-L_1)} \right] \quad (19)$$

$$\psi_{TE}^{\Pi} = J_m\left(\frac{\mu'_{mn}}{R} r\right) \cos(m\varphi) \left[K_3 e^{-j\sqrt{\omega^2 \varepsilon \mu - \left(\frac{\mu'_{mn}}{R}\right)^2} (z-L_1)} + K_4 e^{j\sqrt{\omega^2 \varepsilon \mu - \left(\frac{\mu'_{mn}}{R}\right)^2} (z-L_1)} \right] \quad (20)$$

где K_1, K_2 – неизвестные коэффициенты, которые соответствуют коэффициентам A'_1, A'_2 из выражения (12) в случае ТМ-волн, а K_3, K_4 – в случае ТЕ-волн.

Полученные для области II резонатора решения позволяют перейти теперь к рассмотрению областей I и III, используя тот же метод разделения переменных, что и выше. Будем искать собственную скалярную функцию ψ в виде, аналогичном (12):

$$\psi^{I,II} = P(r) \cdot \Phi(\varphi) \cdot Z(z). \quad (21)$$

Исходя из плавного перехода области II резонатора в область I, а также монотонного изменения поперечного сечения области I можно считать, что в левой части резонатора решения уравнений (4) и (5) будут иметь тот же вид (8) и (10), что и в области II. Но поскольку здесь радиус поперечного сечения является функцией z , то есть

$$R_1(z) = R - (L_1 - z) \operatorname{tg} \alpha, \quad (22)$$

то и

$$\kappa_{TM}^I = \frac{\mu_{mn}}{R - (L_1 - z) \operatorname{tg} \alpha}, \quad (23)$$

$$\kappa_{TE}^I = \frac{\mu'_{mn}}{R - (L_1 - z) \operatorname{tg} \alpha}. \quad (24)$$

Это приводит к тому, что продольные волновые числа $\beta_{TM}^I(z)$ и $\beta_{TE}^I(z)$ будут также функцией продольной координаты z :

$$\beta_{TM}^I(z) = \sqrt{\omega^2 \varepsilon \mu - \left(\frac{\mu_{mn}}{R - (L_1 - z) \operatorname{tg} \alpha} \right)^2}, \quad (25)$$

$$\beta_{TE}^I(z) = \sqrt{\omega^2 \varepsilon \mu - \left(\frac{\mu'_{mn}}{R - (L_1 - z) \operatorname{tg} \alpha} \right)^2}. \quad (26)$$

Для решения уравнения (6) в области I необходимо воспользоваться методом присоединенных функций. Тогда функция $Z(z)$ в случае волны типа ТМ будет иметь вид

$$Z(z) = K_5 \sqrt[4]{\frac{t_{TM}^I(z)}{[\beta_{TM}^I(z)]^2}} v(t_{TM}^I(z)), \quad (27)$$

а для волны типа ТЕ –

$$Z(z) = K_6 \sqrt[4]{\frac{t_{TE}^I(z)}{[\beta_{TE}^I(z)]^2}} v(t_{TE}^I(z)), \quad (28)$$

где K_5, K_6 – неизвестные коэффициенты.

На основании полученных результатов скалярную функцию ψ^I для случаев ТМ и ТЕ-волн, используя выражение (21), можно представить в виде:

$$\psi_{TM}^I = K_5 J_m \left(\frac{\mu_{mn}}{R - (L_1 - z) \operatorname{tg} \alpha} r \right) \cos(m\varphi) \sqrt[4]{\frac{t_{TM}^I(z)}{[\beta_{TM}^I(z)]^2}} v(t_{TM}^I(z)), \quad (29)$$

$$\psi_{TE}^I = K_5 J_m \left(\frac{\mu'_{mn}}{R - (L_1 - z) \operatorname{tg} \alpha} r \right) \cos(m\varphi) \sqrt[4]{\frac{t_{TE}^I(z)}{[\beta_{TE}^I(z)]^2}} v(t_{TE}^I(z)), \quad (30)$$

где

$$t_{TM}^I(z) = - \left(\frac{3}{2} \int_{L_1 - L_{01}}^z \beta_{TM}^I(z) dz \right)^{\frac{2}{3}} =$$

$$= - \left[\frac{3\mu_{mn}}{2\operatorname{tg} \alpha} \left(\arccos F_{TM}^I - \arccos G_{TM}^I - \frac{\sqrt{1 - (F_{TM}^I)^2}}{F_{TM}^I} + \frac{\sqrt{1 - (G_{TM}^I)^2}}{G_{TM}^I} \right) \right]^{\frac{2}{3}}; \quad (31)$$

$$t_{TE}^I(z) = - \left(\frac{3}{2} \int_{L_1 - L_{01}}^z \beta_{TE}^I(z) dz \right)^{\frac{2}{3}} =$$

$$= - \left[\frac{3\mu_{mn}}{2\operatorname{tg} \alpha} \left(\arccos F_{TE}^I - \arccos G_{TE}^I - \frac{\sqrt{1 - (F_{TE}^I)^2}}{F_{TE}^I} + \frac{\sqrt{1 - (G_{TE}^I)^2}}{G_{TE}^I} \right) \right]^{\frac{2}{3}}; \quad (32)$$

$$F_{TM}^I = \frac{\mu_{mn}}{\omega \sqrt{\varepsilon \mu} (R - L_{01} \operatorname{tg} \alpha)};$$

$$G_{TM}^I = \frac{\mu_{mn}}{\omega \sqrt{\varepsilon \mu} (R - (L_1 - z) \operatorname{tg} \alpha)};$$

$$F_{TE}^I = \frac{\mu'_{mn}}{\omega \sqrt{\varepsilon \mu} (R - L_{01} \operatorname{tg} \alpha)};$$

$$G_{TE}^I = \frac{\mu'_{mn}}{\omega \sqrt{\varepsilon \mu} (R - (L_1 - z) \operatorname{tg} \alpha)};$$

В области III резонатора функция ψ^{III} находится из выражений, аналогичных (29), (30), но в этом случае радиус определяется соотношением:

$$R_{III}(z) = R - (z - L - L_1) \operatorname{tg} \alpha \quad (33)$$

Таким образом,

$$\psi_{TM}^{III} = K_7 J_m \left(\frac{\mu_{mn}}{R - (z - L - L_1) \operatorname{tg} \alpha} r \right) \cos(m\varphi) \sqrt[4]{\frac{t_{TM}^{III}(z)}{[\beta_{TM}^{III}(z)]^2}} v(t_{TM}^{III}(z)), \quad (34)$$

$$\psi_{TE}^{III} = K_8 J_m \left(\frac{\mu'_{mn}}{R - (z - L - L_1) \operatorname{tg} \alpha} r \right) \cos(m\varphi) \sqrt[4]{\frac{t_{TE}^{III}(z)}{[\beta_{TE}^{III}(z)]^2}} v(t_{TE}^{III}(z)), \quad (35)$$

где

$$t_{TM}^{III}(z) = - \left(\frac{3}{2} \int_{L+L_1+L_{01}}^z \beta_{TM}^{III}(z) dz \right)^{\frac{2}{3}} =$$

$$= - \left[\frac{3\mu_{mn}}{2tg\alpha} \left(\arccos F_{TM}^{III} - \arccos G_{TM}^{III} - \frac{\sqrt{1-(F_{TM}^{III})^2}}{F_{TM}^{III}} + \frac{\sqrt{1-(G_{TM}^{III})^2}}{G_{TM}^{III}} \right) \right]^{\frac{2}{3}}; \quad (36)$$

$$t_{TE}^{III}(z) = - \left(\frac{3}{2} \int_{L+L_1+L_{01}}^z \beta_{TE}^{III}(z) dz \right)^{\frac{2}{3}} =$$

$$= - \left[\frac{3\mu_{mn}}{2tg\alpha} \left(\arccos F_{TE}^{III} - \arccos G_{TE}^{III} - \frac{\sqrt{1-(F_{TE}^{III})^2}}{F_{TE}^{III}} + \frac{\sqrt{1-(G_{TE}^{III})^2}}{G_{TE}^{III}} \right) \right]^{\frac{2}{3}}; \quad (37)$$

$$F_{TM}^{III} = F_{TM}^I;$$

$$F_{TE}^{III} = F_{TE}^I;$$

$$G_{TM}^{III} = \frac{\mu_{mn}}{\omega\sqrt{\varepsilon\mu} \cdot (R - (z - L - L_1)tg\alpha)};$$

$$G_{TE}^{III} = \frac{\mu_{mn}}{\omega\sqrt{\varepsilon\mu} \cdot (R - (z - L - L_1)tg\alpha)};$$

$$\beta_{TM}^{III}(z) = \sqrt{\omega^2 \varepsilon\mu - \left(\frac{\mu_{mn}}{R - (z - L - L_1)tg\alpha} \right)^2};$$

$$\beta_{Te}^{III}(z) = \sqrt{\omega^2 \varepsilon\mu - \left(\frac{\mu_{mn}}{R - (z - L - L_1)tg\alpha} \right)^2}.$$

Полученные выражения (19), (20), (24), (25), (34), (35) описывают распределение электромагнитного поля во всех трех областях резонатора для случаев ТМ и ТЕ-волн.

Таким образом, теоретическое описание и расчет основных параметров биконического резонатора СВЧ-устройств позволяют констатировать необходимость применения биконического резонатора для непрерывной технологической обработки растительного сырья.

In article the theoretical description and calculation of key parameters the biconical resonator for continuous technological processing vegetative raw material is considered

1. Тихонов А.И., Самарский А.А. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1986. – 724 с.
2. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. – М.: Наука, 1978. – 302 с.
3. Григорьев А.Д., Янкевич В.Б. Резонаторы и резонаторные замедляющиеся системы СВЧ: системные методы расчета и проектирования. – М.: Редко и связь. 1984. – 248 с.