УДК 519.876

ПРОБЛЕМЫ ИНТЕГРАЦИИ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

Рудакова А.В.

Постановка проблемы. Современные производственные системы представляют собой сложные, многосвязные, пространственно распределенные иерархические объекты, функционирующие в условиях переменности их структуры, параметров и режимов работы при многочисленных внешних и внутренних возмущениях как систематического, так и случайного характера. Это большие системы, структура которых постоянно развивается и усложняется, что определяет сложность задач оперативного управления особенно в критических режимах функционирования, которые наблюдаются все чаще. Примером таких систем являются энергетические системы, системы связи и телекоммуникаций, информационные системы и другие.

Анализ последних исследований и публикаций. Современные производственные комплексы являются многоуровневыми структурами из взаимодействующих элементов, объединенных в подсистемы различных уровней.

Сложная система – составной объект, части которого можно рассматривать как отдельные системы, объединенные в единое целое в соответствии с определенными принципами или связанные между собой заданными отношениями. Части сложной системы (подсистемы) можно расчленить (часто лишь условно) на более мелкие подсистемы и так далее вплоть до выделения элементов сложной системы, которые объективно не подлежат дальнейшему расчленению. Свойства сложной системы в целом определяются как свойствами составляющих ее элементов, так и характером взаимодействия между ними [1].

Сложные системы, как правило, обладают свойствами управляемости, наблюдаемости и идентифицируемости, которые позволяют утверждать о возможности поддерживать нормальный режим функционирования системы при различных условиях. Однако, добавление нового компонента в сложную систему, в свою очередь обладающего всеми этими свойствами, не гарантирует сохранения основных свойств в новой системе и после интеграции [2].

К большим системам целесообразно относить сложные системы, фундаментальные свойства которых изменяются при дальнейшем увеличении размерности системы, связанном с ее развитием. При этом происходит качественное изменение их поведения, что вызывает проблемы в управлении такими системами и может привести к прекращению их функционирования. Математическая модель такой большой системы состоит из математических моделей элементов и математических моделей взаимодействия элементов. Взаимодействие элементов рассматривается обычно как результат совокупности воздействий каждого элемента на другие элементы. Совокупность таких свойств как многообъектность, территориальная распределенность объектов и средств управления, а также большое число переменных предъявляют новые требования к теории управления. Решение таких задач как отображение качественных переходов элементов и системы из одного состояния в другие, переходных процессов, оценивание текущего состояния большой системы (идентификация режима функционирования) представляет значительную трудность, что приводит к недопустимым затратам времени при оперативном управлении современными производственными комплексами [3].

При развитии системы, задача определения оптимального управления осложняется как со стороны увеличения размерности, так и со стороны ухудшения фундаментальных свойств системы, таких как устойчивость, управляемость и наблюдаемость. При анализе устойчивости больших систем из-за увеличения размерности возникают те же проблемы.

Таким образом, если при интеграции систем основные свойства в полученной системе сохраняются, можно утверждать, что она опять является сложной, а если основные свойства не сохраняются, то система переходит в класс больших систем. Целесообразно попытаться найти некоторые правила корректного объединения систем с сохранением основных свойств.

Постановка задачи. Целью исследований является формализация описания процедуры интеграции систем, пригодной для разработки методов корректного объединения сложных систем с сохранением основных свойств.

Основная часть. Рассмотрим две полностью управляемые и полностью наблюдаемые системы S_1 и S_2, которые заданы уравнениями состояния вида

$$S_1: \begin{cases} \dot{\vec{x}}_1 = A_1\vec{x}_1 + B_1\vec{v}_1 \\ \vec{y}_1 = C_1\vec{x}_1 + D_1\vec{v}_1 \end{cases}, \qquad S_2: \begin{cases} \dot{\vec{x}}_2 = A_2\vec{x}_2 + B_2\vec{v}_2 \\ \vec{y}_2 = C_2\vec{x}_2 + D_2\vec{v}_2 \end{cases}. \tag{1}$$

Размерности векторов систем обозначим следующим образом

$$\dim\vec{x}_1 = n_1, \quad \dim\vec{y}_1 = r_1, \quad \dim\vec{v}_1 = m_1, \ \dim\vec{x}_2 = n_2, \ \dim\vec{y}_2 = r_2, \ \dim\vec{v}_2 = m_2.$$

Вследствие чего, размерности матриц в уравнениях состояния (1) систем примут следующие значения:

$$\dim A_1 = n_1 \times n_1, \ \dim B_1 = n_1 \times m_1, \ \dim C_1 = r_1 \times n_1, \ \dim D_1 = r_1 \times m_1,$$

$$\dim A_2 = n_2 \times n_2, \ \dim B_2 = n_2 \times m_2, \ \dim C_2 = r_2 \times n_2, \ \dim D_2 = r_2 \times m_2.$$

В результате интеграции систем S_1 и S_2 может быть образована система S, в виде:

$$S: \begin{cases} \dot{\vec{x}} = A\vec{x} + B\vec{v} \\ \vec{y} = C\vec{x} + D\vec{v} \end{cases}, \tag{2}$$

где вектор состояния $\vec{x} = \begin{pmatrix} \vec{x}_1 \\ \vec{x}_2 \end{pmatrix}$, $\dim\vec{x} = n = n_1 + n_2$, вектор выходов $\vec{y}$, $\dim\vec{y} = r$, и вектор входов $\vec{v}$, $\dim\vec{v} = m$.

Размерности матриц новой системы примут вид:

$$\dim A = (n_1 + n_2) \times (n_1 + n_2), \ \dim B = (n_1 + n_2) \times m, \ \dim C = r \times (n_1 + n_2), \ \dim D = r \times m.$$

Интеграцию систем S_1 и S_2 проведем простым объединением их уравнений состояния с учетом дополнительных входных воздействий, обусловленных наличием новых коммутационных связей между входами и выходами исходных систем, которые можно задать в виде матрицы коммутации K_{vy}, $\dim K_{vy} = (m_1 + m_2) \times (r_1 + r_2)$.

$$\begin{pmatrix} \dot{\vec{x}}_1 \\ \dot{\vec{x}}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_1 & 0 \\ 0 & A_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{x}_1 \\ \vec{x}_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B_1 & 0 \\ 0 & B_2 \end{pmatrix} \left[\begin{pmatrix} \vec{v}_1 \\ \vec{v}_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \vec{v}_{1y} \\ \vec{v}_{2y} \end{pmatrix} \right], \tag{3}$$

$$\begin{pmatrix} \vec{y}_1 \\ \vec{y}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_1 & 0 \\ 0 & C_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{x}_1 \\ \vec{x}_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} D_1 & 0 \\ 0 & D_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{v}_1 \\ \vec{v}_2 \end{pmatrix}, \tag{4}$$

 ISBN 7-776-8361-7

где

$$\begin{pmatrix} \vec{v}_{1y} \\ \vec{v}_{2y} \end{pmatrix} = K_{vy} \cdot \begin{pmatrix} \vec{y}_1 \\ \vec{y}_2 \end{pmatrix}. \tag{5}$$

Следует также учитывать возможность переопределения векторов входов и выходов новой системы в виде

$$\begin{pmatrix} \vec{v}_1 \\ \vec{v}_2 \end{pmatrix} = K_v \cdot \vec{v}\,, \quad \vec{y} = K_y \cdot \begin{pmatrix} \vec{y}_1 \\ \vec{y}_2 \end{pmatrix}, \tag{6}$$

где K_v - матрица связей, задаваемых между векторами входов исходных систем $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$ с вектором входов новой системы $\vec{v}$, $\dim K_v = (m_1 + m_2) \times m$; K_y - матрица связи между вектором выхода новой системы $\vec{y}$ с векторами выходов исходных систем $\vec{y}_1$ и $\vec{y}_2$, $\dim K_y = r \times (r_1 + r_2)$.

Подстановка соотношений (5) и (6) в (3) приводит к следующим выкладкам:

$$\begin{pmatrix} \dot{\vec{x}}_1 \\ \dot{\vec{x}}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_1 & 0 \\ 0 & A_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{x}_1 \\ \vec{x}_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B_1 & 0 \\ 0 & B_2 \end{pmatrix} \cdot \left(\begin{pmatrix} \vec{v}_1 \\ \vec{v}_2 \end{pmatrix} + K_{vy} \begin{pmatrix} \vec{y}_1 \\ \vec{y}_2 \end{pmatrix} \right) =$$

$$= \begin{pmatrix} A_1 & 0 \\ 0 & A_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{x}_1 \\ \vec{x}_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B_1 & 0 \\ 0 & B_2 \end{pmatrix} \cdot \left[\begin{pmatrix} \vec{v}_1 \\ \vec{v}_2 \end{pmatrix} + K_{vy} \left(\begin{pmatrix} C_1 & 0 \\ 0 & C_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{x}_1 \\ \vec{x}_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} D_1 & 0 \\ 0 & D_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{v}_1 \\ \vec{v}_2 \end{pmatrix} \right) \right] =$$

$$= \begin{pmatrix} A_1 & 0 \\ 0 & A_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{x}_1 \\ \vec{x}_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B_1 & 0 \\ 0 & B_2 \end{pmatrix} \cdot \left[K_v \cdot \vec{v} + K_{vy} \left(\begin{pmatrix} C_1 & 0 \\ 0 & C_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{x}_1 \\ \vec{x}_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} D_1 & 0 \\ 0 & D_2 \end{pmatrix} \cdot K_v \cdot \vec{v} \right) \right],$$

В результате уравнения состояния новой системы получаются в виде

$$\begin{gathered} \dot{\vec{x}} = \left[\begin{pmatrix} A_1 & 0 \\ 0 & A_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B_1 & 0 \\ 0 & B_2 \end{pmatrix} \cdot K_{vy} \cdot \begin{pmatrix} C_1 & 0 \\ 0 & C_2 \end{pmatrix} \right] \vec{x} + \\ + \begin{pmatrix} B_1 & 0 \\ 0 & B_2 \end{pmatrix} \cdot \left[K_v + K_{vy} \cdot \begin{pmatrix} D_1 & 0 \\ 0 & D_2 \end{pmatrix} \cdot K_v \right] \cdot \vec{v} \end{gathered}, \tag{7}$$

$$\vec{y} = K_y \cdot \begin{pmatrix} C_1 & 0 \\ 0 & C_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{x}_1 \\ \vec{x}_2 \end{pmatrix} + K_y \cdot \begin{pmatrix} D_1 & 0 \\ 0 & D_2 \end{pmatrix} \cdot K_v \cdot \vec{v}\,. \tag{8}$$

Согласно (7) и (8), матрицы уравнений состояния новой системы S, полученной в результате интеграции систем S_1 и S_2, формируются так

$$A = \begin{pmatrix} A_1 & 0 \\ 0 & A_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B_1 & 0 \\ 0 & B_2 \end{pmatrix} \cdot K_{vy} \cdot \begin{pmatrix} C_1 & 0 \\ 0 & C_2 \end{pmatrix}, \tag{9}$$

$$B = \begin{pmatrix} B_1 & 0 \\ 0 & B_2 \end{pmatrix} \cdot \left[K_v + K_{vy} \cdot \begin{pmatrix} D_1 & 0 \\ 0 & D_2 \end{pmatrix} \cdot K_v \right], \tag{10}$$

$$C = K_y \cdot \begin{pmatrix} C_1 & 0 \\ 0 & C_2 \end{pmatrix}, \tag{11}$$

$$D = K_y \cdot \begin{pmatrix} D_1 & 0 \\ 0 & D_2 \end{pmatrix} \cdot K_v . \tag{12}$$

Так как обычно при интеграции систем внутренние связи между входами и выходами в подсистемах не перекоммутируются, то матрица коммутации может быть представлена в виде

$$K_{vy} = \begin{pmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & K_{12} \\ K_{21} & 0 \end{pmatrix}, \tag{13}$$

где подматрица K_{12} описывает коммутацию входов $\vec{v}_1$ системы S_1 с выходами $\vec{y}_2$ системы S_2, а подматрица K_{21} описывает коммутацию входов $\vec{v}_2$ системы S_2 с выходами $\vec{y}_1$ системы S_1. Тогда выражения (9) и (10) могут быть упрощены следующим образом:

$$A = \begin{pmatrix} A_1 & 0 \\ 0 & A_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B_1 & 0 \\ 0 & B_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & K_{12} \\ K_{21} & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} C_1 & 0 \\ 0 & C_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_1 & B_1 K_{12} C_2 \\ B_2 K_{21} C_1 & A_2 \end{pmatrix}, \tag{14}$$

$$B = \begin{pmatrix} B_1 & 0 \\ 0 & B_2 \end{pmatrix} \cdot \left[I + \begin{pmatrix} 0 & K_{12} \\ K_{21} & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} D_1 & 0 \\ 0 & D_2 \end{pmatrix} \right] \cdot K_v = \begin{pmatrix} B_1 & B_1 K_{12} D_2 \\ B_2 K_{21} D_1 & B_2 \end{pmatrix} \cdot K_v . \tag{15}$$

Рассмотрим объединение (композицию) двух систем на примере.

Уравнения состояния систем S_1 и S_2 имеют вид:

$$S_1 : \begin{cases} \dot{x}_1 = -x_1 + v_1 \\ y_1 = x_1 + v_1 \end{cases}, \qquad S_2 : \begin{cases} \dot{x}_2 = -2x_2 + v_2 \\ y_2 = x_2 \end{cases}. \tag{16}$$

Для интеграции двух систем в одну определим коммутационные связи следующим образом

$$v = v_1 ,\ v_2 = y_1 \text{ и } y = y_2 - y_1 . \tag{17}$$

Структурная схема системы, полученной в результате интеграции систем S_1 и S_2, приведена на рис.1.

ISBN 7-776-8361-7

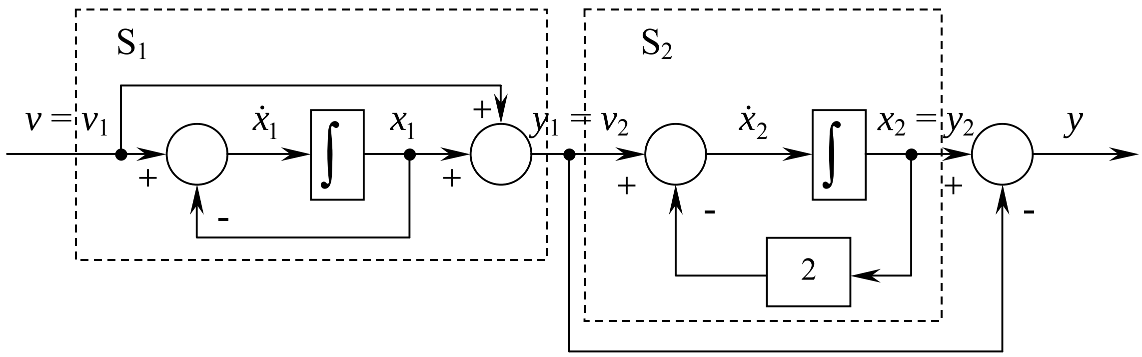

Рис. 1 Структурная схема интегрированной системы

Коммутационные связи можно записать как

$$\begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot v = K_v \cdot v, \qquad y = \begin{pmatrix} -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = K_y \cdot \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} v_{1y} \\ v_{2y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = K_{vy} \cdot \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}. \tag{18}$$

Матрицы коммутаций имеют вид

$$K_v = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \; K_y = \begin{pmatrix} -1 & 1 \end{pmatrix}, \; K_{vy} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}. \tag{19}$$

Матрицы уравнений состояния новой системы, определенные по выражениям (9)-(12) имеют вид

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -1 \end{pmatrix}. \tag{20}$$

Уравнения состояния новой системы запишутся следующим образом

$$\begin{pmatrix} \vec{\dot{x}}_1 \\ \vec{\dot{x}}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \vec{v},$$

$$\vec{y} = \begin{pmatrix} -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} - v \tag{21}$$

или

$$\dot{x}_1 = -x_1 + v,$$
$$\dot{x}_2 = x_1 - 2x_2 + v,$$
$$y = -x_1 + x_2 - v. \tag{22}$$

Уравнения состояния новой системы (22), полученные по изложенной выше методике, полностью соответствуют структурной схеме системы, изображенной на рис. 1.

Анализ свойств управляемости и наблюдаемости новой системы (21) показывает, что система, полученная в результате интеграции двух полностью управляемых и полностью наблюдаемых систем S_1 и S_2, оказалась не полностью управляемой и не полностью наблюдаемой.

Выводы. При интеграции систем отмечается изменение динамики их поведения, что обусловлено взаимным влиянием исходных систем из-за наличия коммутационных связей, соединяющих выходы одних подсистем с входами других подсистем.

Новые межсистемные связи существенно влияют на изменение структуры матриц, описывающих интегрированную систему в пространстве состояний.

Дальнейший анализ матриц новой системы, полученных в виде (14), (15), (11), (12), позволит определить правила корректной интеграции сложных систем с возможностью сохранения основных свойств.

In article are considered questions to formalizations of the description of the procedure to systems integrations suitable to development of the methods to correct composition of the complex systems with keeping main characteristic. The Broughted methods of the getting of the equations of the new system state with accounting for new relationships, determined at integrations. The Certain influence new relationships between systems on change the matrixes structure, describing system in state space.

1. Словарь по кибернетике: Св. 2000 ст. /Под ред. В. С. Михалевича.— 2-е изд.— К.: Гл. ред. УСЭ им. М. П. Бажана, 1989.— 751 с.

2. Деруссо П., Рой Р., Клоуз Ч. Пространство состояний в теории управления. – М.: Наука, 1970. – 576с.

3. Методы робастного, нейро-нечеткого и адаптивного управления. / Под ред. Н.Д. Егупова. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. – 744с.

 ISBN 7-776-8361-7