

## МЕТОД ПРОГНОЗУВАННЯ ЗАГАЛЬНИХ І МІСЦЕВИХ ДЕФОРМАЦІЙ ПІДМОСТОВИХ РУСЕЛ З УРАХУВАННЯМ ПРОЦЕСІВ У ПРИДОННІЙ ОБЛАСТІ

**Анотація.** В статті представлено метод прогнозування загальних і місцевих руслових деформацій у зоні впливу мостових переходів, ґрунтуючись на положеннях механіки неоднорідних середовищ. У математичних моделях для придонної області руслового потоку в комплексі з замикаючими рівняннями враховано умови руху потоку, що набігає на мостову опору.

**Ключові слова:** мостовий перехід, теорія неоднорідних потоків, загальний розмив, місцевий розмив, зависенесний русловий потік, моделі турбулентності.

**Аннотация.** В статье представлено метод прогнозирования общих и местных русловых деформаций в зоне влияния мостовых переходов на основе положений механики неоднородных сред. В математических моделях для придонной области руслового потока в комплексе с замыкающими уравнениями учтено условия движения потока, который набегает на мостовую опору.

**Ключевые слова:** мостовой переход, теория неоднородных потоков, общий размыв, местный размыв, взвесенесущий русловой поток, модели турбулентности.

**Annotation.** The paper presents a predicting method of the general and local channel deformations in the zone of bridges influence on the basis of the mechanics of inhomogeneous medium. Mathematical models for the bottom of channel flow in conjunction with closing the equations is taken into account the conditions of flow, which is incident on a bridge support.

**Keywords:** bridge, theory of inhomogeneous flows, the total erosion, local erosion, suspensions bearing flow, turbulence model.

### Постановка проблеми

Останні катастрофічні паводки в Західних областях України висвітлили суттєві прогалини при проектуванні закладання фундаментів мостових опор, що призвело до руйнування багатьох мостових споруд. Оскільки, вивчення закономірностей руху наносів, що обумовлене особливостями турбулентного,

анізотропного стану природних потоків, пов'язане з рішенням таких важливих питань, як визначення строків експлуатаційної надійності гідротехнічних споруд.

При розрахунку руслових деформацій на мостових переходах важливо встановити не тільки середні глибини, але і максимальні, такі, що визначають необхідну глибину закладання основ опор мосту. При визначенні розмірів руслових деформацій повинні враховуватися: природні зміни русла, які відповідають типу руслового процесу річки; загальні розмиви, що з'являються внаслідок стискання водотоку підходами до мосту – це призводить до збільшення елементарних витрат води на вертикалях підмостового перетину; місцеві розмиви біля опор мосту, що виникають при локальній зміні гідравлічної структури потоку навколо обтічних ним перешкод.

**Аналіз досліджень і публікацій.** У роботах [1-3] запропоновані методи розрахунку загальних деформацій підмостових русел гідромеханічного напрямку, що ґрунтуються на спільному рішенні рівнянь планової задачі й одновимірного рівняння балансу наносів, які застосовується послідовно до виділених елементарних струмків плану течії руслової частини потоку. Хоча такий підхід є суттєвим кроком у розвиток і удосконалювання методів розрахунку загальних деформацій, однак він не враховує поперечного переносу наносів на швидкісну структуру потоку і, як наслідок, на розміри загальних деформацій русла.

Також запропонований ряд методів, пов'язаних із введенням у вихідні рівняння переносу сукупності спрощених припущень і різних емпіричних співвідношень для обліку додаткових факторів (розширення русла, неоднорідності ґрунтів, їхньої шаруватості та ін.), а також з використанням різних способів рішення прийнятої системи рівнянь – аналітичних і чисельних. При цьому деякі методи [2, 3] дозволяють уникнути ряд обмежень – таких, як нестационарність течії, рівномірність зміни відміток дна на розрахунковій ділянці та ін.

Труднощі у розвитку гідромеханічних методів пов'язані зі складністю математичних моделей процесу руслових деформацій, унаслідок чого аналітичні способи вирішення системи рівнянь загального розмиву найчастіше виявляються неможливими, а прийняття спрощених гіпотез не дозволяє враховувати багато дуже істотних факторів, що впливають на процес загальних деформацій.

В роботах [4, 5] представлено методи розрахунку гідродинамічних характеристик руслових та заплавних потоків у зоні впливу мостових переходів, ґрунтуючись на положеннях механіки неоднорідних середовищ. В рамках дискретної концепції автором детально розглянуто сили, що діють на наноси, отримано математичну модель для придонної області руслового потоку, яка окремо описує: рух твердої фази та рух рідкої фази в комплексі з замикаючими рівняннями, що враховують стан потоку та інерційність руслових структур. Для заплавних ділянок запропоновано систему рівнянь, яка враховує наявність зависі та вплив опору від рослинності на динаміку потоку.

Мостові опори є спорудами певної (переважно простої) геометричної форми, біля них і за ними завжди виникають істотні місцеві переформування ґрунту. Місцеві розмиви біля опор переважно бувають зосередженого типу і пов'язані з розвитком місцевих гвинтоподібних течій біля основи опори [6]. Причому розміщення максимуму швидкості у цій частині русла зміщене до самої опори і до дна [7, 8]. Детальні дослідження мостових опор проводились рядом авторів, зокрема [8 – 10], а поглиблене вивчення структури потоку біля опори у дна – також у роботі [8].

Журавльов М.М., беручи до уваги зібрані ним фактичні (натурні та лабораторні) дані [8], розглянув явище місцевого розмиву на критеріальному та феноменологічному рівнях. Автор також провів аналіз гідрологічних, руслових і антропогенних факторів, які впливають на розмив, і запропонував у результаті дві розрахункові формули:

- для транспортуючого наноси потоку, коли його швидкість  $U_0$  більша за нерозмивну  $U_{\text{нерозм}}$ ,
- для освітленого потоку, коли  $U_0$  не перевищує значення  $U_{\text{нерозм}}$ :

Мартиненко А.А. отримує ряд залежностей для визначення глибин розмиву біля опор при різних режимах руху донних наносів. При цьому розглядаються три різні режими: рух донних наносів не відбувається ( $U_0 < U_{\text{нерозм}}$ ); має місце зрушення окремих часток ( $U_{\text{нерозм}} < U_0 < 1,3U_{\text{нерозм}}$ ); відбувається масовий змив часток ґрунту ( $U_0 > 1,3U_{\text{нерозм}}$ ).

Предметом теоретичного та експериментального дослідження Петрова М.М. [10] було також вивчення процесу розмиву в часі у залежності від швидкостей потоку, діаметрів часток ґрунту, параметрів опори і ступеня нестационарності потоку. Особливе місце у його, переважно експериментальній роботі, займає

дослідження часу стабілізації розмиву та інтенсивності наростання глибини розмиву у часі.

Питання надійного визначення глибини воронки місцевого розмиву ще не має остаточного рішення, а рекомендації різних авторів значно різняться один від одного. Основною причиною такого положення є різний підхід окремих авторів до питання визначення тих розрахункових умов, у яких відбувається розвиток і формування місцевого розмиву.

**Мета роботи** полягає в розробці методу прогнозування загального і місцевого розмивів в зоні впливу мостових переходів на основі положень механіки неоднорідних середовищ, який дозволить враховувати особливості динамічних процесів, що відбуваються в придонній області та визначати необхідні запаси при призначенні генеральних розмірів мостових споруд.

**Отримані наукові результати.** Автором, в роботі [5], для придонної області неоднорідного потоку в наближенні до тонкого шару отримана система рівнянь (1 - 6) для зависеного середовища, яка дозволяє описувати рух часток наносів у руслах з пасмовою структурою дна. При обтіканні мостової опори виникає місцеве порушення структури у придонній області, врахувати яке можна через динамічні характеристики набігаючого потоку та безпосередні розміри споруди, шляхом включення у модельні рівняння (2), (3), (5), (6) сили опору при обтіканні мостових опор. Таким чином, представимо в системі координат  $Ox_1x_3$  рівняння переносу двофазного руслового потоку для придонної області в зоні впливу мостових опор:

- для твердої фази

$$\frac{\partial \bar{W}_1 \bar{\rho}_s}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho}_s \bar{W}_1 \bar{W}_1}{\partial x_1} + \frac{\partial \bar{\rho}_s \bar{W}_3 \bar{W}_1}{\partial x_3} - \frac{\partial \bar{\rho}_s \bar{W}_z \bar{W}_1}{\partial x_3} = - \frac{\partial \bar{\rho}_s \bar{W}_1 \bar{W}_3''}{\partial x_3} + \alpha_m (\bar{F}_{D1} + \bar{F}_{L1} + \bar{F}_{\omega 1} + \bar{F}_{pier1}), \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{W}_3 \bar{\rho}_s}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho}_s \bar{W}_1 \bar{W}_3}{\partial x_1} - \frac{\partial \bar{\rho}_s \bar{W}_1 \bar{W}_z}{\partial x_1} + \frac{\partial \bar{\rho}_s \bar{W}_3 \bar{W}_3}{\partial x_3} - 2 \frac{\partial \bar{\rho}_s \bar{W}_3 \bar{W}_z}{\partial x_3} + \frac{\partial \bar{\rho}_s \bar{W}_z \bar{W}_z}{\partial x_3} = \\ - \frac{\partial}{\partial x_3} \bar{\rho}_s \left( \bar{W}_3^{\bar{n}} + \left( \bar{W}_3^{\bar{n}} \right)_{imp} \right) - \alpha_m \bar{F}_{GS} + \alpha_m (\bar{F}_{D3} + \bar{F}_{L3} + \bar{F}_{\omega 3} + \bar{F}_{pier3}), \end{aligned} \quad (2)$$

- для несного середовища

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{\rho}_L \bar{V}_1}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho}_L \bar{V}_1 \bar{V}_1}{\partial x_1} + \frac{\partial \bar{\rho}_L \bar{V}_3 \bar{V}_1}{\partial x_3} = - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_1} + \frac{\partial}{\partial x_3} \left( \mu_{LS} \frac{\partial \bar{V}_1}{\partial x_3} \right) - \frac{\partial \bar{\rho}_L \bar{V}_1 \bar{V}_3''}{\partial x_3} \\ - (1 - \alpha_m C_m / a_s) (\bar{F}_{D1} + \bar{F}_{L1} + \bar{F}_{\omega 1} + \bar{F}_{pier1}), \end{aligned} \quad (3)$$

$$\frac{\partial \overline{\rho_L \tilde{V}_3}}{\partial t} + \frac{\partial \overline{\rho_L \tilde{V}_1 \tilde{V}_3}}{\partial x_1} + \frac{\partial \overline{\rho_L \tilde{V}_3 \tilde{V}_3}}{\partial x_3} = -\frac{\partial \overline{p}}{\partial x_3} + \frac{4}{3} \frac{\partial}{\partial x_3} \left( \mu_{SL} \frac{\partial \tilde{V}_3}{\partial x_3} \right) - \frac{\partial \overline{\rho_L V_3^{\prime 2}}}{\partial x_3} - \alpha_m \frac{C_m}{a_s} F_{GS} - \quad (4)$$

$$- F_{GL} - (1 - \alpha_m C_m / a_s) (\tilde{F}_{D3} + \tilde{F}_{L3} + \tilde{F}_{\omega 3} + \tilde{F}_{pier3}).$$

де  $t$  – час;  $x_1, x_3$  – координати, відповідно у поздовжньому та вертикальному напрямках;  $\tilde{V}_1, \tilde{V}_3, \tilde{W}_1, \tilde{W}_3$  – усереднені складові швидкостей несного середовища та множини часток наносів;  $\tilde{W}_z$  – гідравлічна крупність часток наносів;  $p$  – гідродинамічний тиск,  $\mu_{SL}$  – динамічна в'язкість в придонному шарі руслового потоку;  $C_m$  – коефіцієнт приєднаної маси;  $\overline{\rho_s}$  – маса множини часток, визначається на основі мутності потоку  $\overline{S}$ ;  $\overline{\rho_L}$  – густина несного середовища;  $\alpha_m, a_s$  – коефіцієнти;  $\overline{V_1 V_3^{\prime 2}}, \overline{V_3^{\prime 2}}$  – турбулентні напруги несного середовища, дотичні та нормальні;  $\overline{W_1 W_3^{\prime 2}}, \overline{W_3^{\prime 2}}, (\overline{W_3^{\prime 2}})_{imp}$  – кореляції пульсацій твердої фази за рахунок впливу турбулентного стану несного середовища, та контактної взаємодії з дном.

В рівняннях (1-4) враховані

- проєкції *сили тяжіння* з врахуванням дії сили Архімеда, відповідно, для рідкої  $\overline{F}_{GL}$  та твердої фази  $\overline{F}_{GS}$ ;

- *сила приєднаних мас* за припущенням, що приєднана рідина рухається зі швидкістю часток наносів  $F_m$ ;

- *сили міжфазної взаємодії*  $\tilde{F}_{Di}, \tilde{F}_{Li}, \tilde{F}_{\omega i}$ , а саме складові *сили опору руху*  $\tilde{F}_{Di}$ , яка утворена тиском та силами тертя в'язкого придонного шару *підйомна сила*  $\tilde{F}_{Li}$ , яка обумовлена головним чином підвищенням по направленню від дна поздовжньої швидкості, яка несиметрично омиває частки наносів *сила Магнуса*  $\tilde{F}_{\omega i}$ , що може суттєво впливати на динаміку руху часток, які обертаються в процесі сальтації, оскільки її величину можна порівнювати з величиною сили опору [11].

На відміну від розглянутих вище складових сил, розподіл яких розглядається по всьому розрахунковому об'єму потоку, сила опору при обтіканні мостових опор призводить до локального порушення структури річного потоку. Місцеве порушення структури потоку, при обтіканні мостової опори, можна виразити через динамічні характеристики набігаючого потоку та безпосередні розміри споруди. На підставі досліджень Г.Шліхтінга,

К.Вігхардта, І.О. Ярославцева [12 - 14] отримано вираз для усередненої складової сили опору при обтіканні мостових опор:

$$F_{pier} = \frac{1}{2} \rho_{SL} C_{pier} s_{pier} U_{SL}^2, \quad (5)$$

де  $C_{pier}$  – коефіцієнт опору, який визначається за експериментальними дослідженнями, для випадку опору при обтіканні нескінченного циліндра  $C_{pier} = 1,2$ , згідно [15];

$s_{pier}$  – міделева площа мостової опори, яка обтікається потоком.

У тонкому шарі потоку, певної області навколо опор, висотою  $\Delta x_3$  та, відповідно, об'ємом  $q_{pier} = B_{pier} L_{pier} \Delta x_3$  міделева площа при обтіканні опори складає

$$s_{pier} = \frac{K_f l_{pier} b_{pier}}{B_{pier} L_{pier} \Delta x_3}, \quad (6)$$

де  $K_f$  – коефіцієнти форми опори, для незатоплених мостових опор визначаються за даними [8];

$l_{0pier}$  – довжина опори, при косому набіганні потоку  $l_{pier} = l_{0pier} \cos \alpha_{pier}$ ;

$b_{0pier}$  – ширина опори, при нормальному набіганні потоку  $b_{pier} = b_{0pier}$ , при косому набіганні потоку  $b_{pier} = l_{0pier} \sin \alpha_{pier} + b_{0pier} \cos \alpha_{pier}$ ;

$\alpha_{pier}$  – кут набігання потоку на мостову опору.

Запишемо вектор сили опору при обтіканні мостових опор –

$$\bar{F}_{pier} = \frac{1}{2} \rho_{SL} \frac{C_{pier} K_f l_{pier} b_{pier}}{B_{pier} L_{pier} \Delta x_3} |\bar{U}| \bar{U}_i, \quad (7)$$

та, відповідно, усереднену складову –

$$\tilde{F}_{pier} = \frac{1}{2} \rho_{SL} \frac{C_{pier} K_f l_{pier} b_{pier}}{B_{pier} L_{pier} \Delta x_3} (\tilde{U} \tilde{U}_i + \tilde{U}_j \bar{U}_j^* \tilde{U}_i^* \tilde{U}^{-1}). \quad (8)$$

Представимо проєкції усередненої складової сили опору при обтіканні мостових опор для придонної області руслового потоку:

на вісь  $OX_1$

$$\bar{F}_{pier1} = \frac{1}{2} \rho_{SL} \frac{C_{pier} K_f l_{pier} b_{pier}}{B_{pier} L_{pier} \Delta x_3} (\bar{U} \bar{U}_1 + \bar{U}_1 \bar{U}_1^{\bar{n}} \bar{U}^{-1} + \bar{U}_3 \bar{U}_3^{\bar{n}} \bar{U}^{-1}) \quad (9)$$

та на вісь  $OX_3$

$$\bar{F}_{pier3} = \frac{1}{2} \rho_{SL} \frac{C_{pier} K_f l_{pier} b_{pier}}{B_{pier} L_{pier} \Delta x_3} (\bar{U} \bar{U}_3 + \bar{U}_1 \bar{U}_1^{\bar{n}} \bar{U}_3 \bar{U}^{-1} + \bar{U}_3 \bar{U}_3^{\bar{n}} \bar{U}^{-1}) \quad (10)$$

Відповідний комплекс замикаючих математичних моделей для двофазного придонного потоку на руслових ділянках мостових переходів (17), (18), (20), (21), який представлено в роботі [6], також доповнюється додатковими дисипативними членами, обумовлених силою опору при обтіканні мостових опор  $\overline{V_k^{\bar{n}} F_{pierj}^{\bar{n}}}$ ,  $\frac{\partial f_{pierk}^{\bar{n}}}{\partial x_j} \frac{\partial V_k^{\bar{n}}}{\partial x_j}$ . Представимо модифіковану  $k-\varepsilon$  модель турбулентності

несного середовища в системі координат  $OX_1 X_3$

$$\begin{aligned} \frac{\partial K_L}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{V}_1 K_L}{\partial x_1} + \frac{\partial \tilde{V}_3 K_L}{\partial x_3} &= \frac{\partial}{\partial x_1} \left[ \overline{\mu_{SL}} \frac{\partial}{\partial x_1} \left( \frac{K_L}{\rho_L} \right) + \frac{v_t}{\sigma_K} \frac{\partial K_L}{\partial x_1} \right] + \frac{\partial}{\partial x_3} \left[ \overline{\mu_{SL}} \frac{\partial}{\partial x_3} \left( \frac{K_L}{\rho_L} \right) + \frac{v_t}{\sigma_K} \frac{\partial K_L}{\partial x_3} \right] \\ &- \left( \overline{\rho_L V_1^{\bar{n}}} \right) \frac{\partial \tilde{V}_1}{\partial x_1} - \left( \overline{\rho_L V_3 V_3^{\bar{n}}} \right) \frac{\partial \tilde{V}_3}{\partial x_3} - \left( \overline{\rho_L V_3^{\bar{n}}} \right) \frac{\partial \tilde{V}_3}{\partial x_3} - E_L - \left( 1 - \frac{\alpha_m C_m}{a_s} \right) \left( \overline{V_1^{\bar{n}} F_1^{\bar{n}}} + \overline{V_3^{\bar{n}} F_3^{\bar{n}}} + \overline{V_1^{\bar{n}} F_{pier1}^{\bar{n}}} + \overline{V_3^{\bar{n}} F_{pier3}^{\bar{n}}} \right) \\ \frac{\partial \varepsilon_L}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{V}_1 \varepsilon_L}{\partial x_1} + \frac{\partial \tilde{V}_3 \varepsilon_L}{\partial x_3} &= \frac{\partial}{\partial x_1} \left( v_{SL} \frac{1}{3} \frac{\partial \varepsilon_L}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_3} \left( v_{SL} \frac{1}{3} \frac{\partial \varepsilon_L}{\partial x_3} \right) + 2 \left[ \frac{\partial}{\partial x_1} \left( v_{SL} \frac{\partial \varepsilon_L}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_3} \left( v_{SL} \frac{\partial \varepsilon_L}{\partial x_3} \right) \right] + \\ &+ C_{\varepsilon 4} \left( \frac{\partial}{\partial x_1} \left[ \frac{k_L}{\varepsilon_L} \left( \overline{V_1 V_1^{\bar{n}}} \right) \frac{\partial \varepsilon_L}{\partial x_1} \right] + \frac{\partial}{\partial x_1} \left[ \frac{k_L}{\varepsilon_L} \left( \overline{V_1 V_3^{\bar{n}}} \right) \frac{\partial \varepsilon_L}{\partial x_3} \right] + \frac{\partial}{\partial x_3} \left[ \frac{k_L}{\varepsilon_L} \left( \overline{V_3 V_1^{\bar{n}}} \right) \frac{\partial \varepsilon_L}{\partial x_1} \right] + \frac{\partial}{\partial x_3} \left[ \frac{k_L}{\varepsilon_L} \left( \overline{V_3 V_3^{\bar{n}}} \right) \frac{\partial \varepsilon_L}{\partial x_3} \right] \right) - \\ &- C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon_L}{k_L} \left( \left( \overline{V_1 V_1^{\bar{n}}} \right) \frac{\partial \tilde{V}_1}{\partial x_1} + \left( \overline{V_1 V_3^{\bar{n}}} \right) \frac{\partial \tilde{V}_1}{\partial x_3} + \left( \overline{V_3 V_1^{\bar{n}}} \right) \frac{\partial \tilde{V}_3}{\partial x_1} + \left( \overline{V_3 V_3^{\bar{n}}} \right) \frac{\partial \tilde{V}_3}{\partial x_3} \right) - C_{\varepsilon 2} f_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon_L}{k_L} \left[ \varepsilon_L - 2 v_{SL} \left( \frac{\partial \sqrt{k_L}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sqrt{k_L}}{\partial x_3} \right)^2 \right] + \\ &+ C_{\varepsilon 3} v_{SL} \frac{k_L}{\varepsilon_L} \left\{ \left( \overline{V_1^{\bar{n}}} \right) \left[ \frac{\partial^2 \tilde{V}_1}{\partial x_1^2} \left( \frac{\partial^2 \tilde{V}_1}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 \tilde{V}_1}{\partial x_1 \partial x_3} \right) + \frac{\partial^2 \tilde{V}_3}{\partial x_1^2} \left( \frac{\partial^2 \tilde{V}_3}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 \tilde{V}_3}{\partial x_1 \partial x_3} \right) \right] + \left( \overline{V_1 V_3^{\bar{n}}} \right) \left[ \frac{\partial^2 \tilde{V}_1}{\partial x_1 \partial x_3} \left( \frac{\partial^2 \tilde{V}_1}{\partial x_1 \partial x_3} + \frac{\partial^2 \tilde{V}_1}{\partial x_3^2} \right) + \right. \right. \\ &+ \frac{\partial^2 \tilde{V}_3}{\partial x_1 \partial x_3} \left( \frac{\partial^2 \tilde{V}_3}{\partial x_1 \partial x_3} + \frac{\partial^2 \tilde{V}_3}{\partial x_3^2} \right) \left. \right] + \left( \overline{V_3 V_1^{\bar{n}}} \right) \left[ \frac{\partial^2 \tilde{V}_1}{\partial x_3 \partial x_1} \left( \frac{\partial^2 \tilde{V}_1}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 \tilde{V}_1}{\partial x_1 \partial x_3} \right) + \frac{\partial^2 \tilde{V}_3}{\partial x_3 \partial x_1} \left( \frac{\partial^2 \tilde{V}_3}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 \tilde{V}_3}{\partial x_1 \partial x_3} \right) \right] + \left( \overline{V_3^{\bar{n}}} \right) \left[ \frac{\partial^2 \tilde{V}_1}{\partial x_3^2} \times \right. \\ &\left. \times \left( \frac{\partial^2 \tilde{V}_1}{\partial x_3 \partial x_1} + \frac{\partial^2 \tilde{V}_1}{\partial x_3^2} \right) + \frac{\partial^2 \tilde{V}_3}{\partial x_3^2} \left( \frac{\partial^2 \tilde{V}_3}{\partial x_3 \partial x_1} + \frac{\partial^2 \tilde{V}_3}{\partial x_3^2} \right) \right] \left. \right\} - 2 v_{SL} \left( 1 - \alpha_m \frac{C_m}{a_s} \right) \left[ \frac{\partial f_1^{\bar{n}} \partial V_1^{\bar{n}}}{\partial x_1 \partial x_1} + \frac{\partial f_1^{\bar{n}} \partial V_1^{\bar{n}}}{\partial x_3 \partial x_3} + \frac{\partial f_3^{\bar{n}} \partial V_3^{\bar{n}}}{\partial x_1 \partial x_1} + \frac{\partial f_3^{\bar{n}} \partial V_3^{\bar{n}}}{\partial x_3 \partial x_3} + \right. \\ &\left. \frac{\partial f_{pier1}^{\bar{n}} \partial V_1^{\bar{n}}}{\partial x_1 \partial x_1} + \frac{\partial f_{pier1}^{\bar{n}} \partial V_1^{\bar{n}}}{\partial x_3 \partial x_3} + \frac{\partial f_{pier3}^{\bar{n}} \partial V_3^{\bar{n}}}{\partial x_1 \partial x_1} + \frac{\partial f_{pier3}^{\bar{n}} \partial V_3^{\bar{n}}}{\partial x_3 \partial x_3} \right]. \quad (12) \end{aligned}$$

де  $K_{Ll} = \rho_L \tilde{k}_{Ll}$  – кінетична енергія турбулентності несного середовища;

$E_{Ll} = \rho_L \tilde{\varepsilon}_{Ll}$  – швидкість дисипації кінетичної енергії турбулентності;

$f_{\varepsilon 2}$  – функція зміни числа Рейнольда [5];  $\sigma_K, C_{\varepsilon 1}, C_{\varepsilon 2}, C_{\varepsilon 4}, C_{\varepsilon 5}$  – константи [5];  $\left[ \frac{\partial f_1''}{\partial x_1} \frac{\partial V_1''}{\partial x_1} + \frac{\partial f_1''}{\partial x_3} \frac{\partial V_1''}{\partial x_3} + \frac{\partial f_3''}{\partial x_1} \frac{\partial V_3''}{\partial x_1} + \frac{\partial f_3''}{\partial x_3} \frac{\partial V_3''}{\partial x_3} \right]$ ,  $(\overline{V_1'' F_1''} + \overline{V_3'' F_3''})$ , – додаткові дисипативні члени, який обумовлений наявністю сил міжфазної взаємодії.

Додатковий дисипативний член алгебраїчних співвідношень турбулентних напружень  $\overline{V_k V_j''}$  поповниться виразом

$$\varepsilon^*_{pien_{ik}} = \left( 1 - \frac{C_m}{a_s} \alpha_m \right) 2 \overline{V_i'' f_{pien_{i}}''}, \quad \varepsilon_{pien_{ik}} = \left( 1 - \frac{C_m}{a_s} \alpha_m \right) \overline{V_i'' f_{pien_{i}}''}. \quad (13)$$

Алгебраїчні співвідношення для турбулентних напружень (20), (21) в роботі [5] можна представити, наприклад

- для складової нормальних напружень

$$\frac{\overline{V_3''^2}}{k_L} = \frac{R_{33} + P_{33} - \varepsilon_{L33} - \varepsilon_{St33}^* - \varepsilon^*_{pien_{33}}}{P - \varepsilon_L - \varepsilon_{St33} - \varepsilon_{pien_{33}}}, \quad (14)$$

$$\varepsilon^*_{pien_{33}} = \left( 1 - \frac{C_m}{a_s} \alpha_m \right) 2 \overline{V_3'' f_{pien_{3}}''}; \quad \varepsilon_{pien_{33}} = \left( 1 - \frac{C_m}{a_s} \alpha_m \right) \overline{V_3'' f_{pien_{3}}''};$$

- для складової дотичних напружень

$$\frac{\overline{V_3 V_1''}}{k_L} = \frac{R_{31} + P_{31} - \varepsilon_{L31} - \varepsilon_{St31}^* - \varepsilon^*_{pien_{31}}}{P - \varepsilon_L - \varepsilon_{St31} - \varepsilon_{pien_{31}}}, \quad (15)$$

$$\varepsilon^*_{pien_{31}} = \left( 1 - \frac{C_m}{a_s} \alpha_m \right) \left( \overline{V_3'' f_{pien_{1}}''} + \overline{V_1'' f_{pien_{3}}''} \right); \quad \varepsilon_{pien_{31}} = \left( 1 - \frac{C_m}{a_s} \alpha_m \right) \overline{V_1'' f_{pien_{3}}''},$$

де  $P, P_{ik}$  – члени генерації турбулентної енергії;  $R_{ik}$  – член, який визначає взаємодію пульсаційних складових швидкості між собою та взаємодію усереднених напружень з пульсаційними складовими швидкості відповідно;  $\varepsilon_{L_{ik}}; \varepsilon_{St_{ik}}; \varepsilon_{St_{ik}}^*$  – дисипативні члени за рахунок сил міжфазної взаємодії.

Аналогічні вирази можна отримати для складових  $\overline{V_1''^2}, \overline{V_1 V_3''}$ .

Вирази для додаткових дисипативних членів, обумовлених силою опору при обтіканні мостових опор, були отримані аналогічно виразам для додаткових дисипативних членів, обумовлених силами міжфазної взаємодії [4,



5]. Наведемо проєкції рівнянь для додаткових дисипативних членів, обумовлених силою опору у системі координат  $OX_1X_3$ :

– для  $k$ - рівняння (11)

$$\overline{V_1^{\prime\prime} F_{pier1}^{\prime\prime}} + \overline{V_3^{\prime\prime} F_{pier3}^{\prime\prime}} = \frac{1}{2} \rho_{SL} \frac{C_{pier} K_f l_{pier} b_{pier}}{B_{pier} L_{pier} \Delta x_3} \left[ \tilde{U}^2 \frac{2K_{SL}}{\rho_{SL}} + \tilde{V}_1^2 \overline{V_1^{\prime\prime}} + \left( \tilde{V}_3 - \frac{\rho_s}{\rho_{LS}} W_z \right)^2 \overline{V_3^{\prime\prime}} + \tilde{V}_1 \left( \tilde{V}_3 - \frac{\rho_s}{\rho_{LS}} W_z \right) \left( \overline{V_3^{\prime\prime} V_1^{\prime\prime}} + \overline{V_1^{\prime\prime} V_3^{\prime\prime}} \right) \right] \quad (16)$$

– для  $\varepsilon$ - рівняння (12)

$$\begin{aligned} & \frac{\overline{\partial f_{pier1}^{\prime\prime}}}{\partial x_1} \frac{\partial V_1^{\prime\prime}}{\partial x_1} + \frac{\overline{\partial f_{pier1}^{\prime\prime}}}{\partial x_3} \frac{\partial V_1^{\prime\prime}}{\partial x_3} + \frac{\overline{\partial f_{pier3}^{\prime\prime}}}{\partial x_1} \frac{\partial V_3^{\prime\prime}}{\partial x_1} + \frac{\overline{\partial f_{pier3}^{\prime\prime}}}{\partial x_3} \frac{\partial V_3^{\prime\prime}}{\partial x_3} = \frac{1}{2} \rho_{SL} \frac{C_{pier} K_f l_{pier} b_{pier}}{B_{pier} L_{pier} \Delta x_3} \left\{ \frac{1}{2} \frac{\partial V_1^{\prime\prime}}{\partial x_1} \left( \frac{\partial \tilde{U}}{\partial x_1} + \frac{\partial \tilde{V}_1^2}{\partial x_1} \right) + \right. \\ & + \frac{1}{2} \frac{\partial V_3^{\prime\prime}}{\partial x_3} \left( \frac{\partial \tilde{U}}{\partial x_3} + \frac{\partial}{\partial x_3} \left[ \frac{1}{\tilde{U}} \left( \tilde{V}_3 - \frac{\rho_s}{\rho_{LS}} W_z \right)^2 \right] \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \tilde{U}}{\partial x_3} \frac{\partial V_1^{\prime\prime}}{\partial x_3} + \frac{\partial \tilde{U}}{\partial x_1} \frac{\partial V_3^{\prime\prime}}{\partial x_1} \right) + \frac{\tilde{U} \varepsilon_{SL}}{v_{SL}} + \\ & + \frac{\partial}{\partial x_3} \left[ \frac{\tilde{V}_1}{\tilde{U}} \left( \tilde{V}_3 - \frac{\rho_s}{\rho_{LS}} W_z \right) \right] \frac{\partial V_1^{\prime\prime}}{\partial x_3} + \frac{\partial}{\partial x_1} \left[ \frac{\tilde{V}_1}{\tilde{U}} \left( \tilde{V}_3 - \frac{\rho_s}{\rho_{LS}} W_z \right) \right] \frac{\partial V_3^{\prime\prime}}{\partial x_1} + \frac{\varepsilon_{SL}}{3v_{SL} \tilde{U}} \left[ \tilde{V}_1^2 \left[ 1 - f_s + \frac{3}{2} \frac{\overline{V_1^{\prime\prime}}}{k_{SL}} f_s \right] + \right. \\ & \left. + \frac{3}{2} \frac{\tilde{V}_1}{k_{SL}} \left( \tilde{V}_3 - \frac{\rho_s}{\rho_{LS}} W_z \right) f_s \left( \overline{V_3^{\prime\prime} V_1^{\prime\prime}} + \overline{V_1^{\prime\prime} V_3^{\prime\prime}} \right) + \left( \tilde{V}_3 - \frac{\rho_s}{\rho_{LS}} W_z \right)^2 \left[ 1 - f_s + \frac{3}{2} \frac{\overline{V_3^{\prime\prime}}}{k_{SL}} f_s \right] \right] \left. \right\}, \quad (17) \end{aligned}$$

– для алгебраїчних співвідношень для турбулентних напружень (14), (15)

$$\overline{V_3^{\prime\prime} f_{pier3}^{\prime\prime}} = \frac{1}{2} \rho_{SL} \frac{C_{pier} K_f l_{pier} b_{pier}}{B_{pier} L_{pier} \Delta x_3} \frac{1}{\tilde{U}} \left[ \tilde{U}^2 \overline{V_3^{\prime\prime}} + \tilde{V}_1 \left( \tilde{V}_3 - \frac{\rho_s}{\rho_{LS}} W_z \right) \overline{V_3^{\prime\prime} V_1^{\prime\prime}} + \left( \tilde{V}_3 - \frac{\rho_s}{\rho_{LS}} W_z \right)^2 \overline{V_3^{\prime\prime}} \right], \quad (18)$$

$$\overline{V_1^{\prime\prime} f_{pier1}^{\prime\prime}} = \frac{1}{2} \rho_{SL} \frac{C_{pier} K_f l_{pier} b_{pier}}{B_{pier} L_{pier} \Delta x_3} \frac{1}{\tilde{U}} \left[ \tilde{V}_1 \left( \tilde{V}_3 - \frac{\rho_s}{\rho_{LS}} W_z \right) \overline{V_1^{\prime\prime}} + \left( \tilde{U}^2 + \left( \tilde{V}_3 - \frac{\rho_s}{\rho_{LS}} W_z \right)^2 \right) \overline{V_1^{\prime\prime} V_3^{\prime\prime}} \right], \quad (19)$$

$$\overline{V_1^{\prime\prime} f_{pier3}^{\prime\prime}} + \overline{V_3^{\prime\prime} f_{pier1}^{\prime\prime}} = \frac{1}{2} \rho_{SL} \frac{C_{pier} K_f l_{pier} b_{pier}}{B_{pier} L_{pier} \Delta x_3} \frac{1}{\tilde{U}} \left[ \tilde{V}_1 \left( \tilde{V}_3 - \frac{\rho_s}{\rho_{LS}} W_z \right) \left( \overline{V_1^{\prime\prime}} + \overline{V_3^{\prime\prime}} \right) + \overline{V_1^{\prime\prime} V_3^{\prime\prime}} \left( \left( \tilde{V}_3 - \frac{\rho_s}{\rho_{LS}} W_z \right)^2 + \tilde{U}^2 \right) + \overline{V_3^{\prime\prime} V_1^{\prime\prime}} \left( \tilde{U}^2 + \tilde{V}_1^2 \right) \right]. \quad (20)$$

Дискретний аналог і алгоритм рішення нестационарних рівнянь моделей для придонної області руслового потоку,  $k-\varepsilon$  моделей турбулентності побудовано на кінцево-різницевому методі предиктор-коректор за явною схемою Мак-Кормака [16]. Метод реалізації алгебраїчних співвідношень для турбулентних напруг, для додаткових дисипативних членів проводився одним з найбільш ефективних і часто використовуваних явних ітераційних методів розв'язування великих систем рівнянь - методом Гаусса – Зейделя [16]. На

основі представлених у статті математичних моделей для придонної області, а також модельних форм рівнянь для основної товщі відкритого зависенесного потоку [17] та для заплавних ділянок в зоні впливу мостового переходу [5, 17], відповідних методів їх реалізації було розроблено програмний комплекс „Virtual model river 2”.

За відомими ходом весняної повені та закономірністю руслової витрати вздовж потоку при певному горизонті води (рис. 1), на віртуальній моделі ділянки річки в зоні впливу мостового переходу за визначеними в результаті геодезичних вишукувань відмітками, проведено розрахунок загального та місцевого розмиву в зоні впливу мостового переходу через р. Горинь біля с. Ремчиці на автомобільній дорозі Городище – Рівне – Староконстянтинів, км 50+589, Рівненська область (рис. 2 - 6).

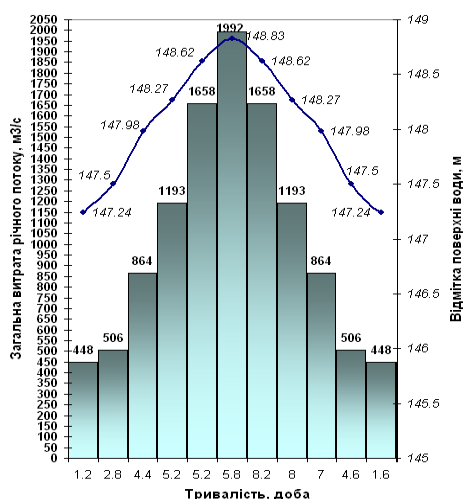


Рис. 1. Гідрограф весняної повені та графік зміни рівнів поверхні води р. Горинь біля с. Ремчиці

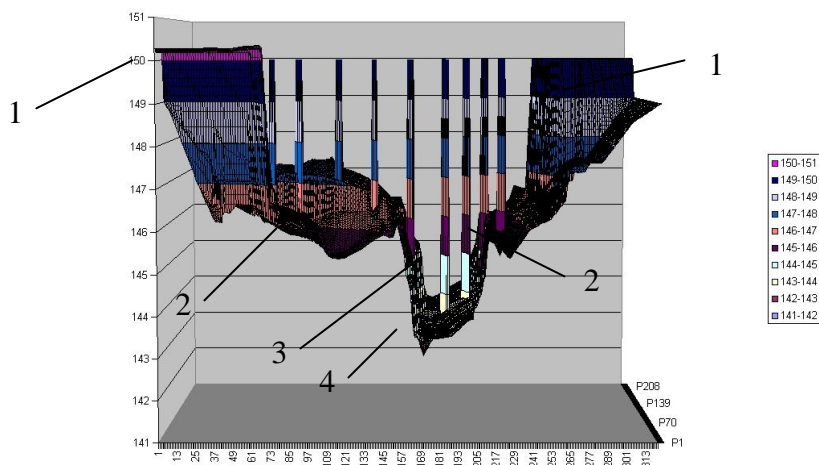


Рис. 2. Розрахунок загального та місцевого розмиву підмостового русла р. Горинь після 96-ї (2-ї) сходинки гідрографа весняної повені: 1- насип підходу мостового переходу; 2 – заплава; 3 – мостова опора; 4 – русло

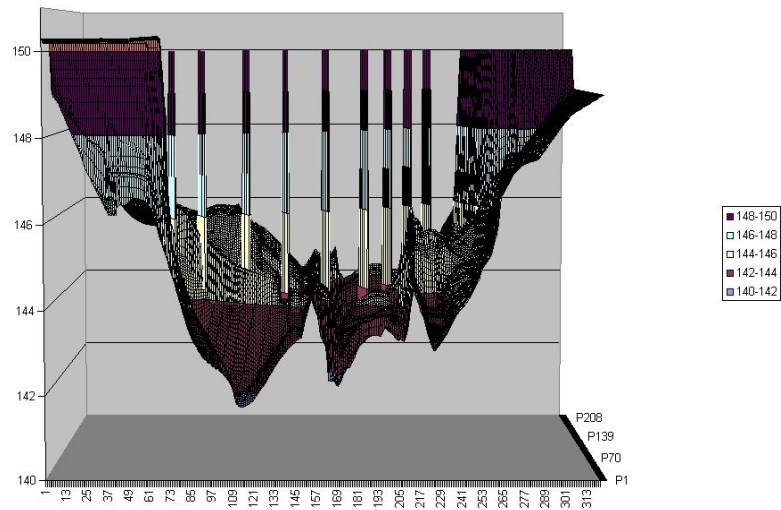


Рис. 3. Розрахунок загального та місцевого розмиву підмостового русла р. Горинь після 327-ї (4-ї) сходинки гідрографа весняної повені

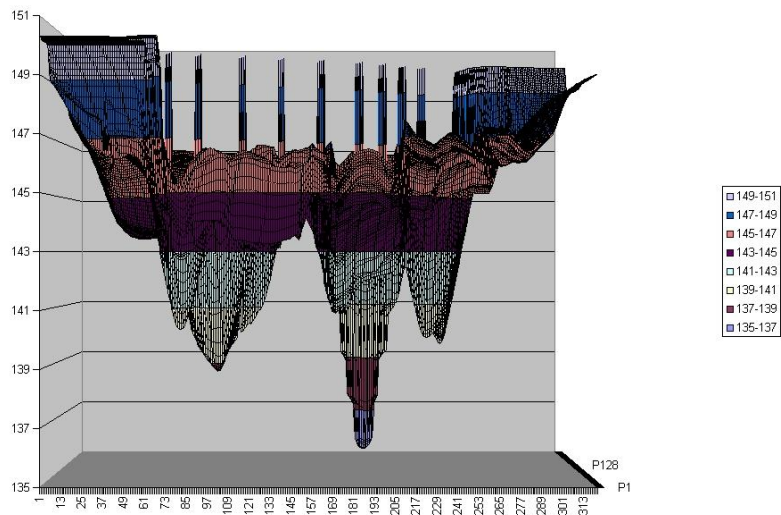


Рис. 4. Розрахунок загального та місцевого розмиву підмостового русла р. Горинь після 591-ї (6-ї) сходинки гідрографа весняної повені

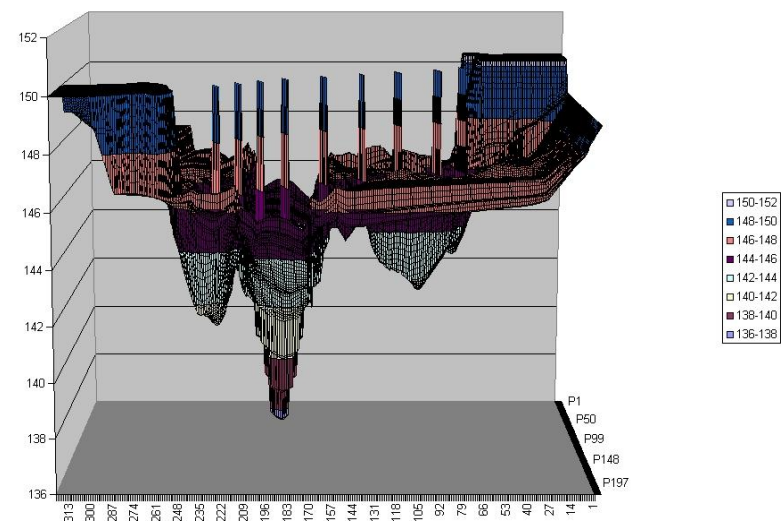


Рис. 5. Розрахунок загального та місцевого розмиву підмостового русла р. Горинь після 980-ї (8-ї) сходинки гідрографа весняної повені

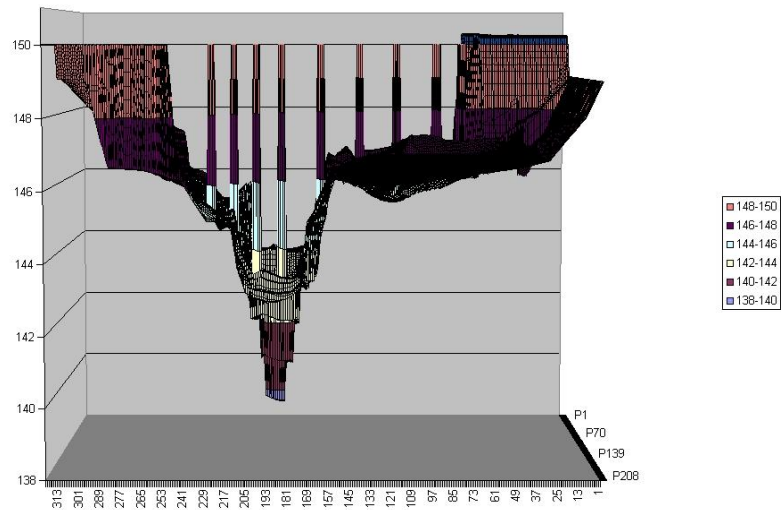


Рис. 6. Розрахунок загального та місцевого розмиву підмостового русла р. Горинь після 1920-ї (22-ї) сходинки гідрографа дощової повені

Розмив русла р. Горинь припиняється лише на спаді весняної повені, після 591-ї (шостої за вихідним гідрографом) сходинки гідрографа (рис. 1) з 1% - витратою, оскільки транспортуюча здатність потоку знижується по мірі збільшення розмивних вирв перед мостовим переходом - поперечний перетин русла під мостом збільшується настільки, що швидкість течії знову зменшується. Найглибша відмітка ями розмиву безпосередньо біля опор, розміщених в руслі річки складає 135,53 м, максимальна глибина розмиву – 7,9 м (рис. 4).

### Висновки

Спираючись на аналіз розподілу силових факторів в межах рухомого дна, в роботі представлений відповідний комплекс основних та замикаючих математичних моделей для двофазного придонного потоку на руслових ділянках мостових переходів. У зазначених модельних рівняннях, безпосередньо у зоні максимального стиснення, враховано умови руху потоку, що набігає на мостову опору. Запропоновані нові методи розрахунку загального і місцевих розмивів на основі механіки неоднорідних потоків, з врахуванням всього комплексу гідрологічних, гідравлічних та гідромеханічних характеристик тої або іншої ділянки річки, призначені для вирішення головних задач проектування мостових переходів: від вибору найкращого місця мостового переходу до призначення загальних форм та генеральних розмірів споруд, що входять до складу переходу.

## Література

1. Morse B., Townsend R.D. Modeling channel bed transients using explicit F-D schemes // *Journal of Hydraulic engineering*. – Vol. 116. – NO. 11. – 1990. – P. 1345 – 1356.
2. Van Rijn L. C., van Rossum H., Termes P. Field verification of 2-D and 3-D suspended-sediment models // *Journal of Hydraulic engineering*. – Vol. 116. – NO. 10. – 1990. – P. 1270 – 1288.
3. Shimizu B.Y., Yamaguchi H., Itamura T. Three-dimensional computation of flow and bed deformation // *Journal of Hydraulic engineering*. – Vol. 116. – NO. 4. – 1990. – P. 563 – 1288.
4. Славінська О.С. Методи прогнозування деформацій в зоні впливу мостових переходів на основі теорії неоднорідних потоків // *Вісник Національного університету водного господарства та природокористування – Рівне, 2009. – Ч.1. – Вип. 3(47). – С. 462 – 481.*
5. Славінська О.С. Дослідження гідродинамічних процесів у придонній області руслових та заплавної потоків у зоні впливу мостових переходів // *Автомобільні дороги і дорожнє будівництво – К.: НТУ, 2010. – Вип. 79. – С. 3 – 26.*
6. Савенко В.Я., Щодро О.Є., Славінська О.С., Дослідження місцевих розмивів біля мостових опор // *Автомобільні дороги і дорожнє будівництво – К.: НТУ. – 2003. – Вип. 66. – С. 188 – 198.*
7. Савенко В.Я., Щодро О.Є., Славінська О.С. Метод розрахунку місцевих розмивів біля навальних берегів та біля річкових гідротехнічних споруд в передгірських умовах // *Автошляховик України – К.: ДП “Державтотранс НДІ проект” Укравтодор, 2004. – № 3 (179). – С. 40 – 47.*
8. Журавлев М.М. Местный размыв у опор моста. - М.: Транспорт, 1984. - 111 с.
9. Мартыненко А.А. Формирование местного размыва у опор мостов и разработка методов его прогноза. Дисс. ... канд. техн. наук. Новосибирск, 1989.
10. Петров Н.Н. Исследование местного размыва у незатопленных преград (опор мостов) при обтекании их потоком с различной степенью нестационарности. // Дис. ... канд. техн. наук. - М.: МАДИ, 1980
11. Гришин Н.Н. Механика придонных наносов. – М.: Наука, 1982. – 160 с.
12. Андреев О.В. Проектирование мостовых переходов.- М.: Транспорт, 1980. 215с.
13. Федотов Г. А. Изыскание и проектирование мостовых переходов. - М.: Изд. Центр «Академия», 2005. – 304 с.
14. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. – М.: Наука, 1969.– 742 с.
15. Гаев Е.А., Никитин И.К. Гидродинамика потока при наличии легко проницаемой шероховатости. Ламинарный режим // *Гидромеханика. – 1982. – В.45. – С. 65 - 73.*
16. Савенко В.Я., Славинская Е.С. Моделирование процессов развития внутренних течений с учетом анизотропии открытых турбулентных потоков. – К.:НТУ, 2004. – 176 с.
17. Славінська О.С. Дослідження гідродинамічних процесів у відкритих зависених потоках у зоні впливу мостових переходів // *Зб. наук. праць. — Донецьк: ДонІЗТ, 2010. – Вип. 43 – С. 198 –211.*