**УДК 530.182+523.745**

**Артеменко В.А., Петрович В.В.,** канд. техн. наук

# ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ХАОТИЧЕСКОГО LA-ФИЛЬТРА ПРИ ПРОГНОЗЕ ПРИРОДНЫХ ПРОЦЕССОВ МЕТОДАМИ НЕЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИКИ

**Анотація.** З метою кращої прогнозованості нерегулярних часових рядів методом локальної аппроксимації запропоновано простий спосіб їх хаотичної фільтрації. Наведені результати хаотичної фільтрації гідрологічного ряду.

**Ключові слова:** нерегулярні часові ряди , нелінійна динаміка , хаотична фільтрація гідрологічного ряду .

**Аннотация.** Для лучшей прогнозируемости нерегулярных временных рядов методом локальной аппроксимации предложен простой способ их хаотической фильтрации. Приведены результаты хаотической фильтрации гидрологического ряда.

**Ключевые слова:** нерегулярные временные ряды, нелинейная динамика, хаотическая фильтрация гидрологического ряда.

**Annotation.** It is offered simple method to Chaotic Filtering for improvement quality forecast of the natural series given by Local Approximation Method. In article are given the results on Chaotic Filtering of the hydrological series.

**Key words:** Local Approximation method, Chaotic Filtering hydrological series.

## Введение

В последнее время благодаря применению методов хаотической динамики были достигнуты ощутимые результаты в области анализа и прогноза различных временных рядов [1-3]. Поскольку в своём большинстве природные процессы и явления порождают преимущественно нерегулярные ряды, становится актуальным применение методов прогнозирования, разработанных на основе принципов хаотической динамики, к таким временным рядам.

Как известно, все методы прогнозирования на основе принципов хаотической динамики подразумевают, что прогнозируемые ряды представляют собой именно ряды детерминированно-хаотические (часто также неявно полагается, что эти ряды генерируются маломодовыми детерминировано-хаотическими системами).

Такие методы прогнозирования также почти всегда хорошо работают и для периодических и квазипериодических рядов, представляющих собой предельные случаи рядов хаотических .

Обычно полагают, что если прогнозируемый временной ряд будет по своим свойствам относиться достаточно близко к свойствам модельных хаотических рядов, то такой ряд может хорошо прогнозироваться методами, разработанными на основе принципов нелинейной динамики и детерменированного хаоса.

Однако значительное число временных рядов, генерируемых различными природными процессами (температурой, атмосферными осадками, оползневыми смещениями и др.), находится по своим свойствам достаточно далеко от свойств модельных хаотических рядов.

Понятно, что прогнозируются такие ряды значительно хуже по сравнению с модельными хаотическими рядами.

Таким образом, эффективность применения методов хаотической динамики при прогнозировании природных (реальных) рядов напрямую зависит от того, насколько будут близки такие ряды по своим свойствам идеальным детерминированно-хаотическим (модельным) рядам.

В статье излагается простой метод хаотической фильтрации, способствующий приведению природных нерегулярных временных рядов к виду, который позволяет в должной мере использовать методы прогнозирования на основе нелинейной динамики и детерминированного хаоса.

**Принцип работы и особенности процедурной реализации хаотического LA – фильтра**

Как показывает практика, многие природные ряды очень похожи как внешне, так и по некоторым своим характеристикам на детерминированно-хаотические (модельные) ряды, но прогнозируются по сравнению с модельными рядами значительно хуже.

В этой связи, по – видимому, следует максимально привести природные нерегулярные ряды к такому виду, когда они если и не станут в полной мере хаотическими, то приобретут, по крайней мере, многие свойства хаотических рядов. Тем самым появится возможность существенного повышения прогнозируемости нерегулярных рядов разработанными в достаточной мере методами хаотической динамики. При этом, естественно, подразумевается, что форма (внешний вид) графиков нерегулярных рядов при таком преобразовании изменится мало.

Такое преобразование рядов назовём их хаотической фильтрацией (в отличие от хаотической трансформации , т. е. полного превращения исходного природного ряда в ряд хаотический).

Естественным образом идея о хаотической фильтрации исходного временного ряда возникает при изучении такого класса методов прогнозирования на базе основных положений нелинейной динамики, как методы локальной аппроксимации (методы **LA**).

В [4] был изложен принцип работы одного из наиболее простых в реализации методов **LA** – прогнозирования, так называемого метода **LA** – прогнозирования нулевого порядка.

Принцип хаотической **LA** – фильтрации может быть выражен в общем виде в терминах стандартной математической нотации, однако более понятны обозначения, которые приняты в языке программирования MATLAB и ранее использовались нами для описания принципов работы метода **LA** – прогнозирования [4].

Рассмотрим процедуру хаотической фильтрации на простом примере.

Пусть имеется исходной ряд S вида

$$S = [S(1); S(2); S(3); \dots S(9); S(10); S(11)]. \tag{1}$$

Составим для ряда S траекторную матрицу **M**.

Для получения **M**, согласно [4], кроме исходного ряда необходимо также задать дополнительные параметры – **DIM** (размерность реконструированного фазового пространства) и **TAY** (задержка при реконструкции фазового пространства).

Для простоты изложения примера полагаем, что $\mathbf{TAY} \equiv 1$.

Таким образом, может изменяться только параметр **DIM**.

Рассмотрим случай, когда $\mathbf{DIM} = 3$.

В этом случае из ряда S может быть сформирована траекторная матрица **M** вида

$$\mathrm{M} = \begin{array}{c} \begin{bmatrix} S(1) & S(2) & S(3) \\ S(2) & S(3) & S(4) \\ S(3) & S(4) & S(5) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ S(7) & S(8) & S(9) \\ S(8) & S(9) & S(10) \\ S(9) & S(10) & S(11) \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \boldsymbol{V\emptyset}1 \\ \boldsymbol{V\emptyset}2 \\ \boldsymbol{V\emptyset}3 \\ \vdots \\ \boldsymbol{V\emptyset}7 \\ \boldsymbol{V\emptyset}8 \\ \boldsymbol{V\emptyset}9. \end{array} \tag{2}$$

Заметим, что в исходной траекторной матрице **M** каждая строка представляет собой горизонтальный вектор в нотации MATLAB, то есть матрицу размером 1×**DIM** ( в примере 1×3 ).

Первая строка траекторной матрицы **M** будет равна

$$\boldsymbol{V\emptyset}1 = [S(1), S(2), S(3)],$$

а, соответственно, последняя строка

$$\boldsymbol{V\emptyset}9 = [S(9), S(10), S(11)].$$

Число строк траекторной матрицы будем называть длиной **L** траекторной матрицы ( в примере **L**=9), а число столбцов траекторной матрицы – её шириной.

В данном случае для ряда S, когда матрица **M** может быть сформирована, ширина траекторной матрицы всегда будет равна параметру **DIM**.

Далее делим матрицу **M** на две по возможности равные части, т.е. матрицы **M1** и **M2**, представляющие собой подматрицы ( субматрицы ) исходной траекторной матрицы:

$$\mathrm{M}\mathbf{1} = \begin{array}{@{}c@{}c@{}} \begin{bmatrix} S(1) & S(2) & S(3) \\ S(2) & S(3) & S(4) \\ S(3) & S(4) & S(5) \\ S(4) & S(5) & S(6) \\ S(5) & S(6) & S(7) \end{bmatrix} & \begin{array}{l} \boldsymbol{V}\emptyset 1 \\ \boldsymbol{V}\emptyset 2 \\ \boldsymbol{V}\emptyset 3 \\ \boldsymbol{V}\emptyset 4 \\ \boldsymbol{V}\emptyset 5, \end{array} \end{array} \tag{3}$$

$$\mathrm{M}\mathbf{2} = \begin{array}{@{}c@{}c@{}} \begin{bmatrix} S(6) & S(7) & S(8) \\ S(7) & S(8) & S(9) \\ S(8) & S(9) & S(10) \\ S(9) & S(10) & S(11) \end{bmatrix} & \begin{array}{l} \boldsymbol{VV}\emptyset 1 \\ \boldsymbol{VV}\emptyset 2 \\ \boldsymbol{VV}\emptyset 3 \\ \boldsymbol{VV}\emptyset 4. \end{array} \end{array} \tag{4}$$

Понятно, что при неодинаковой длине **M1** и **M2** длина одной из матриц будет всегда на единицу больше, чем длина другой.

Учитывая, что для данного примера длина **M1** будет равна 5, а длина **M2** – равна 4, формирование этих подматриц в нотации MATLAB будет иметь вид:

**M1**=**M**(1:5,: ),

**M2**=**M**(6:9,: ).

При этом для ряда S (при **DIM** = 3 и **TAY** = 1) подматрицы **M1** и **M2** также есть траекторные матрицы.

Далее будем считать, что **M1** – это образец, по которому надо «выровнять» подматрицу **M2**.

В данном случае под «выравниванием» **M2** по образцу **M1** будем понимать следующее.

Вначале выбираем первую строку подматрицы **M2**

$$\boldsymbol{VV}\emptyset 1 = \mathrm{M}\mathbf{2}(1,:)$$

и находим аналог для вектора $\boldsymbol{VV}\emptyset 1$ в подматрице **M1**, для чего последовательно перебираем все строки **M1** и отмечаем, – какая строка **M1** минимизирует норму разности $\boldsymbol{VV}\emptyset 1$ и текущей строки **M1** (детали см.в [4]).

Пусть это будет, например, строка $\boldsymbol{V}\emptyset 1$ подматрицы **M1**.

Теперь заменяем значение $\boldsymbol{VV}\emptyset 1$ значением аналога $\boldsymbol{V}\emptyset 1$ из подматрицы **M1**, что в нотации MATLAB имеет вид

$$\boldsymbol{VV}\emptyset 1 = \boldsymbol{V}\emptyset 1,$$

и далее корректируем (перезаписываем) первую строку подматрицы **M2** (в нотации MATLAB **M2** (1,: ) = $\boldsymbol{VV}\emptyset 1$).

Таким образом, откорректировали («выровняли») первую строку **M2** по всей подматрице **M1**.

Далее выполняем ту же операцию для второй, третьей, … последней строки подматрицы **M2**.

Окончательно можно сказать, что «выровняли» всю подматрицу **M2** по **M1**. При этом все строки **M2** подверглись некоторому изменению (мы полагаем, не слишком большому), а подматрица **M1** осталась без изменения.

Откорректируем теперь **M1** по подматрице **M2**. При этом способ корректировки **M1** по **M2** остается тем же самым, что и при корректировке **M2** по **M1**.

Имея откорректированные подматрицы **M1** и **M2**, далее осуществляем вертикальную «склейку» откорректированных (хаотически отфильтрованных) подматриц **M1** и **M2** в одну матрицу **M**:

**M**=[**M1**;**M2**].

Понятно, что подматрицы **M1** и **M2**, а, значит, и матрица **M** в некоторой степени отличаются от тех матриц, которые имелись в начале процедуры.

Наконец, последний шаг – переход от хаотически отфильтрованной матрицы **M** к одномерному ряду SS.

Таким образом, если исходный ряд был S, то после хаотической фильтрации он превратился в ряд SS.

Заметим, что выше была рассмотрена процедура, когда для каждого вектора, который надо было корректировать (хаотически отфильтровать), искали один вектор – аналог.

В этом случае параметр **NNV** был равен **NNV** = 1.

Возможно также для каждого вектора искать не один, а несколько векторов – аналогов.

В том случае, когда несколько векторов-аналогов найдены, необходимо брать среднее арифметическое и таким образом находить «усреднённый» аналог, с помощью которого и осуществлять далее коррекцию [4].

Такой способ «усреднения», по-видимому, не является наилучшим. Однако заметим, что, например, способ, учитывающий влияние каждого из таких найденных аналогов на формирование единого аналога путем введения весовых функций не дал особого преимущества перед более простым способом среднеарифметических значений.

**Результаты численных экспериментов по хаотической фильтрации временных рядов.**

Численные эксперименты по хаотической фильтрации проводились для рядов с различными свойствами.

В самом общем случае результаты хаотической фильтрации рядов могли бы быть рассмотрены при различных сочетаниях параметров **DIM** и **NNV**, поскольку значение **TAY** было ранее принято равным единице (см. выше).

Однако в связи с тем, что особый практический интерес из проведенных экспериментов прежде всего представляют результаты хаотической фильтрации рядов среднемесячных расходов воды в реках, было решено ограничиться в исследовании только значением **DIM=12,** поскольку в гидрологических рядах отмечается чётко выраженная «хаотическая периодичность» в 12 месяцев.

Таким образом, были рассмотрены только случаи, когда преимущественно изменялось значение **NNV** (количество находимых векторов - аналогов).

В проведенных экспериментах по **LA** – фильтрации вначале исследовались ряды, которые можно назвать «случайными». Эти ряды подобны тем, что генерируются функциями MATLAB RAND ( ) и RAND N ( ).

Затем исследовались на **LA –** фильтрацию некоторые детерминированно – хаотические (модельные) ряды, рассмотренные ранее в [4]. И, наконец, исследовался на фильтрацию гидрологический ряд расходов воды в реке.

Все исследуемые в работе ряды имеют одинаковую длину 1320 значений (точек).

В статье приведены графики только для последних 25 точек исходных рядов (сплошная линия) и, соответственно, последних 25 точек рядов после обработки их хаотическим **LA –** фильтром (штриховая линия).

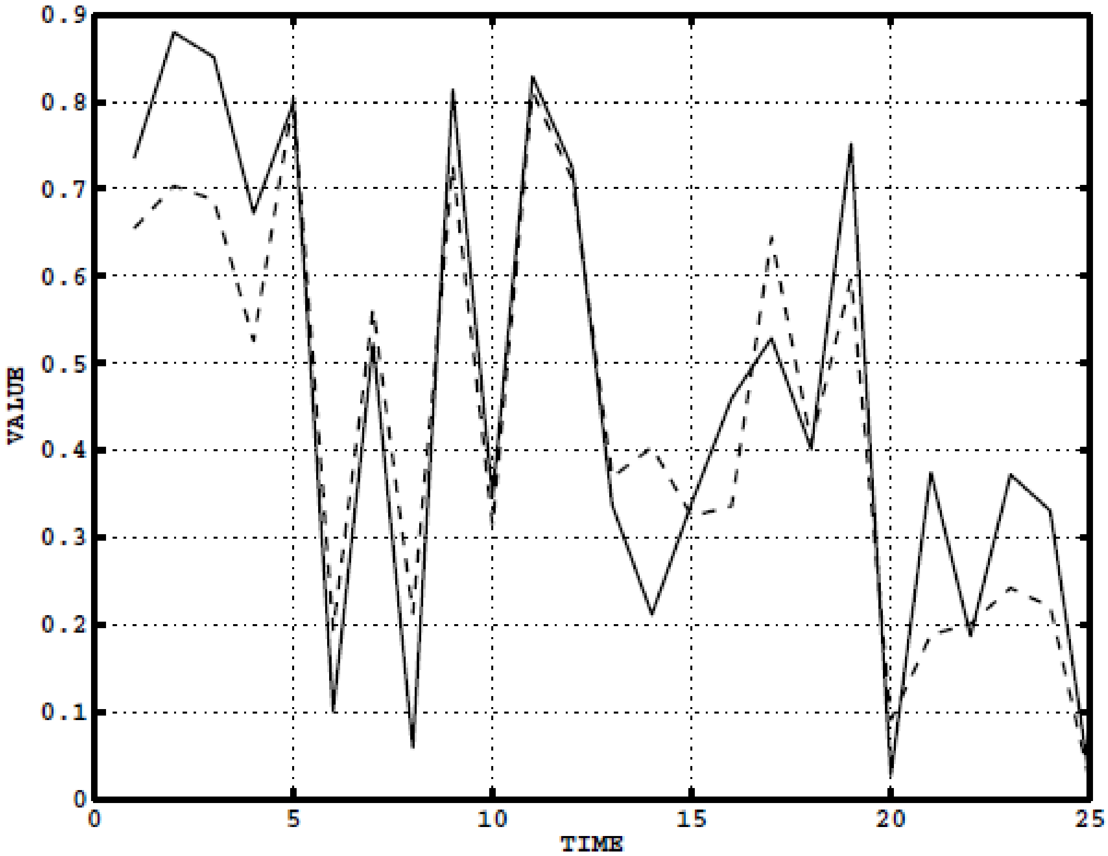


**Рисунок 1**

На рис.1 приведен результат хаотической фильтрации ряда, генерируемого функцией RAND ( ) MATLAB (генератора случайных чисел).

Как видно, исходный и фильтрованный ряды отличаются друг от друга. При этом процедура хаотической фильтрации все же выбирает, по возможности, наиболее похожие участки ряда.

Можно полагать, что исходный и фильтрованный ряд будут достаточно хорошо коррелировать между собой. Это предположение относится и ко всем временным рядам, рассмотренным далее в статье. Однако такие расчёты в рамках данной работы не проводились.

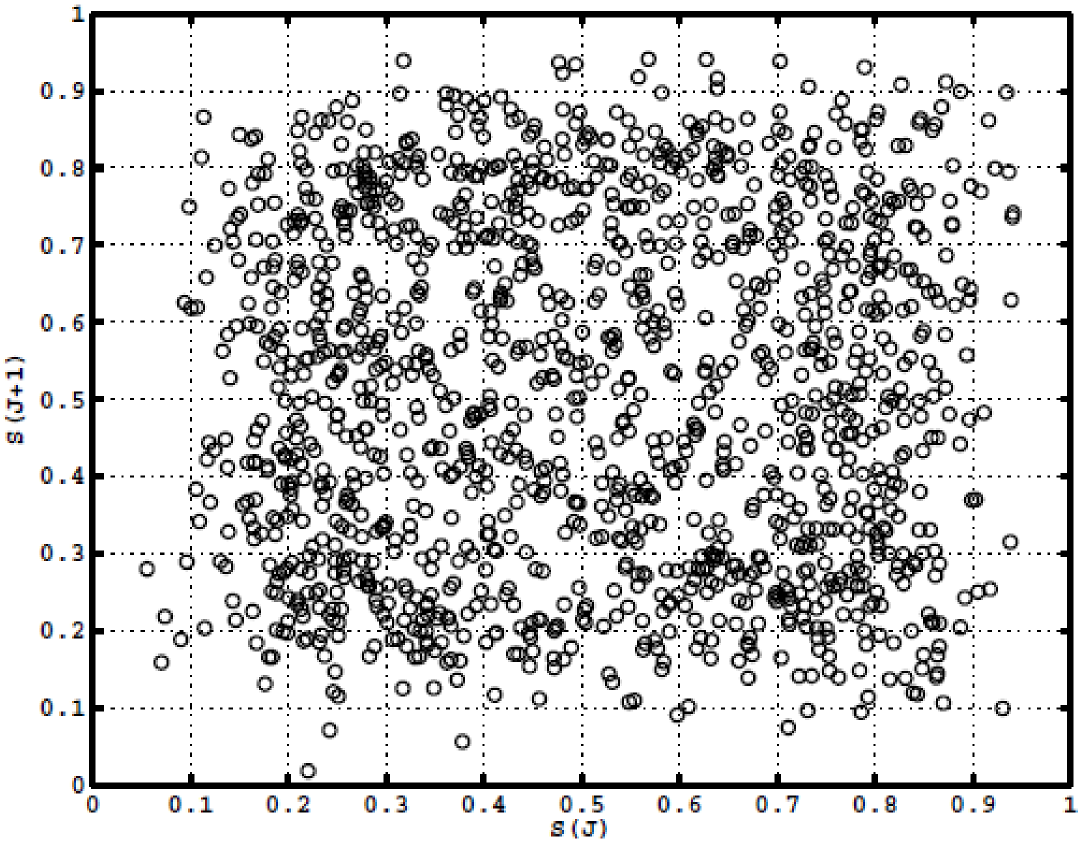


**Рисунок 2**

На рис.2 приведен двухмерный аттрактор для хаотически – фильтрованного ряда RAND ( ), представляющий собой зависимость последующего значения ряда S(J+1) от предыдущего значения S(J) ряда. То есть по сути в графическом виде представлена функциональная зависимость S(J +1)=F(S(J)). Зависимости такого вида широко применяются при исследованиях различных хаотических рядов.

Как видно, и после проведения процедуры хаотической фильтрации ряд RAND ( ) остается «случайным». Это в полной мере относится и к ряду RAND N( ).

Таким образом, хаотическая фильтрация (по крайней мере та ее реализация, что приведена в статье) не делает из любого исходного «случайного» ряда хаотический ряд.

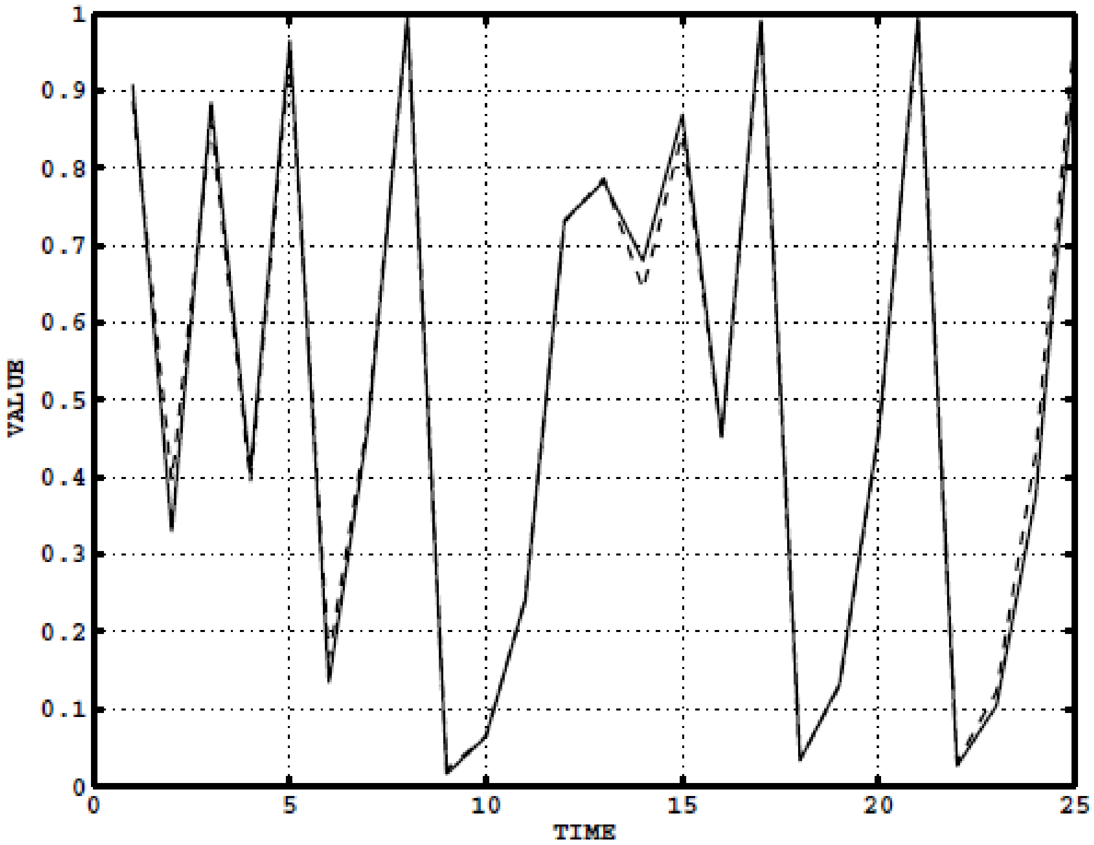


**Рисунок 3**

На рис.3 приведен результат хаотической фильтрации ряда, сгенерированного логистическим уравнением (хаотического модельного ряда).

В данном случае отмечается хорошее совпадение исходного ряда с хаотически-фильтрованным рядом.

Соответственно, на рис.4 представлен двухмерный аттрактор для хаотически-фильтрованного логистического ряда.

Следует отметить, что хаотическая фильтрация такого относительно короткого ряда (1320 значений) при достаточно большом значении параметра **DIM**=12 определенным образом нарушает «образцовую хаотичность» ряда, однако общая структура аттрактора прослеживается хорошо.

Аналогичный вид имеет и двухмерный аттрактор для хаотически-фильтрованного ряда, генерируемого уравнением Энона (для X – координаты).

Переходим далее к анализу результатов хаотической фильтрации гидрологического ряда.

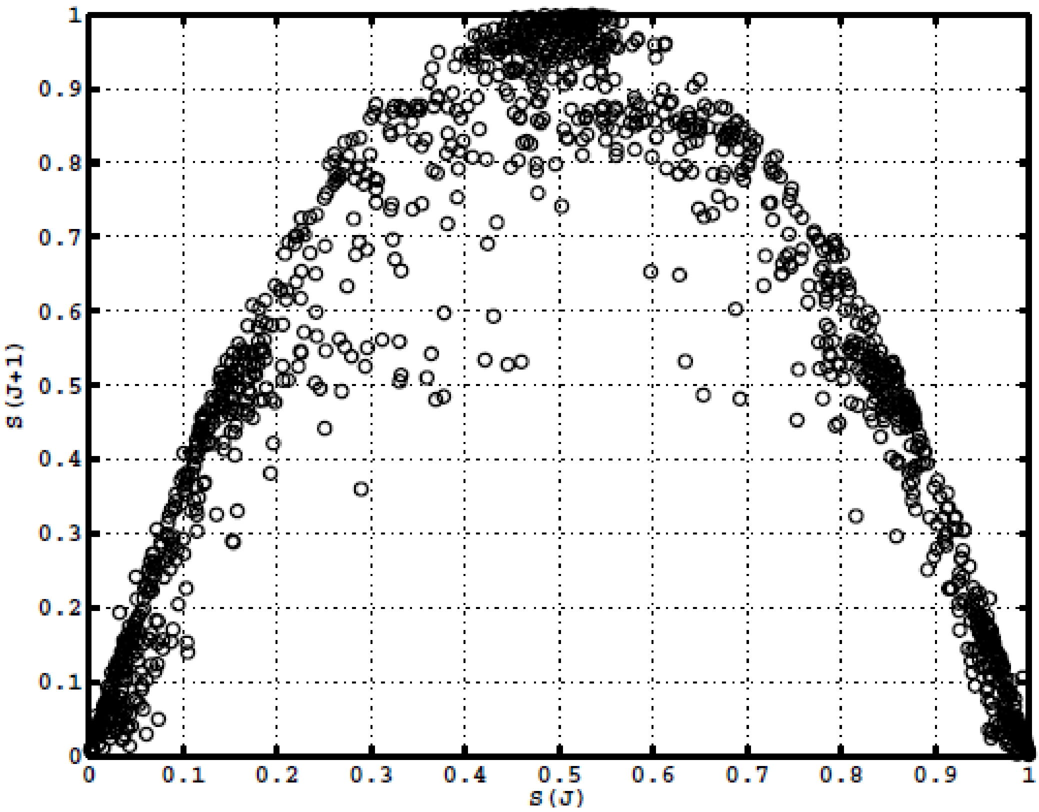


**Рисунок 4**

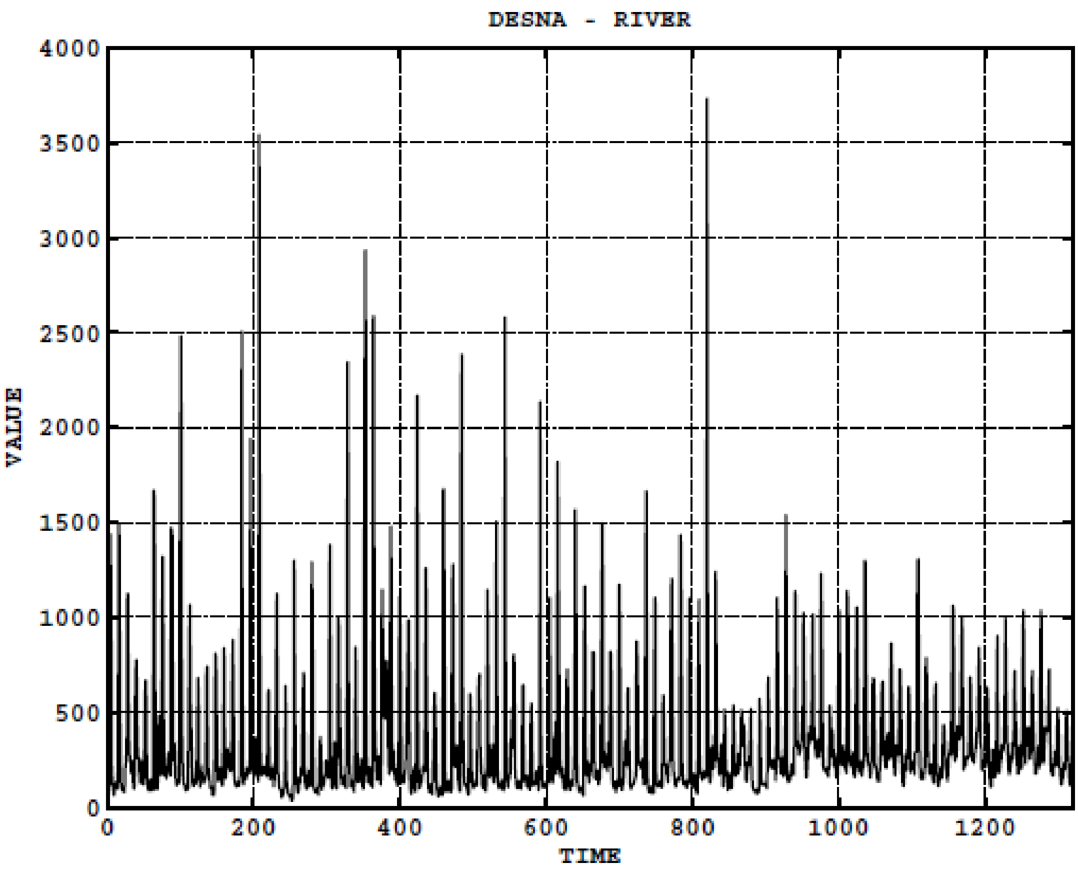


**Рисунок 5**

Рассматривался исходный ряд среднемесячных расходов воды, м$^3$/с, р. Десна в районе Чернигова за период с 1900г. по 2010г. (см. рис.5), который был получен из ряда среднесуточных значений расходов с учетом высокосных годов.

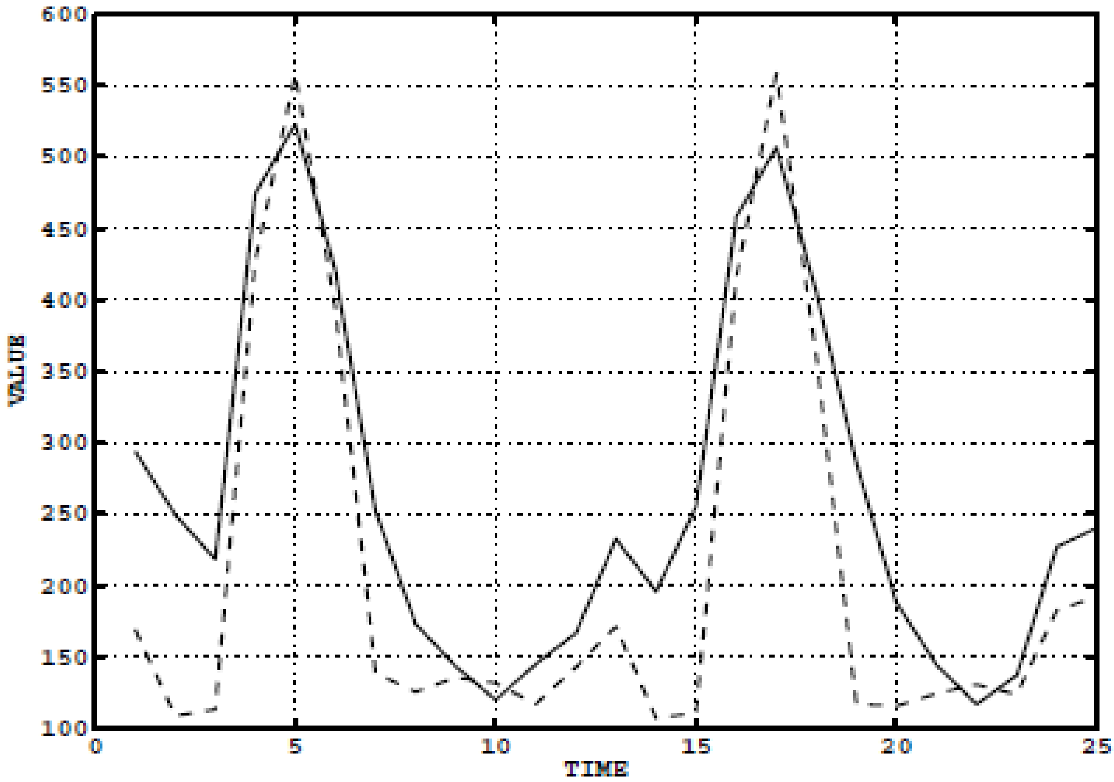


**Рисунок 6**

На рис.6 представлен результат хаотической фильтрации ряда среднемесячных расходов воды р. Десна при значении параметров **DIM**=12 и **NNV**=1.

Как видно, наблюдается определенное отличие исходного ряда от ряда фильтрованного. Исходный и фильтрованный ряды не совпадают практически во всех точках. Однако при этом наблюдается равномерное несовпадение. Пиковые значения расходов передаются со значительно большей точностью, чем минимальные значения расходов, что с точки зрения прогнозирования максимальных расходов оказывается крайне важным.

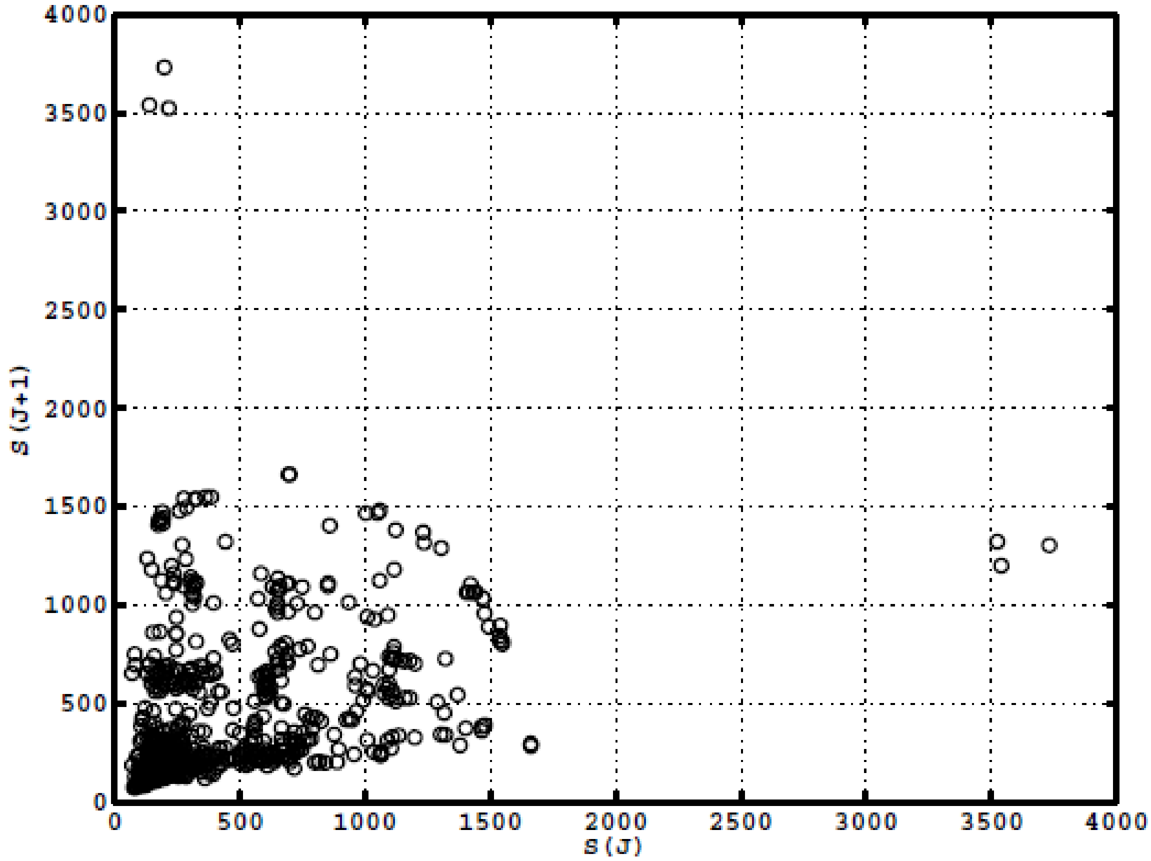


**Рисунок 7**

На рис.7 приведен двухмерный аттрактор для хаотически фильтрованного ряда среднемесячных расходов воды в р. Десна при указанных выше параметрах.

Данный аттрактор не является аттрактором случайного процесса. С другой стороны, это и не аттрактор, присущий модельным детерминировано-хаотическим рядам (см. рис.2 и рис.4).

Понятно, что прогнозирование даже таких хаотически фильтрованных гидрологических рядов не может осуществляться так же хорошо, как это имеет место для рядов детерминированно-хаотических (модельных).

На рис.8 представлен результат хаотической фильтрации ряда среднемесячных расходов воды в р. Десна при **DIM**=12 и **NNV**=6, на рис.9 – двухмерный аттрактор для этого ряда.

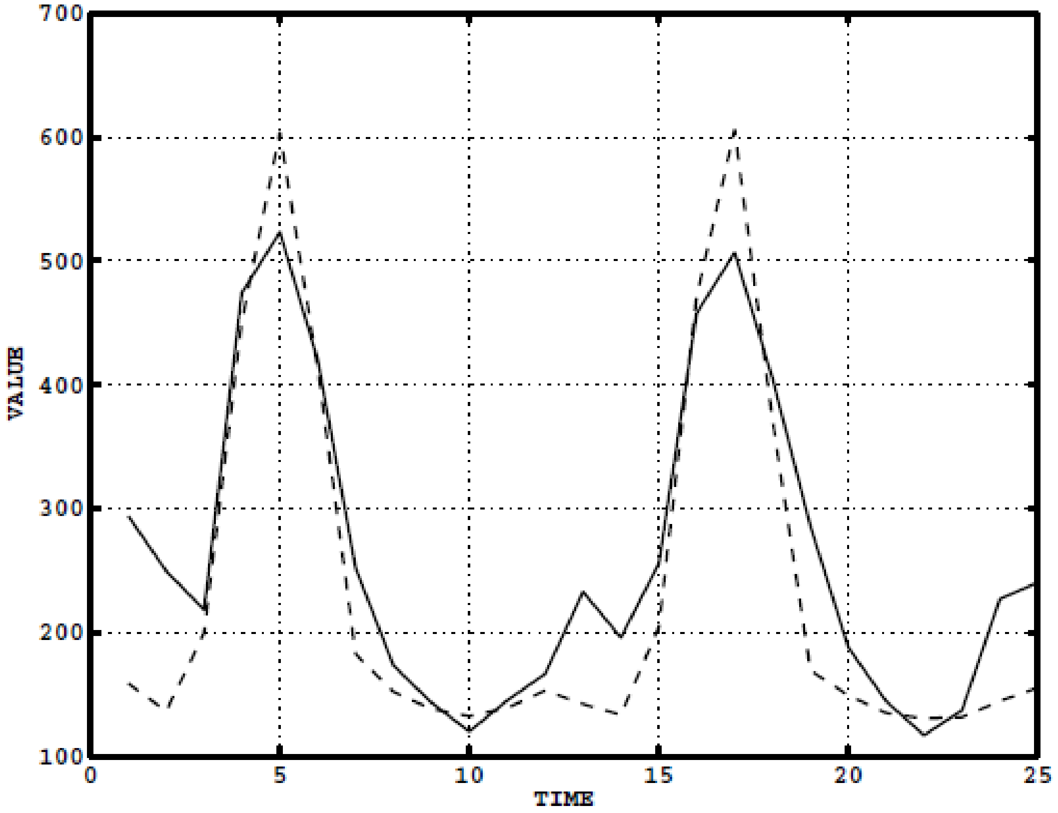


**Рисунок 8**

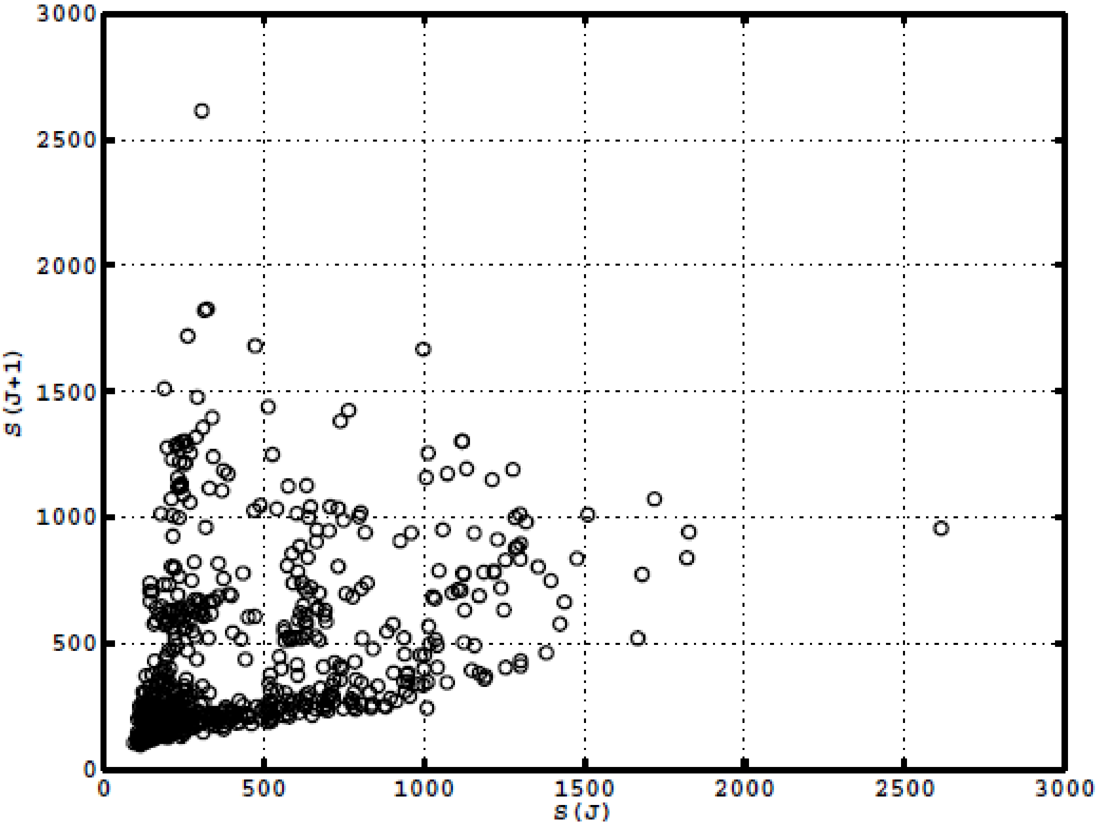


**Рисунок 9**

Сравнивая результаты хаотической фильтрации ряда среднемесячных расходов воды по мере возрастания параметра **NNV** от 1 и до 12, можно отметить последовательное увеличение разницы между исходным и хаотически фильтрованным рядом. Тем не менее, даже при значении **NNV**=12 отличие между исходным и хаотически фильтрованным рядом не столь велико, чтобы говорить о слишком сильной фильтрации (не наблюдается исчезновения «экстремальных сателлитов» на графике аттрактора, т.е. сохраняются аномалии ряда). Однако при проведении хаотической фильтрации все же не следует использовать слишком большие значения параметра **NNV**, особенно при коротком исходном ряде. Так, для гидрологического ряда, рассмотренного в статье, достаточно ограничиться значениями **NNV**<6 (например, значением 3 или 4).

## Краткие выводы

Для лучшей прогнозируемости нерегулярных природных временных рядов методом локальной аппроксимации предложен простой способ их хаотической фильтрации на основе поиска ближайших аналогов и дальнейшей замены этими аналогами соответствующих участков исходного ряда.

Показано, что предложенная реализация данной процедуры при не слишком большой степени фильтрации практически не изменяет природу исходного ряда.

Приведены результаты хаотической фильтрации реального гидрологического ряда.

## Литература

1. Малинецкий Г.Г., Потапов А.Б. Современные проблемы нелинейной динамики. – М.: Эдиториал УРСС. – 2000. – 366 с.
2. Кузнецов С.П. Динамический хаос. – М.: Физматлит. – 2001. – 296 с.
3. Безручко Б.П., Смирнов Д.А. Математическое моделирование и хаотические временные ряды. – Саратов: Изд-во Гос. УНЦ «Колледж». – 2005. – 343 с.
4. Артеменко В.А., Петрович В.В. Прогнозування нерегулярних часових рядів методом локальної аппроксимації // Автомобільні дороги і дорожнє будівництво. – Вип. 86. – К. : Вид-во НТУ. – 2012. – С. 176 – 195.