УДК 539.3

Марчук О.В., д-р техн. наук**, Рассказов О.О.,** д-р техн. наук, **Гнєдаш С.В., Левківський С.А.**

ПОБУДОВА ПРИКЛАДНОЇ МОДЕЛІ ДЛЯ РОЗРАХУНКУ ВОЛОКНИСТИХ ПОЛИХ ВАЛІВ

Анотація: Побудовано прикладну математичну модель розрахунку волокнистих полих валів. Волокнистість моделюється анізотропією жорсткісних характеристик. Модель враховує просторовий характер деформування і заснована на розділенні полого циліндричного валу по товщині концентричними поверхнями на ряд складових циліндричних оболонок, достатньо тонких, щоб можна було нехтувати зміною їх кривизни по товщині. Тим самим дискретно враховується зміна кривизни за товщиною конструкції. Проведено аналіз необхідності урахування зсуву та обтиснення в задачах кручення анізотропних валів.

Ключові слова: волокнисті полі вали, локальні дотичні навантаження, різні контурні умови.

Аннотация: Построена прикладная математическая модель расчетов волокнистых полых валов. Волокнистость моделируется анизотропией жесткостных характеристик. Модель учитывает пространственный характер деформирования и основана на разделении полого цилиндрического вала по толщине концентрическими поверхностями на ряд составляющих цилиндрических оболочек, достаточно тонких, чтобы можно было пренебрегать изменением их кривизны по толщине. Тем самым дискретно учитывается изменение кривизны за толщиной конструкции. Проведено анализ необходимости учета сдвига и обжатия в задачах кручения анизотропных валов.

Ключевые слова: волокнистые полые валы, локальные касательные нагрузки, разные контурные условия.

Abstract: Applied mathematics model of fibrous hollow shafts has been built. Fibering is modeled by stiffness property anisotropy. The Model considers deflection spatial characteristics and it is based on division of hollow cylindrical shaft across the thickness by the concentric surfaces into a number of constituent cylindrical sheaths, thin enough to neglect their curve changes across the thickness. Thus, curve changes are discretely considered by construction thickness. The necessity of shift and reduction consideration review in anisotropic fiber torsion tasks has been carried out.
Keywords: fibrous hollow shafts, local shearing stress load, different contour states.

Вступ

В сучасному автомобілебудуванні зростає кількість деталей, що виготовляються з композитних волокнистих матеріалів, які не тільки не поступаються металевим, але й по деяким параметрам переважають їх. Конструкції з таких матеріалів вимагають побудови математичних моделей розрахунку. При розрахунку товстих полих валів виникає необхідність урахування зміни кривизни по товщині на рівні побудови рівнянь рівноваги та їх розв'язання, що є достатньо складною задачею. В переважній більшості відомих моделей розрахунку кривизна вважається константою і приймається на рівні серединної поверхні [1-8].

Для розрахунку полих волокнистих валів запропонована модель. Модель заснована на розділенні полого циліндричного валу по товщині концентричними поверхнями на ряд складових циліндричних оболонок, достатньо тонких, щоб можна було нехтувати зміною їх кривизни по товщині. Задовольняючи умовам контакту на зовнішніх поверхнях між складовими оболонками, описуємо напружено-деформований стан циліндричного валу, з дискретним обліком зміни кривизни по товщині.

Основна частина

Компоненти тензора деформацій k – того шару циліндричної оболонки в умовах осесиметричної деформації визначаються на основі наступних співвідношень (вісь x оболонки направлена уподовж твірної):

$$e_{xx}^{(k)}=\frac{\partial U_x^{(k)}}{\partial x};\ e_{\theta\theta}^{(k)}=\frac{1}{r}U_r^{(k)};\ e_{rr}^{(k)}=\frac{\partial U_r^{(k)}}{\partial r};\ 2e_{x\theta}^{(k)}=\frac{\partial U_\theta^{(k)}}{\partial x};$$

$$2e_{xr}^{(k)}=\frac{\partial U_x^{(k)}}{\partial r}+\frac{\partial U_r^{(k)}}{\partial x};\ 2e_{r\theta}^{(k)}=\frac{\partial U_\theta^{(k)}}{\partial r}-\frac{1}{r}U_\theta^{(k)}. \qquad (1)$$

Напруження записані на основі закону Гука.

$$\sigma_{xx}^{(k)}=C_{11}\frac{\partial U_x^{(k)}}{\partial x}+C_{12}\frac{1}{r}U_r^{(k)}+C_{13}\frac{\partial U_r^{(k)}}{\partial r}+C_{16}\frac{\partial U_\theta^{(k)}}{\partial x};$$

$$\sigma_{\theta\theta}^{(k)}=C_{21}\frac{\partial U_x^{(k)}}{\partial x}+C_{22}\frac{1}{r}U_r^{(k)}+C_{23}\frac{\partial U_r^{(k)}}{\partial r}+C_{26}\frac{\partial U_\theta^{(k)}}{\partial x};$$

$$\sigma_{rr}^{(k)}=C_{31}\frac{\partial U_x^{(k)}}{\partial x}+C_{32}\frac{1}{r}U_r^{(k)}+C_{33}\frac{\partial U_r^{(k)}}{\partial r}+C_{36}\frac{\partial U_\theta^{(k)}}{\partial x};$$

$$\sigma_{x\theta}^{(k)}=C_{61}\frac{\partial U_x^{(k)}}{\partial x}+C_{62}\frac{1}{r}U_r^{(k)}+C_{63}\frac{\partial U_r^{(k)}}{\partial r}+C_{66}\frac{\partial U_\theta^{(k)}}{\partial x};$$

$$\sigma_{xr}^{(k)}=C_{55}^{(k)}\left(\frac{\partial U_x^{(k)}}{\partial r}+\frac{\partial U_r^{(k)}}{\partial x}\right)+C_{45}^{(k)}\left(\frac{\partial U_\theta^{(k)}}{\partial r}-\frac{1}{r}U_\theta^{(k)}\right);$$

$$\sigma_{r\theta}^{(k)}=C_{54}^{(k)}\left(\frac{\partial U_x^{(k)}}{\partial r}+\frac{\partial U_r^{(k)}}{\partial x}\right)+C_{44}^{(k)}\left(\frac{\partial U_\theta^{(k)}}{\partial r}-\frac{1}{r}U_\theta^{(k)}\right). \qquad (2)$$

Введемо наступну апроксимацію шуканих переміщень [9,10]:

$$U_x^{(k)}(x,r)=U_l^{(k)}(x)\,f_l^{(k)}(r)+\frac{\partial}{\partial x}W_p^{(k)}(x)\varphi_p^{(k)}(r);$$

$$U_r^{(k)}(x,r)=W_p^{(k)}(x)\beta_p^{(k)}(r)\ \ (l=1,2;\ \ p=1,2,3), \qquad (3)$$

тут $U_1^{(k)}(x)$, $U_2^{(k)}(x)$ – тангенціальні переміщення на лицьових поверхнях конструкції;

$W_1^{(k)},\ W_2^{(k)}$ – нормальні переміщення на лицьових поверхнях конструкції;

$W_3^{(k)}$ – функції зсуву;

$f_1^{(k)}(r),\ f_2^{(k)}(r),\ \beta_1^{(k)}(r)\ ,\ \beta_2^{(k)}(r)$ – задані поліноми першої степені; $\varphi_1^{(k)}(r),\ \varphi_2^{(k)}(r),\ \beta_3^{(k)}(r)$ – другої степені; $\varphi_3^{(k)}(r)$ – третьої степені;

Варіація потенційної енергії деформації з урахуванням введеної апроксимації по товщині має вигляд:

$$\delta \ddot{I} = \int_0^L \int_{a_{k-1}}^{a_k} \{[C_{11} \frac{\partial(U_{xl}^{(k)}(x) f_l^{(k)}(r) + \frac{\partial}{\partial x} W_p^{(k)}(x) \varphi_p^{(k)}(r))}{\partial x} +$$

$$+(C_{12}\frac{1}{r} + C_{13}\frac{\partial}{\partial r}) W_p^{(k)}(x) \beta_p^{(k)}(r) + C_{16} \frac{\partial U_{\theta l}^{(k)}(x) f_l^{(k)}(r)}{\partial x}] \times$$

$$\times \delta \frac{\partial(U_{x\bar{l}}^{(k)}(x) f_{\bar{l}}^{(k)}(r) + \frac{\partial}{\partial x} W_{\bar{p}}^{(k)}(x) \varphi_{\bar{p}}^{(k)}(r))}{\partial x} +$$

$$+[C_{21} \frac{\partial(U_{xl}^{(k)}(x) f_l^{(k)}(r) + \frac{\partial}{\partial x} W_p^{(k)}(x) \varphi_p^{(k)}(r))}{\partial x} +$$

$$+(C_{22}\frac{1}{r} + C_{23}\frac{\partial}{\partial r}) W_p^{(k)}(x) \beta_p^{(k)}(r) + C_{26} \frac{\partial U_{\theta l}^{(k)}(x) f_l^{(k)}(r)}{\partial x}] \times$$

$$\times \delta \frac{1}{r} W_{\bar{p}}^{(k)}(x) \beta_{\bar{p}}^{(k)}(r) + [C_{31} \frac{\partial(U_{xl}^{(k)}(x) f_l^{(k)}(r) + \frac{\partial}{\partial x} W_p^{(k)}(x) \varphi_p^{(k)}(r))}{\partial x} +$$

$$+(C_{32}\frac{1}{r} + C_{33}\frac{\partial}{\partial r}) W_p^{(k)}(x) \beta_p^{(k)}(r) + C_{36} \frac{\partial U_{\theta l}^{(k)}(x) f_l^{(k)}(r)}{\partial x}] \times$$

$$\times \delta \frac{\partial W_{\bar{p}}^{(k)}(x) \beta_{\bar{p}}^{(k)}(r)}{\partial r} + [C_{61} \frac{\partial(U_{xl}^{(k)}(x) f_l^{(k)}(r) + \frac{\partial}{\partial x} W_p^{(k)}(x) \varphi_p^{(k)}(r))}{\partial x} +$$

$$+(C_{62}\frac{1}{r} + C_{63}\frac{\partial}{\partial r}) W_p^{(k)}(x) \beta_p^{(k)}(r) + C_{66} \frac{\partial U_{\theta l}^{(k)}(x) f_l^{(k)}(r)}{\partial x}] \times$$

$$\times\delta\frac{\partial U_{\theta l}^{(k)}(x)f_{l}^{(k)}(r)}{\partial x}+$$

$$+[C_{55}^{(k)}(\frac{\partial(U_{xl}^{(k)}(x)f_{l}^{(k)}(r)+\frac{\partial}{\partial x}W_{p}^{(k)}(x)\varphi_{p}^{(k)}(r))}{\partial r}+\frac{\partial W_{p}^{(k)}(x)\beta_{p}^{(k)}(r)}{\partial x})+$$

$$+C_{45}^{(k)}(\frac{\partial U_{\theta l}^{(k)}(x)f_{l}^{(k)}(r)}{\partial r}-\frac{1}{r}U_{\theta l}^{(k)}(x)f_{l}^{(k)}(r))]\times$$

$$\times\delta[\frac{\partial(U_{\bar{l}}^{(k)}(x)f_{\bar{l}}^{(k)}(r)+\frac{\partial}{\partial x}W_{\bar{p}}^{(k)}(x)\varphi_{\bar{p}}^{(k)}(r))}{\partial r}+\frac{\partial W_{\bar{p}}^{(k)}(x)\beta_{\bar{p}}^{(k)}(r)}{\partial x}]+$$

$$+[C_{45}^{(k)}(\frac{\partial(U_{xl}^{(k)}(x)f_{l}^{(k)}(r)+\frac{\partial}{\partial x}W_{p}^{(k)}(x)\varphi_{p}^{(k)}(r))}{\partial r}+\frac{\partial W_{p}^{(k)}(x)\beta_{p}^{(k)}(r)}{\partial x})+$$

$$+C_{55}^{(k)}(\frac{\partial U_{\theta l}^{(k)}(x)f_{l}^{(k)}(r)}{\partial r}-\frac{1}{r}U_{\theta l}^{(k)}(x)f_{l}^{(k)}(r))]\times$$

$$\times\delta[\frac{\partial U_{\theta l}^{(k)}(x)f_{l}^{(k)}(r)}{\partial r}-\frac{1}{r}U_{\theta l}^{(k)}(x)f_{l}^{(k)}(r)]\}drdx$$

(4)

$(\bar{l}=1,2;\ \bar{p}=1,2,3)$, L – довжина оболонки;

$a_{k-1},\ a_k$ – координати зовнішніх поверхонь k – тої складової оболонки по осі r.

Після перетворень

$$\delta Ï=\int_{0}^{L}\{[D11_{\bar{l}l}^{(k)}\frac{\partial U_{xl}^{(k)}(x)}{\partial x}+(D12_{\bar{l}p}^{(k)}\frac{\partial^2}{\partial x^2}+D13_{\bar{l}p}^{(k)}\frac{1}{r^{(k)}}+D14_{\bar{l}p}^{(k)})W_{p}^{(k)}(x)+$$

$$+D15_{\bar{l}l}^{(k)}\frac{\partial U_{\theta l}^{(k)}(x)}{\partial x}]\delta\frac{\partial U_{x\bar{l}}^{(k)}(x)}{\partial x}+[(T11_{\bar{l}l}^{(k)}+\frac{1}{r^{(k)}}T21_{\bar{l}l}^{(k)})U_{l}^{(k)}(x)+$$

$$+(T12_{\bar{l}p}^{(k)}+\frac{1}{r^{(k)}}T22_{\bar{l}p}^{(k)})\frac{\partial W_{p}^{(k)}(x)}{\partial x}+(T13_{\bar{l}l}^{(k)}+\frac{1}{r^{(k)}}T23_{\bar{l}l}^{(k)}+$$

$$+\frac{1}{r^{(k)2}}T14^{(k)}_{\bar{l}l})U^{(k)}_{\theta l}(x)]\delta U^{(k)}_{x\bar{l}}(x)+[D21^{(k)}_{\bar{p}l}\frac{\partial U^{(k)}_{xl}(x)}{\partial x}+(D22^{(k)}_{\bar{p}p}\frac{\partial^2}{\partial x^2}+$$

$$+D23^{(k)}_{\bar{p}p}\frac{1}{r^{(k)}}+D24^{(k)}_{\bar{p}p})W^{(k)}_{p}(x)+D25^{(k)}_{\bar{p}l}\frac{\partial U^{(k)}_{\theta l}(x)}{\partial x}]\delta\frac{\partial^2 W^{(k)}_{\bar{p}}(x)}{\partial x^2}+$$

$$+[(T31^{(k)}_{\bar{l}l}+\frac{1}{r^{(k)}}T41^{(k)}_{\bar{l}l})U^{(k)}_{xl}(x)+(T32^{(k)}_{\bar{l}p}+\frac{1}{r^{(k)}}T42^{(k)}_{\bar{l}p})\frac{\partial W^{(k)}_{p}(x)}{\partial x}+$$

$$+(T35^{(k)}_{\bar{l}l}+\frac{1}{r^{(k)}}T45^{(k)}_{\bar{l}l})U^{(k)}_{\theta l}(x)]\delta\frac{\partial W^{(k)}_{p}(x)}{\partial x}+[(D31^{(k)}_{\bar{p}l}+$$

$$+\frac{1}{r^{(k)}}D41^{(k)}_{\bar{p}l})\frac{\partial U^{(k)}_{xl}(x)}{\partial x}+((D32^{(k)}_{\bar{p}p}+\frac{1}{r^{(k)}}D42^{(k)}_{\bar{p}p})\frac{\partial^2}{\partial x^2}+(D33^{(k)}_{\bar{p}p}\frac{1}{r^{(k)}}+$$

$$+D43^{(k)}_{\bar{p}p}\frac{1}{r^{(k)2}})+(D34^{(k)}_{\bar{p}p}+\frac{1}{r^{(k)}}D44^{(k)}_{\bar{p}p}))W^{(k)}_{p}(x)+(D35^{(k)}_{\bar{p}l}+$$

$$+\frac{1}{r^{(k)}}D45^{(k)}_{\bar{p}l})\frac{\partial U^{(k)}_{\theta l}(x)}{\partial x}]\delta W^{(k)}_{\bar{p}}(x)+[D51^{(k)}_{\bar{l}l}\frac{\partial U^{(k)}_{xl}(x)}{\partial x}+(D52^{(k)}_{\bar{l}p}\frac{\partial^2}{\partial x^2}+$$

$$+D53^{(k)}_{\bar{l}p}\frac{1}{r^{(k)}}+D54^{(k)}_{\bar{l}p})W^{(k)}_{p}(x)+D55^{(k)}_{\bar{l}l}\frac{\partial U^{(k)}_{\theta l}(x)}{\partial x}]\delta\frac{\partial U^{(k)}_{\theta\bar{l}}(x)}{\partial x}+$$

$$+[(T51^{(k)}_{\bar{l}l}+\frac{1}{r^{(k)}}T61^{(k)}_{\bar{l}l})U^{(k)}_{xl}(x)+(T52^{(k)}_{\bar{l}p}+\frac{1}{r^{(k)}}T62^{(k)}_{\bar{l}p})\frac{\partial W^{(k)}_{p}(x)}{\partial x}+$$

$$+(T53^{(k)}_{\bar{l}l}+\frac{1}{r^{(k)}}T63^{(k)}_{\bar{l}l}+\frac{1}{r^{(k)2}}T54^{(k)}_{\bar{l}l})U^{(k)}_{\theta l}(x)]\delta U^{(k)}_{\theta\bar{l}}(x) \qquad (5)$$

Варіація роботи зовнішнього навантаження на лицьових поверхнях шару може бути записана таким чином:

$$\delta A=\int_0^L(q^{(k)}_{x\bar{l}}(x)\delta U^{(k)}_{x\bar{l}}(x)+q^{(k)}_{r\bar{p}}(x)\delta W^{(k)}_{\bar{p}}(x)+q^{(k)}_{\theta\bar{l}}(x)\delta U^{(k)}_{\theta\bar{l}}(x))dx, \qquad (6)$$

де $q^{(k)}_{r3}(x)=0$.

Рівняння рівноваги одержуємо на основі варіаційного рівняння Лагранжа.

$\delta \Pi - \delta A = 0$.

Вони мають наступний вигляд:

$$(D11_{\bar{l}l}^{(k)}\frac{\partial^2}{\partial x^2}+T11_{\bar{l}l}^{(k)}+\frac{1}{r^{(k)}}T21_{\bar{l}l}^{(k)})U_{xl}^{(k)}(x)++(D12_{\bar{l}p}^{(k)}\frac{\partial^3}{\partial x^3}+$$

$$+(D13_{\bar{l}p}^{(k)}\frac{1}{r^{(k)}}+D14_{\bar{l}p}^{(k)}+T12_{\bar{l}p}^{(k)}+\frac{1}{r^{(k)}}T22_{\bar{l}p}^{(k)})\frac{\partial}{\partial x})W_p^{(k)}(x)+$$

$$+(D15_{\bar{l}l}^{(k)}\frac{\partial^2}{\partial x^2}+T13_{\bar{l}l}^{(k)}+\frac{1}{r^{(k)}}T23_{\bar{l}l}^{(k)}+\frac{1}{r^{(k)2}}T14_{\bar{l}l}^{(k)})U_{\theta l}^{(k)}(x)=-q_{x\bar{l}}^{(k)}.$$

$$(D21_{\bar{p}l}^{(k)}\frac{\partial^3}{\partial x^3}+(D31_{\bar{p}l}^{(k)}+\frac{1}{r^{(k)}}D41_{\bar{p}l}^{(k)}+T31_{\bar{l}l}^{(k)}+\frac{1}{r^{(k)}}T41_{\bar{l}l}^{(k)})\frac{\partial}{\partial x})U_{xl}^{(k)}(x)+$$

$$+(D22_{\bar{p}p}^{(k)}\frac{\partial^4}{\partial x^4}+(D23_{\bar{p}p}^{(k)}\frac{1}{r^{(k)}}+D24_{\bar{p}p}^{(k)}+D32_{\bar{p}p}^{(k)}+\frac{1}{r^{(k)}}D42_{\bar{p}p}^{(k)}+$$

$$+T32_{\bar{l}p}^{(k)}+\frac{1}{r^{(k)}}T42_{\bar{l}p}^{(k)})\frac{\partial^2}{\partial x^2}+D33_{\bar{p}p}^{(k)}\frac{1}{r^{(k)}}+D43_{\bar{p}p}^{(k)}\frac{1}{r^{(k)2}}+D34_{\bar{p}p}^{(k)}+$$

$$+\frac{1}{r^{(k)}}D44_{\bar{p}p}^{(k)})W_p^{(k)}(x)+(D25_{\bar{p}l}^{(k)}\frac{\partial^3}{\partial x^3}+(D35_{\bar{p}l}^{(k)}+\frac{1}{r^{(k)}}D45_{\bar{p}l}^{(k)}+$$

$$+T35_{\bar{p}l}^{(k)}+\frac{1}{r^{(k)}}T45_{\bar{p}l}^{(k)})\frac{\partial}{\partial x})U_{\theta l}^{(k)}(x)=q_{r\bar{p}}^{(k)}.$$

$$(D51_{\bar{l}l}^{(k)}\frac{\partial^2}{\partial x^2}+T51_{\bar{l}l}^{(k)}+\frac{1}{r^{(k)}}T61_{\bar{l}l}^{(k)})U_{xl}^{(k)}(x)++(D52_{\bar{l}p}^{(k)}\frac{\partial^3}{\partial x^3}+$$

$$+(D53_{\bar{l}p}^{(k)}\frac{1}{r^{(k)}}+D54_{\bar{l}p}^{(k)}+T52_{\bar{l}p}^{(k)}+\frac{1}{r^{(k)}}T52_{\bar{l}p}^{(k)})\frac{\partial}{\partial x})W_p^{(k)}(x)+$$

$$+(D55_{\bar{l}l}^{(k)}\frac{\partial^2}{\partial x^2}+T53_{\bar{l}l}^{(k)}+\frac{1}{r^{(k)}}T63_{\bar{l}l}^{(k)}+\frac{1}{r^{(k)2}}T54_{\bar{l}l}^{(k)})U_{\theta l}^{(k)}(x)=-q_{\theta\bar{l}}^{(k)}.$$

Розглянемо напружено-деформований стан чотиришарового волокнистого полого валу. Волокнистість моделюється ортотропним матеріалом з наступними фізико-механічними характеристиками: $E_x/E_\theta=25/1$; $E_\theta=E_r$; $G_{x\theta}/E_r=0{,}5/1$; $G_{\theta r}/E_r=0{,}2/1$; $G_{xr}=G_{x\theta}$;

$\nu_{x\theta} = \nu_{xr} = \nu_{\theta r} = 0{,}25$. Цей матеріал в шарах повернутий наступним чином: $\pi/4; -\pi/4;\ \pi/4; -\pi/4$. Співвідношення довжини валу до товщини його стінок $L/h = 50$. Варіювалося співвідношення висоти до радіусу кривизни (вимірювалось на середині товщини полого валу) $h/R = 1/3; 1/30$. Виконувався просторовий розрахунок (P), розрахунок без урахування обтиснення (S) та без урахування обтиснення та зсуву (K) (моделювалося відповідним заданням характеристик жорсткості). Закріплення шарнірнорухоме ліворуч ($x = 0$); жорстке затиснення, але рухоме в радіальному напряму, праворуч ($x = L/2$). Скручувальне навантаження прикладене на зовнішній поверхні, розподілене по закону косинуса.

Результати розрахунку ($\bar{U}_x = U_x E_r / q_\theta$; $\bar{U}_r = U_r E_r / q_\theta$; $\bar{U}_\theta = U_\theta E_r / q_\theta$).

Таблиця 1 – Максимальні переміщення на межах шарів при $h/R = 1/30$

$\bar{U}_x$			$\bar{U}_r$			$\bar{U}_\theta$		
P	S	K	P	S	K	P	S	K
-1.2811	-1.2613	-1.1467	-3.0663			39.7836	39.7797	40.2766
-1.1764	-1.1556	-1.1004	-3.0605			40.1868	40.1830	40.6180
-0.8834	-0.8618	-1.0540	-3.0918	-3.1240	-2.9398	40.8990	40.8953	40.9597
-0.9619	-0.9397	-1.0079	-3.0843			41.7429	41.7392	41.3016
-0.4762	-0.4536	-0.9613	-3.1154			42.9042	42.9006	41.6437

Таблиця 2 – Максимальні переміщення на межах шарів при $h/R = 1/3$

$\bar{U}_x$			$\bar{U}_r$			$\bar{U}_\theta$		
P	S	K	P	S	K	P	S	K
7.1084	7.5965	0.4122	1.1857			43.7966	43.3509	9.7189
7.1595	7.6538	0.4127	1.0273			48.2368	47.7493	10.6892
7.4034	7.9074	0.4129	0.8413	0.8650	-0.0128	53.0201	52.4954	11.6601
7.2881	7.7988	0.4131	0.7053			57.9548	57.3828	12.6313
7.7577	8.2654	0.4134	0.5090			63.2782	62.6620	13.6027

Висновки

Як видно з таблиць, для тонких полих валів з великим радіусом кривизни ($h/R=1/30$) нехтування обтисненням та зсувом не призводить до суттєвих похибок в результатах розрахунку. При розрахунку товстих валів з малим радіусом кривизни ($h/R=1/3$) нехтування зсувом приводить до неприпустимої похибки. Урахування обтиснення при такому розподілі навантаження необов'язкове.

Література

1. Григоренко Я.М., Василенко А.Т., Панкратова Н.Д. Задачи теории упругости неоднородных тел.– К.: Наукова думка,1991.–216 с.

2. Григоренко Я.М., Влайков Г.Г., Григоренко А.Я. Численно-аналитическое решение задач механики оболочек на основе различных моделей. – К.:Академпериодика, 2006. –472 с.

3. Григоренко Я.М., Григоренко А.Я. Задачи статики и динамики анизотропных неоднородных оболочек с переменными параметрами и их численное решение (обзор). // Прикладная механика.– 2013.–49,N2 С. 3–70.

4. Гузь А.Н., Чернышенко И.С. Шнеренко К.И. Концентрация напряжений около отверстий в оболочках из композитных материалов // Прикладная механика.– 2001.–37,N2 С. 3–43.

5. Bakaiyan H., Hosseini H., and Ameri E. Analis of multi-layered filament-wound composite pipes under combined interal pressure and thermo-mechanical loading wich thermal variations // Compos. Struct. – 2009.– 88.– P. 532– 541.

6. Grigorenko, Ya.,M., Yaremchenko, S.,N.: Refined analysis of the stress state of orthotropic elliptic cylidrical shells with variable geometrical parameters // Int. Appl. Mech.-2008.- 40,N9.- P. 998-1005.

7. Grigorenko, Ya.,M., Grigorenko, A.,Ya., Zakhariychenko, L.,I. : Study of effect of the geometrical parameters on the stress state of cylindrical shells with corrugated llipticcross-section // Int. Appl. Mech.-2009.- 43,N12.- P.1372-1379 .

8. Hosine A., Chapelle D., Baubakar M.L.,et al. Experimental and analytical investigation of the cylindsrical part of a metallic vessel reinforced by filament winding while submitted to internal pressure // Int. J. Press. Vess. Piping.– 2009.– 86.– P.649– 655.

9. Marchuk A.V., and Piskunov V.G. Statics, vibrations and stability of composite panels with gently curved orthorropic layers. 1. Statics and vibrations // Mechanics of Composite Materials..– 1999.–35,N4.–P.285–292.

10. Marchuk A.V., Il'chenko Ya. L.,and Gnedash S.V. Analyzing of the stress-strain state of thick cylindrical shells.// Int. Appl. Mech.–2011.– 47,N4.– P.449–455 .