

Онищенко А.М., канд. техн. наук

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ТЕМПЕРАТУРНОГО ВПЛИВУ НА АСФАЛЬТОБЕТОННЕ ПОКРИТТЯ АВТОДОРОЖНІХ МОСТІВ ВІД ДІЇ КОЛІС ТРАНСПОРТНИХ ЗАСОБІВ

Анотація. Запропонована математична модель з прогнозування зміни температури асфальтобетонного покриття в колії з урахуванням зростання інтенсивності руху транспортних засобів та зменшення загальної товщини покриття, передбачається визначити за допомогою теоретичної встановленої температурної моделі прогрівання покриття на мостах.

Ключові слова: математична модель, температура, асфальтобетонне покриття, міст

Аннотация. Предложенная математическая модель по прогнозированию изменения температуры асфальтобетонного покрытия в колее с учетом роста интенсивности движения транспортных средств и уменьшения общей толщины покрытия, предполагается определить с помощью теоретической установленной температурной модели прогрева покрытия на мостах.

Ключевые слова: математическая модель, температура, асфальтобетонное покрытие, мост

Annotation. The mathematical model for forecasting changes in temperature of asphalt concrete pavement in a rut with the increase in traffic of vehicles and reduce the overall thickness of the coating is supposed to identify with the help of a theoretical model established by the warm temperature coatings on bridges.

Keywords: mathematical model, temperature, asphalt concrete pavement, bridge.

Вступ

Температура асфальтобетонного покриття і режим її зміни впливають на властивості асфальтобетону та його термонапружений стан [1-12], механічні властивості компонентів залізобетону залежать від температури першого охолодження, числа циклів поперемінного заморожування та ряду інших

факторів [1, 2]. Температурні навантаження на елементи мостового полотна обумовлюють суттєву зміну механічних властивостей матеріалів асфальтобетонного покриття та плити проїжджої частини. Водночас, при експлуатації автодорожніх мостів піддаються впливу навантажень, кліматичних або технологічних температур. Однією з основних причин порушення роботи асфальтобетонного покриття та плити проїжджої частини на автодорожніх мостах є вплив температури. Тому вплив високої літньої температури суттєво впливає на інтенсивність утворення колії в асфальтобетонному покритті на автодорожніх мостах від дії коліс транспортних засобів все це призводить до безпеки руху транспорту.

На даний час відсутня повноцінна математична модель з визначення зміни температури в асфальтобетонному покритті по глибині на мостах, що спричинена дією температури навколишнього середовища та інтенсивністю транспортних засобів за рахунок контакту коліс автотранспортних засобів з поверхнею покриття. В даній роботі наводиться моделі з визначення зміни температури в смузі накату покриття на мосту.

Основна частина

Моделі теплопровідності багат шарової конструкції. Для практичних теплофізичних розрахунків конструкція покриття апроксимується багат шаровим пружним на півпростором, верхня гранична поверхня якого знаходиться у тепловому контакті з оточуючим середовищем, а нижня поверхня є нескінченою. Визначення температурних полів по глибині та ширині конструкції з асфальтобетонним покриттями може бути вирішеним при дослідженні теплових властивостей в окремих шарах конструкції, кількісному визначенні теплових потоків, що поступають або випромінюються поверхнею покриття та вглиб внаслідок кліматичних або технологічних факторів.

Проблема теоретичного прогнозування довговічності асфальтобетонного покриття на автодорожніх мостах тісним чином пов'язана з необхідністю отримати математичну модель напружено-деформованого стану при тепловій дії навколишнього середовища. Створення адекватної математичної моделі температурного впливу дозволить встановити функціональну залежність між параметрами довговічності покриття та основними факторами.

Загальна математична модель деформування стану конструкції асфальтобетонного покриття при температурному впливі є адитивною, що

дозволяє розглядати окремо низку часткових моделей [1, 2, 5], в двох наближеннях: в стаціонарному і при нестаціонарному теплових потоках.

Дослідження теплопровідності зводиться до вивчення просторово-часових змін основної характеристики теплових полів – температури. У загальному вигляді можна запропонувати, що температура є функцією просторових координат і часу:

$$T = f(x, y, z, t). \quad (1)$$

Сукупність миттєвих значень температури у всіх точках досліджуваного простору є *температурне поле*. Розрізняються *стаціонарне* та *нестаціонарне температурні поля*.

Стаціонарні теплові процеси. Стосовно стаціонарних полів вирішують задачі, в яких температура не змінюється з часом. Вона є функцією тільки просторових координат. В диференціальному рівнянні теплопровідності Фур'є-Кірхгофа ця умова має вигляд $\frac{\partial T}{\partial t} = 0$ [13].

Досить часто у багатьох практичних задачах тіло зазнає впливу періодичної зміни температури або теплових потоків, тоді бажано встановити періодичний режим, який настає після затухання перехідних процесів, на які впливають початкові умови. Це так званий *усталений періодичний режим*. Один із найзручніших методів знаходження таких рішень полягає у застосуванні перетворення Лапласа.

При стаціонарному температурному полі багатошарової конструкції дорожнього покриття температура в будь-якій її точці не змінюється в часі, тобто є функцією лише координат (сталий стан теплового режиму). Його математичний запис відповідає виразу (2):

$$T_j = \Phi(x, y, z), \quad \frac{\partial T_j}{\partial t} = 0. \quad (2)$$

Для визначення температурного поля в конструкції багатошарової дорожнього покриття застосовується рівняння теплопровідності.

$$\frac{\partial T_j}{\partial t} = a_j \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right), \quad (3)$$

де a_j - коефіцієнт теплопровідності j -го шару.

Температурне поле, яке відповідне рівнянню (3), є просторовим (*тривимірним*), так як T є функцією трьох координат x, y, z . Якщо температура є

функція двох координат, то поле називається *двовимірним*, описується рівнянням (4):

$$T_j = \Phi(x, z, t), \quad \frac{\partial T_j}{\partial y} = 0. \quad (4)$$

Якщо ж температура є функцією однієї координати, то поле називається *одновимірним*, описується рівнянням (5):

$$T_j = \Phi(z, t), \quad \frac{\partial T_j}{\partial x} = \frac{\partial T_j}{\partial y} = 0. \quad (5)$$

Початкові допущення щодо теплової моделі багатошарової конструкції дорожнього покриття на плиті проїзної частини мосту полягають у положенні впливу одновимірного температурного поля, так як її розміри в плані досить великі в порівнянні з товщиною. Інакше кажучи, температура в багатошаровій конструкції дорожнього покриття не залежить від координат в плані (x, y) і в рівнянні (3) збережеться тільки третій член зв'язаний з координатою z :

$$\frac{\partial T_j}{\partial t} = a_j \frac{\partial^2 T_j}{\partial z^2}, \quad (6)$$

де a_j - коефіцієнт теплопроводності j -го шару, що визначається за формулою:

$$a_j = \frac{\lambda_j}{\rho_j \cdot c_j}, \quad (7)$$

Якщо температура на поверхні багатошарової конструкції дорожнього покриття та плити проїзної частини мосту змінюється досить повільно, то без значної похибки для розрахунку можна вважати $\frac{\partial T_j}{\partial t} = 0$, що має місце *квазістаціонарний розподіл температури*. У цьому випадку закон розподілу температури буде задаватися рівнянням виду:

$$a_j \frac{d^2 T_j}{dz^2} = 0. \quad (8)$$

Для знаходження закону розподілу температури по всій товщині багатошарової пластини до рівняння (6) слід приєднати відповідні граничні умови. У випадку усталеного потоку тепла у пластині товщиною l з коефіцієнтом теплопроводності λ , поверхня якої T_1 і T_2 , диференціальне рівняння набуде вигляд:

$$\frac{d^2 x}{dx^2} = 0 \quad (9)$$

Звідки маємо

$$\frac{dT}{dx} = \text{const} = \frac{T_2 - T_1}{l}. \quad (10)$$

Тепловий потік у будь-якій точці рівний:

$$f = -\lambda \frac{dy}{dx} = -\frac{\lambda(v_2 - v_1)}{l} = \frac{T_1 - T_2}{R}, \quad (11)$$

де $R = \frac{l}{\lambda}$.

При тепловій дії на верхню поверхню дорожнього покриття, закон розподілу температури на цій поверхні буде залежати від ступеня нагріву поверхні покриття і навколишнього середовища. Аналогічно температура нижньої поверхні плити проїзної частини мосту залежатиме від температури навколишнього повітря. Таким чином, на верхній і нижній поверхнях багат шарової конструкції дорожнього покриття з плитою проїзної частини слід задати граничні умови першого роду.

У нашому випадку граничну умову першого роду можна сформулювати наступним чином:

$$T_{ниж}(t) = f_1(t), \quad T_{верх}(t) = f_2(t), \quad (12)$$

де $T_{ниж}(t)$ - температура на нижній поверхні тіла; $T_{верх}(t)$ - температура верхній поверхні тіла.

Зокрема, коли $T_{ниж}(t) = T_1 = const$; $T_{верх}(t) = T_2 = const$, тобто температура на поверхнях постійна на протязі всього процесу теплообміну. Це може бути здійснено при штучній підтримці постійної температури або при особливих умовах теплообміну між навколишнім середовищем і поверхнею конструкції.

Використаємо граничну умову 4-го роду:

$$T_{T_j}(t) = T_{T_{j+1}}(t), \quad j = 1, 2, 3, \dots, n. \quad (13)$$

Крім рівності температур, має місце також рівність потоків тепла:

$$-\lambda_j \left(\frac{\partial T_j}{\partial n} \right)_{\Gamma_j} = -\lambda_{j+1} \left(\frac{\partial T_{j+1}}{\partial n} \right)_{\Gamma_{j+1}}. \quad (14)$$

Нестаціонарні теплові процеси супроводжуються не тільки зміною температурного поля за часом, але майже завжди пов'язані із зміною ентальпії тіла, тобто з його нагрівом і охолодженням. Для вивчення нестаціонарних процесів теплопровідності в нерухомих середовищах (твердих тілах) існують

аналітичні і чисельні методи рішення диференціального рівняння Фур'є-Кірхгофа з різними крайовими умовами.

Практичні задачі нестационарного теплообміну можна розділити на дві основні групи. До першої відносяться процеси, що відбуваються під час переходу тепла з деякого початкового теплового стану в інший стаціонарний, звичайно рівноважний тепловий стан. Прикладами можуть служити зміна температурного поля в тілі, поміщеному в середовище, температура якої відрізняється від початкової температури тіла, або вирівнювання температур в тілі із заданим початковим розподілом температур. До другої групи можна віднести процеси, що відбуваються в тілах, що випробовують теплову дію ззовні, що змінюються в часі по деякому закону (добові і річні коливання температури) [1-4, 14].

Нестационарне температурне поле багатошарової конструкції дорожнього покриття відрізняється тим, що температура будь-якої її точки змінюється з часом, або, як кажуть, «температура є функція простору і часу» і відповідає неусталеному стану теплового режиму. Тому, взагалі кажучи, рівняння (1) є математичним записом нестационарного температурного поля.

В диференціальному записі рівняння теплопровідності Фур'є-Кірхгофа у випадку нерухомого середовища і відсутності внутрішніх джерел тепла має вигляд:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \nabla^2 T, \quad (15)$$

де $a = \frac{\lambda}{c\rho}$ та ∇^2 – оператор Лапласа, записаний в прямокутній (або іншій циліндричній, сферичній) системі координат.

Це рівняння встановлює залежність між температурою, часом і координатами тіла в елементарному об'ємі, тобто поєднує часові і просторові зміни температури тіла.

Оскільки температура тіла в загальному випадку нестационарного теплового поля є функцією координат і часу (1), то початкові умови, тобто розподіл температури в тілі на початковий момент, задається у вигляді $f(x, y, z, t) = f_0(x, y, z, t)$, де f_0 - відома функція, котра необов'язково повинна бути задана аналітично, а може бути представлена чисельно або графічно.

У нашому випадку скористаємося спрощенням, коли початкова умова має

більш простий вигляд $f(x,y,z,0)=T_0=const$.

При періодичній зміні падаючого теплового потоку на поверхню і власного випромінювання поверхні формуються змінні температурні поля. Ці коливання передаються вниз конструкції і бувають, у певному наближенні, добовими, річними тощо. На відміну від геофізичних теплових задач, які розглядають верхню частину розрізу із значною потужністю, де теплові потоки зазнають кратного зменшення своєї інтенсивності, наближення змінних температурних потоків для будівельних конструкцій оперує кінцевими геометричними розмірами, в яких температурні коливання проникають на всю її глибину.

Температура поверхні при періодичній зміні, згідно закону розповсюдження тепла у твердому середовищі виражається гармонічною функцією часу t :

$$t = A_0 \sin(\omega\tau + \varphi) \quad (16)$$

A_0 – амплітуда коливань температури, $\omega = \frac{2\pi}{T}$ – кутова частота коливань, τ – час, для якого визначається температура; φ – кінцева фаза коливань.

Якщо коефіцієнт теплопровідності по глибині залишається постійними, то амплітуда коливань температури на глибині Z буде дорівнюватиме:

$$A_z = A_0 e^{-z\sqrt{\frac{\pi}{aT}}}, \quad (17)$$

де T – період коливання температури.

Запізнення коливань температури з глибиною, яке характеризується фазою φ_z буде визначатися співвідношенням:

$$\varphi_z = \frac{Z}{2} \sqrt{\frac{T}{\pi a}}. \quad (18)$$

Граничні умови. Якщо задані форма і розміри тіла, а також його фізичні властивості (λ , c , ρ , ...), що разом складають геометричні і фізичні умови однозначності, то для вирішення рівняння необхідно задати початкові і граничні (або крайові) умови.

Для однорідних тіл граничні умови можуть бути задані декількох видів: температура будь-якої точки поверхні тіла в будь-який момент часу; тепловий потік біля поверхні або температура тіла навколишнього середовища; умови теплообміну тіла з навколишнім середовищем. На відміну від стаціонарних задач всі величини, що входять в граничні умови можуть змінюватися у часі по заданому закону.

Гранична умова першого роду полягає в завданні розподілу температури по поверхні тіла в будь-який момент часу. Так як асфальтобетонне покриття і плита проїжджої частини мосту являють собою багатошарову конструкцію, шари якої мають різні теплофізичні характеристики, то між шарами цієї конструкції відбуватиметься теплообмін, для опису якого використовується гранична умова четвертого роду.

Гранична умова четвертого роду формулюється як умова усталеного теплообміну дотичних твердих тіл, коли температура дотичних поверхонь однакова.

Взагалі кажучи, розподіл температури у просторі завжди неперервний. Але для спрощення математичних розрахунків іноді доцільно ввести ідеалізоване уявлення про стрибок температури на границі розділу двох різних тіл, які не перебувають у тепловій рівновазі один з одним. Завдяки процесам теплообміну виникає тепловий потік через границю тіла обумовлений стрибком температури на цій границі. Нормальна складова цього потоку залежить від матеріалу обох середовищ, а також від температури. Найпростіше допущення введене Ньютоном, полягає в тому, що величина нормальної складової теплового потоку пропорційна різниці температур тіл на границі. Таким чином нормальна щільність теплового потоку:

$$j_n = \alpha(T - T_0), \quad (19)$$

де T_0 – температура оточуючого середовища; нормаль проведена від тіла до середовища.

Тут α - коефіцієнт зовнішньої теплопровідності (його використовують лише для грубих розрахунків; воно має суто емпіричне навантаження; при $\alpha = \infty$ тіло вважається адіабатично ізольованим).

Досліди показують, що закон Ньютона виконується наближено лише при

невеликих різницях температури [15].

Модель теплового впливу навколишнього середовища. Температурний баланс в асфальтобетонному покритті залежить від суми теплових потоків, які потрапляють на нього: сонячної радіації, довгохвильового випромінювання атмосфери та самого покриття, конвекційна теплопередача між покриттям та середовищем.

Інтенсивність сонячної радіації (прямої та розсіяної) залежить від добового циклу, розташування сонця відносно поверхні, а також кута падіння сонячних променів. Енергетичний баланс на поверхні покриття залежить від сумарного надходження тепла до поверхні покриття та при умові, що воно буде відповідати поглинальній здатності асфальтобетону. Напрямок конвекційної теплопередачі і теплового випромінювання є функцією різниці температур поверхні покриття та температури середовища. У випадках, коли температура середовища нижча, ніж температура поверхні покриття, охолодження поверхні відбувається незважаючи на надходження сонячної радіації на поверхню. Таким чином, в залежності від величини кожного теплового потоку, відбувається накопичення або втрата тепла покриттям. Для адіабатної поверхні основи можна припустити, що при досить товстих покриттях не передбачається теплообмін між покриттям і земляним полотном. Крім того, бічні поверхні покриття (поверхня краю) вважаються адіабатичними при достатньо великих горизонтальних поверхнях, так як просторове розширення при зміні температури у вертикальному напрямку, буде набагато більше, ніж горизонтальні зміни на бічній поверхні, і будь-яким теплообміном через бічну поверхню покриття можна знехтувати. На практиці ширина покриття змінюється від 4,0 м (для дороги) до 15 і більше м (для 4-х смугової). У цьому випадку з достатньою точністю можна розглядати плоску задачу з нескінченною довжиною. Довжина покриття має значення, оскільки вона здійснює безпосередній вплив на конвекційний теплообмін на поверхні.

На величину теплових навантажень асфальтобетонного покриття під час експлуатації впливають:

- розташування та орієнтація автомобільної дороги, які визначаються географічною широтою та азимутом;
- час року та час доби;
- атмосферні умови, що виражені даними про зміну температури, швидкості вітру, хмарності, опадами тощо;

- властивості матеріалів, такі як питома теплоємність, щільність, коефіцієнт поглинання сонячної радіації, коефіцієнт випромінювання, теплопровідність, коефіцієнт передачі теплоти конвекцією;
- геометричні розміри покриття (ширина, товщина шарів);
- колір покриття та його зміна в процесі експлуатації.

У процесі експлуатації зовнішня поверхня покриття піддається різним зовнішнім тепловим впливів навколишнього середовища [2]. Згідно П.Ф.Швецова основними процесами і явищами в радіаційному балансі є поверхневого тіла є:

1) потрапляння на поверхню прямої і розсіяної короткохвильової сонячної радіації, відбивання і поглинання поверхнею сонячних променів і власне довгохвильове випромінювання;

2) конвекційний (турбулентний) теплообмін між поверхнею і приземними шаром повітря, який обумовлюється різницею температур верхнього тонкого шару поверхні і приземного шару повітря, пов'язаного із сонячною радіацією; випромінюванням поверхні Землі; з атмосферною адвекцією; а також циркуляція повітряних мас по тріщинам і пустотам.

3) теплообмін між шарами із різними теплофізичними характеристиками; власне на цей процес мають вплив фазові переходи, але для поверхневих умов, ними зазвичай нехтують.

4) висхідні і горизонтальні теплові потоки внаслідок геотермічних і горизонтальних температурних градієнтів.

Розглянемо кількісний бік теплового балансу, при врахуванні найбільш значущих факторів теплообміну. Відомо, що радіаційний баланс рівний різниці між сонячною радіацією, яка поглинається земною поверхнею і ефективним випромінюванням цієї поверхні можна представити у вигляді формули [2, 5, 6]:

$$R = (Q + q) \cdot (1 - \alpha) - I, \quad (20)$$

де Q – сума прямої радіації, тобто тієї кількості сонячної радіації яка доходить до місця спостереження у вигляді паралельних променів; q – сума розсіяної радіації, тобто тієї кількості сонячної радіації, яка зазнала розсіювання в атмосфері; потрапляє на земну поверхню від всього небесного склепіння; α - альbedo, тобто відношення сонячної радіації, відбитої від

поверхні Землі до радіації, яка потрапляє на її поверхню; I – ефективне випромінювання (різниця між приходом і витрачанням тепла на земну поверхню, обумовлене власними випромінюванням і противипромінюванням атмосфери).

Провідними факторами теплового балансу поверхні дорожнього одягу є:

- періодично-змінна температура повітря;
- сумарна (пряма та розсіяна) сонячна радіація;
- атмосферне випромінювання і вимушена конвекція повітря;

Тепловий баланс поверхні асфальтобетонного покриття на автодорожніх мостах складається із надходженням і поглиненням сонячної радіації та різних механізмів теплообміну з навколишнім повітрям. Якщо припустити, що нижня поверхня плити проїжджої частини знаходиться в умовах конвекційного теплообміну з повітрям всередині прогонової конструкції та повітрям під плитою проїзної частини мосту, температура яка повільно змінюється з часом; і не має інших джерел тепла, то тепловий баланс досліджуваної системи $q_{RES}(t)$ буде складатися з адитивних теплових факторів. Запропоновано тепловий баланс для асфальтобетонного покриття автодорожніх мостів (рис. 1), який складається: теплового потоку сонячної радіації $q_S(t)$; радіаційного теплового потоку $q_R(t)$; конвекційного теплового потоку $q_c(t)$; теплового потоку від тертя шин з покриттям $q_p(t)$ та приросту тепла від температури повітря $q_{II}(t)$:

$$q_{RES}(t) = q_S(t) + q_R(t) + q_c(t) + q_p(t) + q_{II}(t) \quad (21)$$

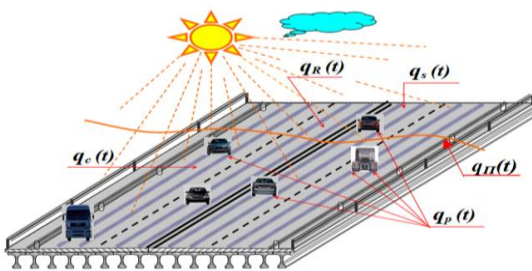


Рисунок 1 - Температурний вплив навколишнього середовища на конструкцію мосту

Тепловий потік сонячної радіації $q_S(t)$. Щільність поглиненого горизонтальною поверхнею покриття потоку сумарної сонячної радіації $q_S(t)$ обраховується [2, 4, 5, 11]:

$$q_S(t) = A_S \cdot Q_{inc}(t). \quad (22)$$

Коефіцієнт A_S є змінною величиною і залежить від ступеню деградації поверхневого шару покриття, яка визначається факторами атмосферного впливу: ультрафіолетовою радіацією; вологістю повітря тощо. Величину A_S отримують емпіричним шляхом.

Інтенсивність сумарної падаючої на горизонтальну поверхню сонячної радіації $Q_{inc}(t)$ виражається у вигляді суми прямої і розсіяної сонячної радіації. Закон зміни сумарної сонячної радіації $Q_{inc}(t)$ можна апроксимувати залежністю С.Тангітама [2, 5]:

$$Q_{inc}(t) = \begin{cases} 0, 0 \leq t \leq t_1, \\ Q_{max} \sin^p \left[\frac{\pi(t-t_1)}{t_1} \right], & t_1 \leq t \leq 12, \\ Q_{max} \sin^q \left[\frac{\pi(t-t_2)}{t_2} \right], & 12 \leq t \leq t_3, \\ 0, t_3 \leq t \leq 24, \end{cases} \quad (23)$$

де Q_{max} , t_1 , t_2 - середньомісячне значення максимальної інтенсивності сумарної сонячної радіації, яка досягається опівдні, час від півночі до сходу Сонця і тривалість світлового дня; t_3 - час заходу Сонця; p , q - постійні форми.

Поліпшення апроксимації експериментальних даних за модифікованою двочленною формулою С.Тангітама [2, 5] досягається за рахунок введення двох постійних форм p та q , що дає можливість адекватно описати несиметричний щодо періоду часу в 12 годин характер зміни функції $Q_{in}(t)$. У разі $p=q$ отримуємо одночленну формулу С.Тангітама. Інший спосіб оцінювання приросту тепла від сонячної радіації $q_S(t)$ можливий через підрахунок сукупності сонячного випромінювання, що поглинається поверхнею покриття і визначається формулою [2, 4, 5, 11]:

$$q_S(t) = \alpha_{II} I, \quad (24)$$

Коефіцієнт поглинальної здатності змінюється в залежності від кута падіння сонячних θ променів обумовленого емпіричної залежністю Дюфіта Бемана [2, 4, 5, 11].

Коефіцієнт α_{II} є змінною величиною і залежить від ступеню деградації поверхневого шару покриття, яка визначається факторами атмосферного впливу та часу: ультрафіолетовою радіацією; вологістю повітря; вмістом кисню та низкою інших параметрів. Величину α_{II} отримують емпіричним шляхом.

Модель також враховує пряме I_d і розсіяне I_b сонячне випромінювання:

$$I = I_b \cos \Theta + I_d \quad (25)$$

Радіаційній тепловий потік $q_R(t)$. Результируючий радіаційний тепловий потік між абсолютно чорним тілом неба і дифузійно-сірою поверхнею покриття представляється у вигляді залежності [2, 5, 11]:

$$q_R(t) = \varepsilon \cdot S_b \cdot (T_{sky}^4 - T_{s,0}^4), \quad (26)$$

де $T_{sky}(t) = \{1 - c_1 \exp[-c_2(273,1 - T_{a,0}(t))^2]\}^{0,25} T_{a,0}(t)$; $T_{s,0}$ - температура зовнішньої поверхні дорожнього одягу; T_{sky} - еквівалентна температура неба; $c_1 = 0,261$; $c_2 = 0,771 \times 10^{-3}$, K^{-2} ; $T_{a,0}(t)$ - закон зміни добової середньомісячної температури. Закон зміни добової середньомісячної температури можна представити у вигляді:

$$T_{a,0}(t) = \bar{T}_{a,0} + a \cos(\omega t - b), \quad (27)$$

де $\bar{T}_{a,0}$ - середнє значення температури; a , b , ω - амплітуда, фазовий кут і кругова частота.

Вважається, що максимальна денна температура навколишнього повітря протягом доби досягається приблизно в 14 годин, а мінімальна - в 4 години.

Випромінювання неба ε_H визначається в залежності від атмосферного тиску, температури і вологості повітря:

$$\varepsilon_H = \frac{P}{101,3} (0,60 + 0,06 \sqrt{\varepsilon_{ВП}}), \quad (28)$$

Тиск водяної пари обчислюється:

$$\varepsilon_{ВП} = \frac{R_H}{100} (1,831 \cdot 10^{-9}) T_{абс} \exp(0,06 T_{абс}), \quad (29)$$

Розрахунок короткохвильового випромінювання, що походить від сонячного випромінювання та дифузійного розсіювання від неба.

Кут зеніту Сонця - $\mu \cos \Theta$, де норма μ розраховується за виразом:

$$\mu = \sin(\Theta_{Nlat}) \sin(\delta_{Nlat}) + \cos(\Theta_{Nlat}) \cos(\delta_{Nlat}) \cos\left(\pi \frac{t_l - 12}{12}\right), \quad (30)$$

Кут нахилу Сонця:

$$\delta_{сон} = \delta_{max} \cos\left(360 \frac{J - 173}{365}\right), \text{ град}, \quad (31)$$

Залежність між місцевим (сонячним) часом, який визначає полудень в даній місцевості та UTC:

$$t_l = UTC + \frac{\varphi}{15}, \quad (32)$$

Сонячна постійна S_0 є функцією висоти сонцестояння, яка змінюється протягом року:

$$S_0(J) = \bar{S}_0 \left\{ 1 + 0.338 \cos \left[\frac{2\pi(J-3)}{365} \right] \right\}. \quad (33)$$

Конвекційний тепловий потік $q_c(t)$. Нагріта потоком падаючого випромінювання поверхня дорожнього одягу в денні години охолоджується повітрям, який є причиною вимушеного конвекційного теплообміну. Конвекційний теплообмін конструкції з навколишнім повітрям залежить від швидкості вітру і висоти мостової споруди. Щільність конвекційного теплового потоку знаходиться за законом Ньютона [2, 4, 5]:

$$q_{c,верх}(t) = \alpha_{c,0} [T_{a,0}(t) - T_{s,0}] \quad (34)$$

де $\alpha_{c,верх}$ - коефіцієнт конвекційної тепловіддачі між навколишнім повітрям і зовнішньою верхньою поверхнею; $\alpha_{c,0} = 5,8 + 4,1 \cdot V$, V , V_m - середня швидкість вітру на висоті H і висоті флюгера H_n (що фіксується параметром $v = V_m (H/H_m)^n$); n - параметр, що характеризує ступінь нерівності місцевості ($n=0,15$ - рівна відкрита місцевість; $n=0,29$ - невелике місто і околиця великого міста; $n=0,45$ - забудови центру міста [2, 4, 5, 11]).

Нижня поверхня плити проїжджої частини знаходиться в умовах конвекційного теплообміну з повітрям всередині коробчастої прогонової будови або повітрям під плитою проїзної частини мосту, і тому щільність теплового потоку також визначається законом Ньютона [2, 11]:

$$q_{c,ниж} = \alpha_{c,i} (T_{a,i} - T_{s,i}), \quad (35)$$

де $\alpha_{c,i}$ - коефіцієнт конвекційної тепловіддачі; $T_{a,i}$ - температура повітря всередині коробки прогонової будови або повітря під плитою проїзної частини моста; $T_{s,i}$ - температура внутрішньої поверхні плити проїжджої частини.

Коефіцієнт конвекції $\alpha_{c,i}$ є функцією числа Нуссельта Nu . Існує кілька емпіричних залежностей для визначення коефіцієнту конвекції в залежності від форми дорожнього полотна. Для асфальтобетонного покриття, найбільш відповідними є залежності, які використовуються для горизонтальної плоскої пластини. У випадку вільної конвекції Nu є функцією від числа Релея Re . У випадку висхідних теплових потоків вільної конвекції над горизонтальною

плоскою поверхнею, число Релея буде становити близько 10^7 . Таким чином, маємо дві залежності для визначення числа Нуссельта для вільної конвекції з нагрівом або охолодженням пластини, що запропоновано Інкроперою і Девіттом:

$$Nu = 0.54 Ra^{0.25} \quad (10^4 < Ra < 10^7, \text{ при ламінарному потоці})$$

$$Nu = 0.15 Ra^{0.33} \quad (10^7 < Ra < 10^{11}, \text{ при турбулентному потоці})$$

Тоді коефіцієнт конвекції буде розраховуватися:

$$a_{c,i} = \frac{Nu \times k}{L}, \quad (36)$$

У випадку примусової теплової конвекції Nu корелює з числом Рейнольдса Re і Прандтля Pr . Для зовнішньої примусової конвекції на плоскій пластині критичне число Рейнольда становить близько 10^5 . Таким чином, маємо дві емпіричні залежності числа Нуссельта при примусовій конвекції над покриттям, що описано Інкроперою і Девіттом.

$Nu = 0.664 Re^{0.5} Pr^{0.33}$ (при ламінарному потоці), $Nu = 0.15 Re^{0.8} Pr^{0.33}$ (при змішаному та турбулентному потоці). Приріст тепла від температури повітря. Приріст тепла від температури повітря враховує приріст тепла на поверхні покриття від температури повітря або довгохвильового випромінювання за допомогою лінійного коефіцієнту випромінювання h_t [11]:

$$h_t = 4\sigma \left(\frac{T_{x,z} + T_{ПВ}}{2} \right)^3. \quad (37)$$

Приріст тепла від температури повітря визначається:

$$q_{ПВ} = h_t (T_{ПВ} - T_{x,z}) \quad (38)$$

Тепловий потік від тертя шини $q_p(t)$. Потік тепла, що формується при контакті шини з покриттям $q_p(t)$ виникає внаслідок проковзування протектора шини в області контакту [10]. При коченні колеса у зоні контакту температура підвищується, сягаючи максимуму на виході із контакту, де спостерігається максимальне проковзування. Лінія нахату в якій відбувається теплогенерація розподілена у вигляді неперервної одномірної лінійної смуги. При виборі такої моделі можна застосувати різні підходи щодо кількісних методів їх оцінки.

Тепловий потік від шини, що потрапляє на покриття і спричиняє його нагрів [10], можна визначити за допомогою закону Ньютона-Рахмана, згідно

якого кількість тепла, що передається одиниці поверхні тіла в одиницю часу, пропорційне різниці температури дотичних поверхонь:

$$q = \alpha(t_u - t_n), \quad (39)$$

де α - коефіцієнт тепловіддачі шини (α визначається із серії виразів, що описують зміну коефіцієнту теплопровідності, при контакті протектора шини із покриттям), t_u – температура поверхні шини, t_n – поверхні покриття.

Допущення до моделі теплового потоку від тертя шини. Модель теплообміну контакту протектора шини з покриттям пропонується як контакт двох конвергентних поверхонь. Відповідно, у наближенні нескінченно однорідної пластини коефіцієнт пропорційності K між двома поверхнями описується наступним чином:

$$K = \left(\frac{2\delta}{\pi}\right)^2. \quad (40)$$

Оскільки коефіцієнт теплопровідності гуми дуже малий, то в якості товщини пластини при коченні колеса можна розглядати товщину шини по короні, так як сама шина є джерелом тепла. В такому випадку значення параметру δ буде лежати в межах 4-12 см в залежності від розміру шин.

Темп охолодження при контактному теплообміну m є функцією коефіцієнту тепловіддачі, площі безпосереднього контакту і величини теплоємності охолоджуваного тіла:

$$m = \frac{\psi\alpha S_\phi}{C}. \quad (41)$$

Встановлення темпу охолодження гуми, зазвичай нескладне, оскільки має лінійну залежність від температури. Покладаючи величину ψ в 1 дозволяє проводити обчислення з достатньою величиною точності. Певна варіація величини ψ буде спостерігатися від важкопрогнозованих фізико-механічних властивостей гуми в контакті, характеристик текстури покриття протектора, наявності вологи в порах матеріалу покриття. Але всі ці особливості вносять незначний внесок в формування теплового потоку в зони контакту і тому ми в нашому аналізі ними будемо нехтувати. Теплоємність пропорційна густині і об'єму тіла:

$$C = C_\rho \rho V. \quad (42)$$

Тому коефіцієнт тепловіддачі шини прямо пропорційний теплоємності і обернено пропорційний товщині пластини.

$$\alpha = \frac{a\rho C_p \pi^2}{4\delta}. \quad (43)$$

В вищенаведених виразах: V – об’єм охолоджуваної частини шини, ψ - коефіцієнт нерівномірності розподілу температури в межах охолоджуваної частини шини; δ - товщина пластини; K – коефіцієнт пропорційності, m – відносна швидкість (темп) охолодження гуми.

Таким чином повний тепловий потік, який потрапляє від шини в покриття в межах зони контакту виражатиметься функцією $q_p(t)$ [10]:

$$q_p(t) = \frac{a\rho C_p \pi^2}{4\delta} S_\phi (t_u - t_n), \quad (44)$$

де S_ϕ - площа фактичного контакту.

При підрахунку величини теплового потоку, який генерується тертям шини варто враховувати залежність параметру S_ϕ від швидкості руху автомобіля. Із зростанням швидкості відбувається певне незначне, але монотонне, зростання площі контакту колеса з покриттям [10]. Також, очевидним є вплив на кількість згенерованого тепла, яке додатково потрапляє в смугу руху автотранспорту – кількості, якості та темпу проходження транспортних засобів.

Модель нестационарного кондуктивного теплопереносу в багат шаровому пакеті дорожнього одягу на плиті проїзної частини. Якщо середовище, в якому розповсюджується тепло однорідне, то всі параметри середовища не залежать від координат. Друге припущення, що вони не залежать від температури і часу і є постійними. Коли температура залежить тільки від однієї просторової координати і часу, рівняння теплопровідності при наявності джерел тепла має вигляд:

$$\rho c_v \frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + q(x,t). \quad (45)$$

Щільність потужності джерел тепла q повинно вважатися заданою функцією координати і часу. Але задати джерела тепла не є однозначним.

Необхідно додати початкові і граничні умови.

Початкова умова визначає температуру по всьому тілу у певний момент часу:

$$T_{t \rightarrow 0} = f(x), \quad (46)$$

де $f(x)$ - функція координати x .

Граничні умови визначають температуру тіла на границі у будь-які моменти часу. В одномірному випадку тіло має вигляд плоско паралельної пластини обмеженої площинами $x=0$ і $x=l$. Тому для них граничні умови запишуться у вигляді.

$$T_{x=0} = \varphi_1(x), \quad (47)$$

$$T_{x=l} = \varphi_2(x), \quad (48)$$

де $\varphi_1(x)$ і $\varphi_2(x)$ – задані функції часу.

Неоднорідність нестационарного температурного поля по товщині багат шарового пакета покриття на плиті проїзної частини складається з неоднорідності шарів, які знаходяться в ідеальному тепловому контакті розглянутих матеріалів. Вони зазнають періодичного зовнішнього теплового впливу від навколишнього середовища, яка складається з стаціонарних і нестационарних теплових потоків внаслідок вимушеної конвекції повітря під плитою проїзної частини. Аналітичне рішення в декартовій системі координат знаходить при виконанні крайової задачі теплопровідності, яку запишемо для чотиришарового пакета, представленого на рис. 2.

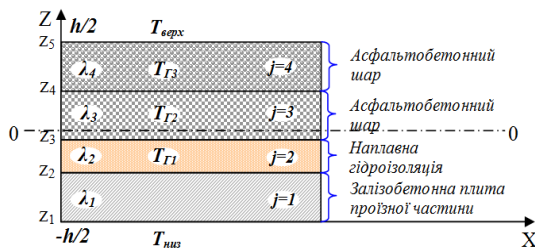


Рисунок 2 - Схема
асфальтобетонного покриття на
залізобетонній плиті проїзної частини

При умові неперервності на границях шарів рівняння теплопровідності, достатньо повна математична модель нестационарного теплового стану багат шарового пакета покриття та плити проїзної частини (30) описує теплову поведінку цього пакету в умовах великих градієнтів температури і періодичних теплових впливів навколишнього середовища.

$$\frac{\partial T_j}{\partial t} = a_j \frac{\partial^2 T_j}{\partial z^2}, \quad z_j < z < z_{j+1}, \quad j = 1, 2, 3, 4, \quad -\lambda_4 \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=z_5} = q_{RES}(t) = q_s(t) + q_R(t) + q_c(t) + q_p(t),$$

(49)

$$-\lambda_4 \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z_4+0} = -\lambda_3 \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z_4-0}, \quad T_{\Gamma_4}(z_4) = T_{\Gamma_3}(z_4), \quad -\lambda_3 \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z_3+0} = -\lambda_2 \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z_3-0}, \quad T_{\Gamma_3}(z_3) = T_{\Gamma_2}(z_3),$$

$$-\lambda_2 \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z_2+0} = -\lambda_1 \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z_2-0}, \quad T_{\Gamma_2}(z_2) = T_{\Gamma_1}(z_2), \quad \lambda_1 \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=z_5} = q_{c,ниж}(t), \quad T(z, t_0) = T_0.$$

де T_j - температура j -го шару; a_j - коефіцієнт теплопровідності j -го шару багатошарового пакета; z - координата, спрямована від серединної поверхні 0-0 вгору до зовнішньої поверхні покриття (рис.2); z_1, z_2, z_3, z_4, z_5 - координати меж шарів багатошарового пакета; T_0 - початкова температура багатошарового пакета; t - час; t_0 - час початку експлуатації багатошарового пакета; $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$ - коефіцієнти теплопровідності відповідних шарів.

Модель стаціонарного кондуктивного теплопереносу в чотиришаровому пакеті покриття з плитою проїзної частини мосту. Якщо на верхню поверхню багатошарового пакета діє результуючий тепловий потік $q_{RES}(t)$, а нижня поверхня багатошарового пакета (плити проїзної частини) перебуває в умовах конвекційного теплообміну з повітрям під плитою проїзної частини прогонової будови, то закон розподілу температурного поля по товщині багатошарового пакета знаходиться з рішення наступної крайової задачі теплопровідності [12] та виразу (15).

$$a_j \frac{\partial^2 T_j}{\partial z^2} = 0, \quad z_j < z < z_{j+1}, \quad j = 1, 2, 3, 4, \quad -\lambda_4 \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=z_5} = f_2(t), \quad -\lambda_4 \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z_4+0} = -\lambda_3 \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z_4-0}, \quad (50)$$

$$T_{\Gamma_4}(z_4) = T_{\Gamma_3}(z_4), \quad -\lambda_3 \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z_3+0} = -\lambda_2 \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z_3-0}, \quad T_{\Gamma_3}(z_3) = T_{\Gamma_2}(z_3), \quad -\lambda_2 \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z_2+0} = -\lambda_1 \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z_2-0},$$

$$T_{\Gamma_2}(z_2) = T_{\Gamma_1}(z_2), \quad \lambda_1 \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=z_5} = q_{c,ниж}(t), \quad T(z, t_0) = T_0$$

де T - температура j -го шару; a_j - коефіцієнт теплопровідності j -го шару багатошарового пакету; z - координата, спрямована від серединної поверхні 0-0 вгору до зовнішньої поверхні дорожнього одягу; z_1, z_2, z_3, z_4, z_5 - координати меж шарів багатошарового пакету; T_0 - початкова температура

багатошарового пакету; t - час; t_0 - час початку експлуатації багатошарового пакету; $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$ - коефіцієнти теплопровідності відповідних шарів.

Варто зауважити, що у випадку високих температур і повільно протікаючих (стаціонарних) теплових процесів необхідно враховувати теплоту, яка витрачається на роботу розширення тіла (наприклад, автодорожнього мосту) при її нагріванні. Цю компоненту враховують у загальному тепловому балансі моделі, але практично нею ми будемо нехтувати, що не вносить суттєвої похибки в теплофізичні розрахунки.

Розрахунок одномірного температурного поля при стаціонарному режимі нагріву при товщині покриття. Залежності можна отримати аналітично, за допомогою числових методів і представити у вигляді таблиць, номограм або діаграм. Більш строгі аналітичні представлення одномірного температурного поля при стаціонарному режимі нагріву при товщині багатошарової покриття передбачають завданням початкових і граничних умов при усталеній температурі в області $0 < x < l$ (пластина товщиною l , де координата x змінюється від $0 < x < l$) [12-16]. Температури границь рівні $\varphi_1(t)$ і $\varphi_2(t)$. Початкова температура $f(x)$.

У цьому рівнянні має наступний вигляд:

$$\begin{aligned} \frac{dv}{dt} &= \chi \frac{d^2v}{dx^2} (0 < x < l), \\ v &= \varphi_1(t) \text{ при } x = 0 \\ v &= \varphi_2(t) \text{ при } x = l \\ v &= f(x) \text{ при } t = 0 \end{aligned} \quad (51)$$

Окремо випишемо рішення для u та w . Рішення для u має таку форму.

$$u = \frac{2}{l} \sum_1^{\infty} \exp\left(-\frac{a^2 n^2 \pi^2 t}{l^2}\right) \sin \frac{n\pi x}{l} \int_0^l f(x') \sin \frac{n\pi x'}{l} dx' \quad (53)$$

Для визначення w повинні використати теорему Дюамеля, за допомогою якої вирішення для випадку рівності температур на поверхні $\varphi_1(t)$ і $\varphi_2(t)$ отримується із рішення для випадку температур на поверхні рівних v_1 і v_2 .

Якщо температура всієї пластини у момент часу $t = \lambda$ рівна нулю, а її кінці підтримуються при температурах $\varphi_1(t)$ і $\varphi_2(t)$ в інтервалі від $t = \lambda$ до $t = t_1$, то тоді температура у момент часу t визначається співвідношенням.

$$\begin{aligned} w &= \varphi_1(\lambda) \left\{ 1 - \frac{x}{l} - \frac{2}{\pi} \sum_1^{\infty} \frac{1}{n} \exp\left[-\frac{a^2 n^2 \pi^2 (t - \lambda)}{l^2}\right] \sin \frac{n\pi x}{l} \right\} + \\ &+ \varphi_2(\lambda) \left\{ \frac{x}{l} + \frac{2}{\pi} \sum_1^{\infty} \frac{1}{n} \cos n\pi \exp\left[-\frac{a^2 n^2 \pi^2 (t - \lambda)}{l^2}\right] \sin \frac{n\pi x}{l} \right\} \end{aligned} \quad (54)$$

Відповідно, для w при температурах поверхні кінців рівних $\varphi_1(t)$ і $\varphi_2(t)$ отримаємо:

$$w = \int_0^t \left\{ \varphi_1(\lambda) \frac{\partial}{\partial t} F_1(x, t - \lambda) + \varphi_2(\lambda) \frac{\partial}{\partial t} F_2(x, t - \lambda) \right\} d\lambda \quad (55)$$

$$\text{де } F_1(x, t - \lambda) = 1 - \frac{x}{l} - \frac{2}{\pi} \sum_1^{\infty} \frac{1}{n} \exp \left[-\frac{a^2 n^2 \pi^2 (t - \lambda)}{l^2} \right] \sin \frac{n\pi x}{l},$$

$$F_2(x, t - \lambda) = \frac{x}{l} + \frac{2}{\pi} \sum_1^{\infty} \frac{1}{n} \cos n\pi \exp \left[-\frac{a^2 n^2 \pi^2 (t - \lambda)}{l^2} \right] \sin \frac{n\pi x}{l}.$$

Звідки отримуємо такий вираз:

$$w = \frac{2a\pi}{l^2} \sum_1^{\infty} n \exp \left[-\frac{a^2 n^2 \pi^2 t}{l^2} \right] \sin \frac{n\pi x}{l} \times \int_0^t \exp \left[\frac{a^2 n^2 \pi^2 \lambda}{l^2} \right] \left[\varphi_1(\lambda) - (-1)^n \varphi_2(\lambda) \right] d\lambda \quad (56)$$

та, в кінцевому варіанті, після складення двох частин маємо:

$$T = \frac{2}{l} \sum_1^{\infty} \exp \left(-\frac{an^2\pi^2 t}{l^2} \right) \sin \frac{n\pi x}{l} \left[\int_0^l f(x') \sin \frac{n\pi x'}{l} dx' + \frac{na\pi}{l} \int_0^t \exp \left[\frac{an^2\pi^2 \lambda}{l^2} \right] \left[\varphi_1(\lambda) - (-1)^n \varphi_2(\lambda) \right] d\lambda \right]. \quad (57)$$

Висновки

Отримані аналітичні рішення температурного поля в асфальтобетонному покритті автодорожніх мостів, які дозволяють вирішити задачі прогнозування температури за допомогою чисельних методів або використовуючи (при ряді допущень часово-граничних умов) в теорії подібності. Всебічно оцінені теплова модель щодо балансу теплових потоків із вирішенням їх кількісними методами. Для деяких компонентів моделі (розподіл температури на поверхні асфальтобетонного покриття від падаючих періодичних теплових хвиль і їх поширення на глибину конструкції) вдалося досягти надзвичайно точної співставності з даними власних натурних спостережень, що дозволяє прогнозувати термічний режим конструкції на тривалі часи спостережень. Для питомої теплової модель вперше теоретично обґрунтовано, аналітично представлено і чисельно розраховано компоненту генерації теплового потоку від тертя шини (в лінійному наближенні і при ряді просторових обмежень). При аналізі поширення теплових хвиль на глибину конструкції, встановлено, що згідно приведених співвідношень (16-18) впливає: 1) амплітуди коливань температури зменшуються за експоненційним законом (якщо глибини зростають за арифметичним законом, то амплітуди зменшуються в

геометричній прогресії); 2) час запізнення максимумів температури на глибині у порівнянні з часом настання їх на поверхні зростає із збільшенням глибини; 3) період коливань поверхні із збільшенням глибини не змінюється; 4) глибини на яких амплітуди різноперіодних коливань зменшується в одну і ту ж кількість разів, відносяться як квадратні корені, тобто $\frac{z_2}{z_1} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}}$, де індекси показують різні періоди часу. При аналізі радіаційних теплових потоків (суттєвих факторів теплового балансу конструкцій) уточнено амплітуду добового ходу і стандартне відхилення температури повітря (яке до того ж змінюються пропорційно амплітуді річного ходу). Річний хід температури добре описується першою гармонікою розкладу у ряд Фур'є за тригонометричними функціями.

Література

1. Дмитриченко М.Ф. Теплова діагностика (основи теорії та практики застосування): Монографія. / Дмитриченко М.Ф., Дмитрієв М.М., Деркачов О.Б. – К.: НТУ, 2012. – 168 с.
2. Овчинников И.Г. Прикладная механика дорожных одежд на мостовых сооружениях / Овчинников И.Г., Щербаков А.Г., Бочкарев А.В., Наумова Г.А. – Волгоград: ВолгГАСУ, 2006. – 310 с.
3. Мозговой В.В. Научные основы обеспечения температурной трещиностойкости асфальтобетонных покрытий : дис... докт. техн. наук : 05.22.11 / Мозговой Владимир Васильевич. – К., 1996 – 406 с.
4. Рекомендації з розрахунку температурних полів і напружень в асфальтобетонних покриттях конструкції нежорстких дорожніх одягів : Р В. 2.3 – 21476215-803:2012/ Укравтодор. – Офіц. вид. – К.: Укравтодор, 2012. – 15 с. – (Нормативний документ Укравтодору).
5. Методика з розрахунку зміни жорсткості та міцності пакету асфальтобетонних шарів в залежності від стохастичної зміни температурного режиму повітря в річному циклі. М 02070915-711:2012 / Укравтодор. – Офіц. вид. – К.: Укравтодор, 2012. – 49 с. – (Нормативний документ Укравтодору).
6. Методические рекомендации по расчету температурных полей, напряжений о деформаций в цементобетонных покрытиях: [Введен в действие 1976–01–01]. – М.: Союздорнии, 1976. – 41 с.

7. Методика розрахунку тонких асфальтобетонних шарів на жорсткій основі з урахуванням термопластичних властивостей асфальтобетону. М 02071168-708:2012 / Укравтодор. – Офіц. вид. – К.: Укравтодор, 2012. – 90 с. – (Нормативний документ Укравтодору).
8. Ряпухін В.М. Розрахунки асфальтобетонних шарів нежорстких дорожніх одягів з урахуванням термопластичних властивостей асфальтобетонів: монографія / В.М. Ряпухін, А.Г. Батракова, Н.О. Нечитайло – Харків: ХНАДУ, 2012. – 145 с.
9. Горецкий Л.И. Теория и расчет цементобетонных покрытий на температурные воздействия. – М.: Транспорт, 1965. – 284 с.
10. Немчинов М.В. Сцепные качества дорожных покрытий и безопасность движения автомобиля / Немчинов М.В. – М.: Транспорт, 1985. – 231 с.
11. Рекомендації з розрахунку температурних полів і напружень в мостових конструкціях з покриттям. Р В.2.3-218-02071168-686:2007 – К.: Укравтодор. – 2007 / Укравтодор. – Офіц. вид. – К.: Укравтодор, 2012. – 26 с. – (Нормативний документ Укравтодору).
12. Антіпов В.Н. Вплив річних коливань на деформаційні характеристики а\б покриттів / Антіпов В.Н.// «Підвищення працездатності автомобільних доріг». 1975. – Вип.13 – К : Тр. ДипроДОРНІІ, с. 30 – 33.
13. Карслоу Г., Егер Д. Теплопроводность твердых тел. М., 1964 г.. 488 с.
14. Иванов Н.Н. Конструювання і розрахунок нежорсткого дорожнього одягу / Н.Н.Іванов М.: Транспорт, 1973. – 328 с.
15. Дорожній одяг нежорсткого типу : ВБН В.2.3-218-186 2004 – Офіц. вид – К. : Державна служба автомобільних доріг України «Укравтодор», 2004 – 176 с. – (Національний стандарт України).
16. Ковальов Я.Н. Визначення літньої розрахункової температури дорожніх асфальтобетонних покриттів для різних кліматичних районів СРСР / Ковальов Я.Н.// Вісті Вузів. Серія «Будівництво і архітектура» № 11. – Новосибірськ: изд. НИСИ им. В.В. Куйбышева, 1967. – С. 41–53.

Рецензенти

В.О. Золотарьов, д-р техн. наук, ХНАДУ (Харків)

А.В. Мішутін, д-р техн. наук, ОДАБА (Одеса)

Reviewers

V.O. Zolotarev, Dr.Tech.Sci., KhNAHU (Kharkiv)

A.V. Mishutin, Dr.Tech.Sci., OSACEA (Odesa)