

# Information systems modeling

УДК 681.5

doi: 10.20998/2522-9052.2018.3.04

В. И. Барсов, Е. Ю. Костерная

Национальный аэрокосмический университет имени Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина

## МОДЕЛИРОВАНИЕ МОБИЛЬНОЙ ПЛАТФОРМЫ С ВСЕНАПРАВЛЕННЫМИ КОЛЕСАМИ

**Предметом** изучения в статье является процесс перемещения мобильной платформы с всенаправленными колесами. **Цель** – разработать компьютерную модель, описывающую движение мобильной платформы с всенаправленными колесами. **Задача**: на основе разработанной модели выполнить компьютерное моделирование голономного движения трёхколёсной платформы в среде Matlab Simulink. Используемыми **методами** являются: системный анализ, численные методы, методы математического и компьютерного моделирования. Получены следующие **результаты**. Рассмотрены возможные варианты перемещения мобильной платформы в условиях ограниченного пространства, при наличии препятствий. Выполнено компьютерное моделирование, описывающее голономное движение мобильной платформы с всенаправленными колесами и в среде Matlab Simulink. **Выводы**. Предложенная компьютерная модель голономного движения трёхколёсной платформы позволяет проследить динамику изменения линейных и угловой скоростей платформы при изменении исходных параметров. Анализ полученных результатов показывает нестабильность изменения линейных скоростей по осям  $x$  и  $y$ . Характер изменения угловых скоростей и угла поворота платформы прямо пропорционально зависит от расстояния между центром платформы и центром колеса, а линейные скорости – от массы платформы. Полученные результаты могут быть использованы при проведении дальнейших исследований процесса управления голономным движением мобильной платформы с всенаправленными колесами в условиях ограниченного пространства, при наличии препятствий, и моделировании процессов, связанных с ее перемещением.

**Ключевые слова**: всенаправленное колесо; мобильная платформа; кинематическая модель; голономное движение.

### Введение

К научно-техническим задачам, привлекающим внимание специалистов в рассматриваемой области относятся задачи, связанные с исследованием вопросов, позволяющих обеспечить эффективное управление маневренностью мобильных платформ в условиях ограниченного пространства, при наличии всевозможных препятствий, за счет способности всенаправленного перемещения без разворота [1–3].

Мобильные платформы с всенаправленными колесами (МПВК) имеют ряд специфических особенностей:

- мобильная платформа может в любой момент времени изменить траекторию своего движения на произвольный угол без выполнения разворота [1];
- возможность сочетания поступательного движения с вращательным, что позволяет платформе подъезжать к месту назначения под определенным углом [2].

Основным элементом исследуемой мобильной платформы является всенаправленное колесо, представляющее собой диск с роликами, установленными по окружности под углом  $90^\circ$  (рис.1, а) или  $45^\circ$  (рис.1, б) к направлению вращения. Ролики всенаправленного колеса расположены так, что их оси вращения являются касательными к окружности колеса, таким образом движение колеса является результирующим двух движений – движения по вращению диска и движения по вращению пассивного ролика. Конструкция таких колес позволяет им вращаться на месте при минимальной силе трения и низком вращательном моменте [4].

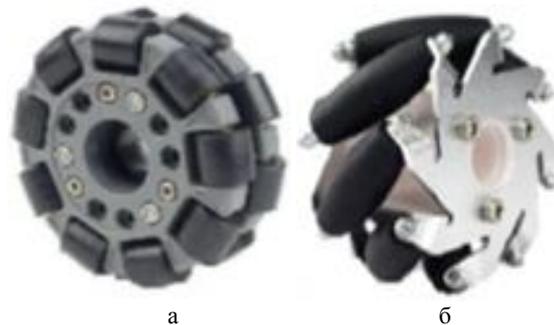


Рис. 1. Разновидности всенаправленных колес

Выбор размера и диаметра колес зависит от ожидаемой скорости МПВК, веса и др. параметров. Также следует отметить, что, реализуя голономное движение платформы, каждое всенаправленное колесо имеет три степени свободы: вращение вокруг колесной оси; вокруг осей роликов и вокруг точки соприкосновения (рис. 2).

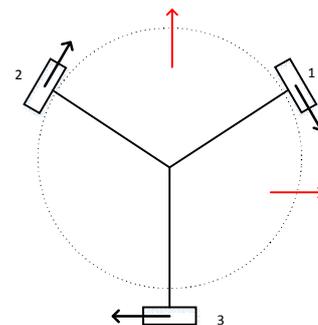


Рис. 2. Голономное движение мобильной платформы с всенаправленными колесами

Голономное движение – это движение, при котором у движущегося тела нет ограничений по направлению вектора скорости, а объекты, обладающие таким способом движения, могут перемещаться в любую точку по оси абсцисс ( $x$ ) и оси ординат ( $y$ ) [5].

В ряде работ, посвященных исследованию мобильных колесных платформ, используемых, например, при создании роботов, рассматриваются, в частности, преимущества различных видов конструкций мобильных колесных платформ, их кинематические модели, количество и тип используемых колес [4, 5]. Однако при этом, на наш взгляд, представление МПВК основывается на не совсем полном представлении её математической модели,

что может способствовать появлению неточностей при исследовании динамики мобильной платформы, с целью достижения более эффективного управления платформой в условиях ограниченного пространства.

Как было указано выше, платформа может осуществлять голономное движение в условиях ограниченного пространства (рис. 2). Авторы работ по данной тематике обычно ограничиваются рассмотрением нескольких основных вариантов управления колесами МПВК. Однако возможны и другие варианты перемещения мобильной платформы, которые могут быть использованы при объезде всевозможных препятствий без ее разворота, например, представленные на рис. 3.

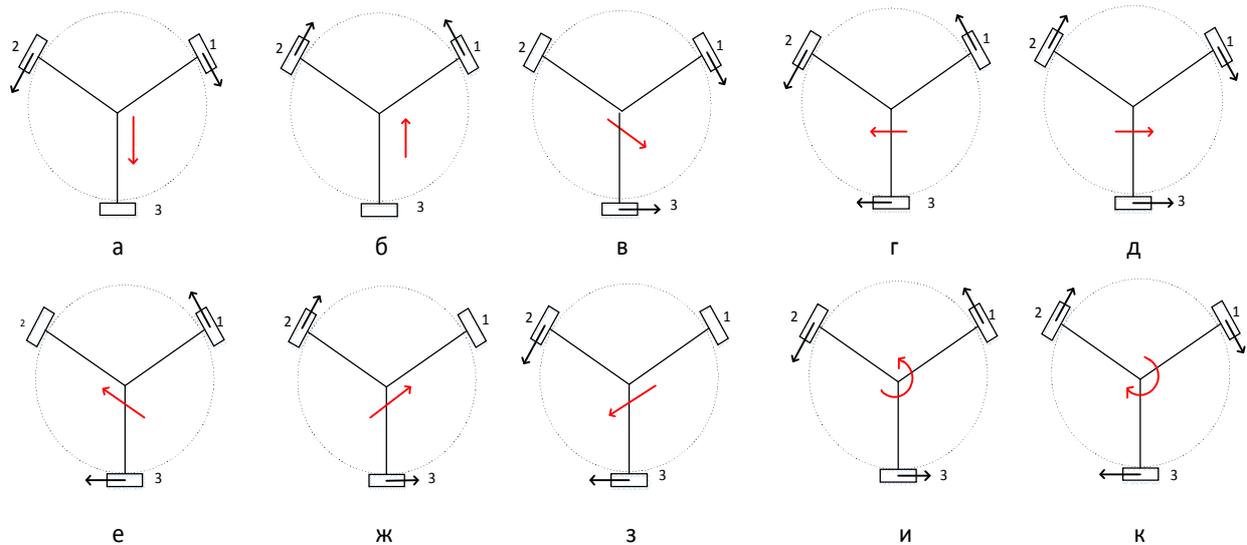


Рис. 3. Направления движения мобильной платформы с всенаправленными колесами

## Основные результаты

Объектом исследования в данной работе является трехколесная мобильная платформа с всенаправленными колесами. Колеса исследуемой платформы расположены под углом 120 градусов, оси которых проходят через центр транспортного средства. Для выполнения определенного движения МПВК необходимо управлять скоростью вращения каждого исполнительного привода.

Для оптимизации работы приводов мобильной платформы нужно учитывать следующие особенности:

- для заданного движения МПВК необходимо выдерживать определенное соотношение угловых скоростей приводов, при этом для увеличения общей скорости требуется прямо пропорционально увеличивать угловые скорости приводов;
- для всенаправленного колеса, которое вращается с определенной скоростью, следует добавлять или вычитать поровну скорости каждого привода;
- исполнительные приводы мобильной платформы ограничены физическими свойствами обмоток ротора, поэтому при формировании управляющего воздействия необходимо убедиться, что они не работают на пределе своей мощности.

На рис. 4 показано векторное описание перемещения одного колеса, которое непосредственно управляется двигателем, приняты обозначения:

$XOY$  – система координат мобильной платформы;

$V_i$  – необходимая скорость  $i$ -го колеса;

$v_i$  – скорость пассивного движения колеса;

$V_x$  – желаемая поступательная скорость центра масс колеса по оси  $x$ ;

$V_y$  – желаемая поступательная скорость центра масс колеса по оси  $y$ ;

$r$  – радиус колеса.

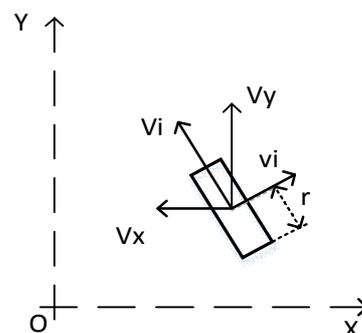


Рис. 4. Векторное описание перемещения всенаправленного колеса

Скорость каждого из трех колес будет равна угловой скорости колеса, умноженной на его радиус, определяется по формуле:

$$V_{i(1,2,3)} = w \cdot r, \quad (1)$$

где  $r$  – радиус всенаправленного колеса (см);  
 $w$  – угловая скорость всенаправленного колеса (рад/с).

Уравнения поступательного ускорения центра масс (2), который расположен в геометрическом центре платформы, и углового ускорения (3) платформы имеют вид:

$$V = \frac{1}{m}(V_1 + V_2 + V_3), \quad (2)$$

$$\omega_z = \frac{1}{JR}(V_1 + V_2 + V_3), \quad (3)$$

где  $m$  – масса платформы, кг;  
 $R$  – расстояние от центра колеса до центра платформы, см;

$J$  – момент инерции платформы [7].

Таким образом, схематическая модель трехколесной мобильной платформы с всенаправленными колесами с указанными векторами действующих сил имеет вид, представленный на рис. 5.

Соответственно, используя рис. 5, после разложения соответствующих параметров на оси  $x$  и  $y$ , можно получить кинематические уравнения системы движения (4) – (6).

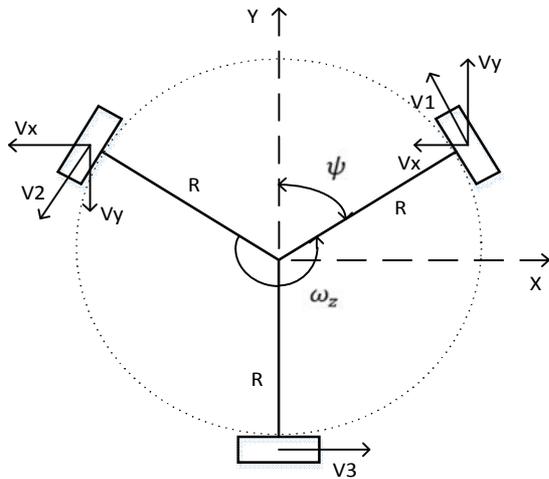


Рис. 5. Кинематическое представление мобильной платформы с всенаправленными колесами

Уравнения, описывающие поступательное движение, используемые в системе управления платформой, можно представить следующим образом:

$$V_x = \frac{1}{m}(V_3 - V_1 \cdot \cos(\psi) - V_2 \cdot \cos(\psi)); \quad (4)$$

$$V_y = \frac{1}{m}(V_1 \cdot \sin(\psi) - V_2 \cdot \sin(\psi)), \quad (5)$$

где  $\psi$  – угол ориентации мобильной платформы (угол между осью  $i$ -го колеса и осью  $y$ );

$V_x$  – желаемая поступательная скорость центра масс колеса по оси  $x$ ;

$V_y$  – желаемая поступательная скорость центра масс колеса по оси  $y$ .

Уравнение, описывающее вращательное движение, используемое в системе управления платформой, имеют следующий вид:

$$\omega_z = \frac{V_1}{JR} + \frac{V_2}{JR} + \frac{V_3}{JR}, \quad (6)$$

где  $\omega_z$  – угловая скорость мобильной платформы (рад/с).

Уравнения (4) – (6) можно записать в матричной форме:

$$\begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \frac{1}{m} \begin{bmatrix} -\cos(\psi) & -\cos(\psi) & 1 \\ \sin(\psi) & -\sin(\psi) & 0 \\ \frac{1}{JR} & \frac{1}{JR} & \frac{1}{JR} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Поскольку колеса расположены симметрично относительно друг от друга ( $120^\circ$ ), то  $\psi = 60^\circ$ .

Поэтому уравнение (7) можно упростить:

$$\begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 1 \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 0 \\ \frac{1}{JR} & \frac{1}{JR} & \frac{1}{JR} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Для определения скорости и ориентации платформы в любой точке следует использовать следующие уравнения:

$$V_R = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}; \quad (9)$$

$$\beta = \arctg\left(\frac{V_x}{V_y}\right). \quad (10)$$

Если задавать угловую скорость вращения колес не одинаковой, то, исходя из формулы (7), поступательное движение будет сопровождаться вращением платформы [7, 8].

### Компьютерное моделирование

Для рассматриваемой математической модели, описываемой выражениями (4) – (6), была разработана компьютерная модель и проведено соответствующее моделирование в среде Matlab Simulink (рис. 6) для различных исходных данных, заданных в табл. 1, таких как:

расстояние от центра колеса до центра платформы  $R$  (см);

масса мобильной платформы  $m$  (кг);

линейные скорости колес мобильной платформы  $V_i$  (м/с).

Результаты моделирования для различных исходных данных, заданных в табл. 1, представ-

лены на рис. 7-12 следующими графиками изменений:  
 линейной скорости  $V_x$  (а);

угла поворота платформы  $\theta$  (б);  
 угловой скорости  $\omega$  (в);  
 линейной скорости  $V_y$  (г).

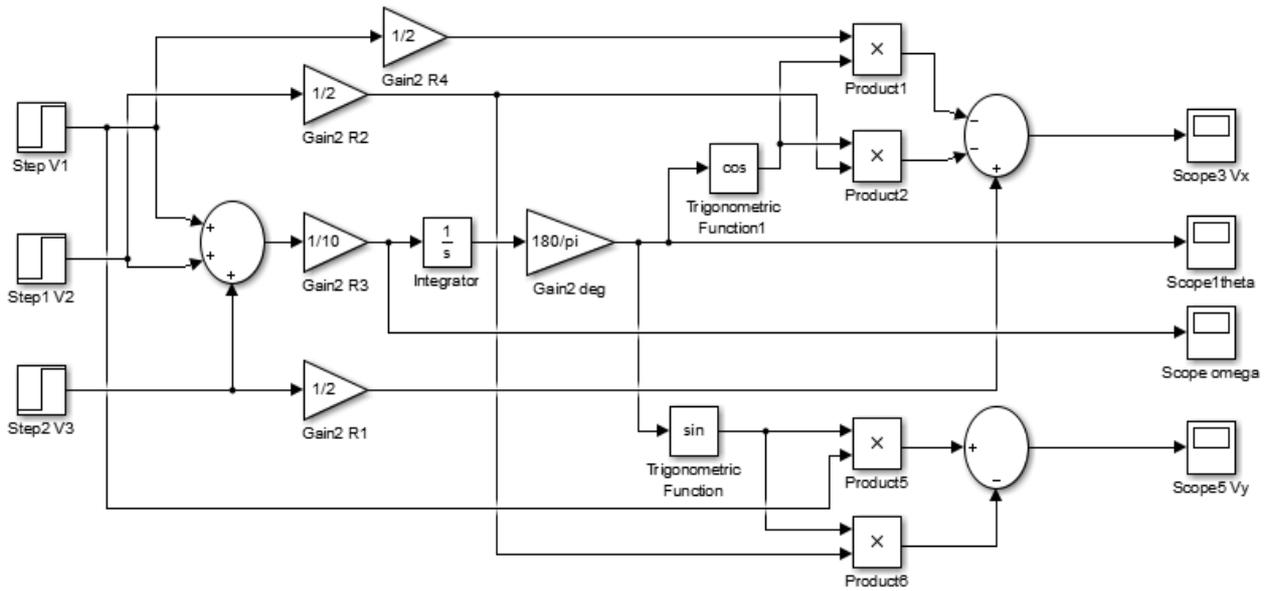


Рис. 6. Моделирование МПВК в среде Matlab Simulink

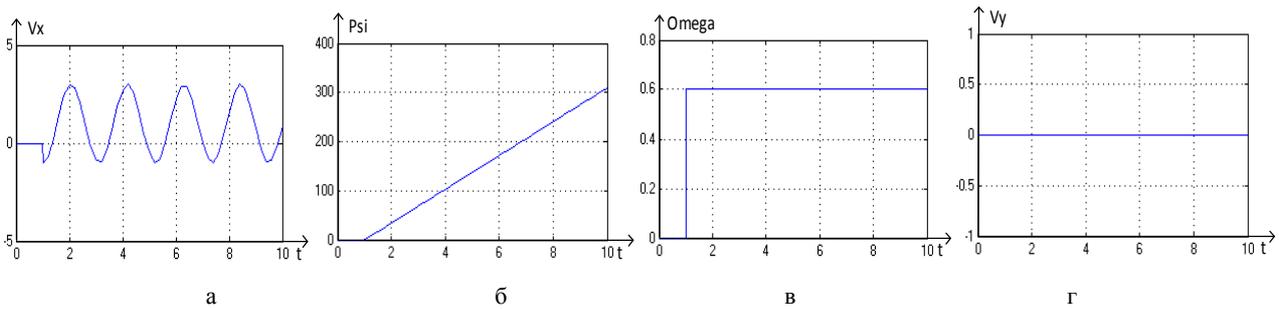


Рис. 7. Результаты моделирования при  $m = 1, R = 5, V_i = 1$

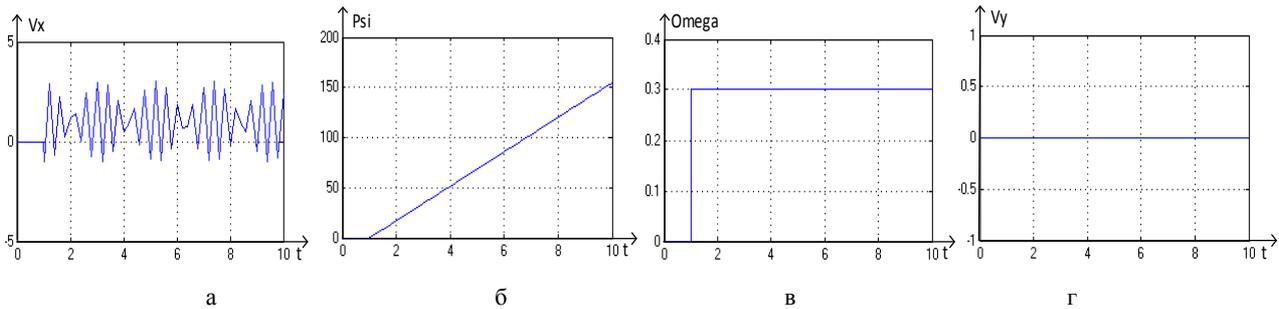


Рис. 8. Результаты моделирования при  $m = 1, R = 10, V_i = 1$

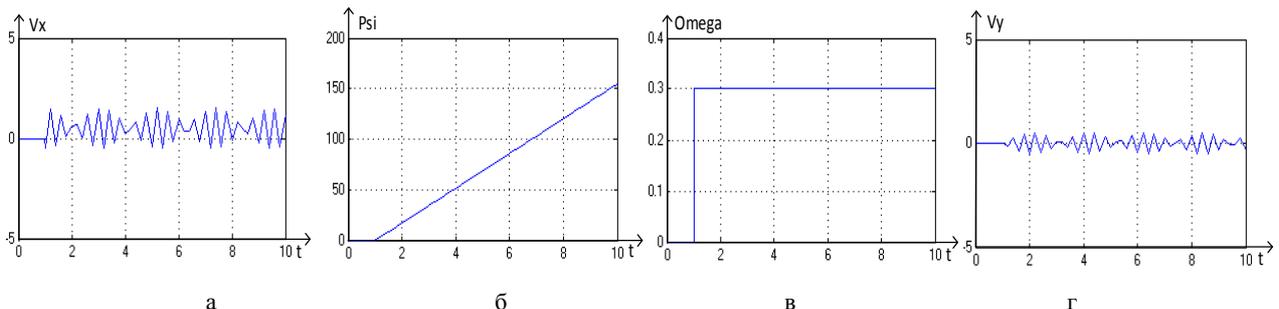


Рис. 9. Результаты моделирования при  $m = 2, R = 10, V_i = 1$

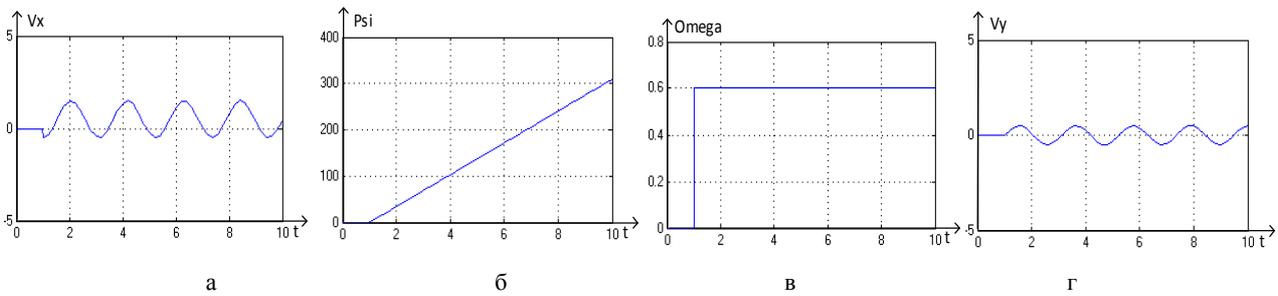


Рис. 10. Результаты моделирования при  $m = 2, R = 5, V_i = 1$

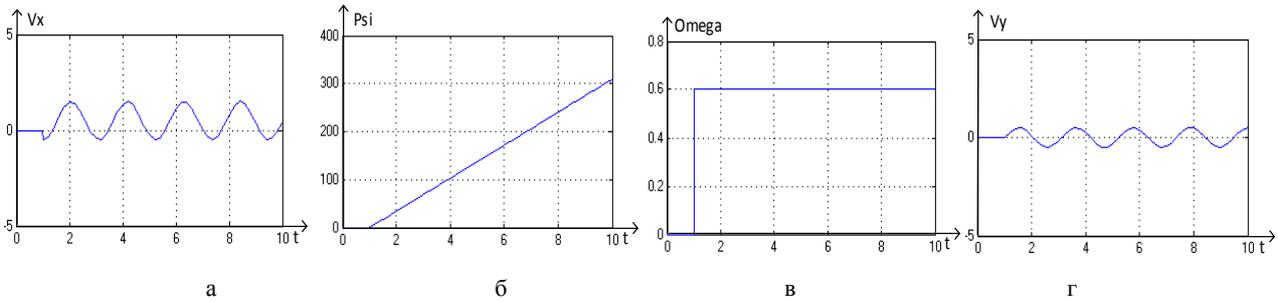


Рис. 11. Результаты моделирования при  $m = 2, R = 5, V_i = 2$

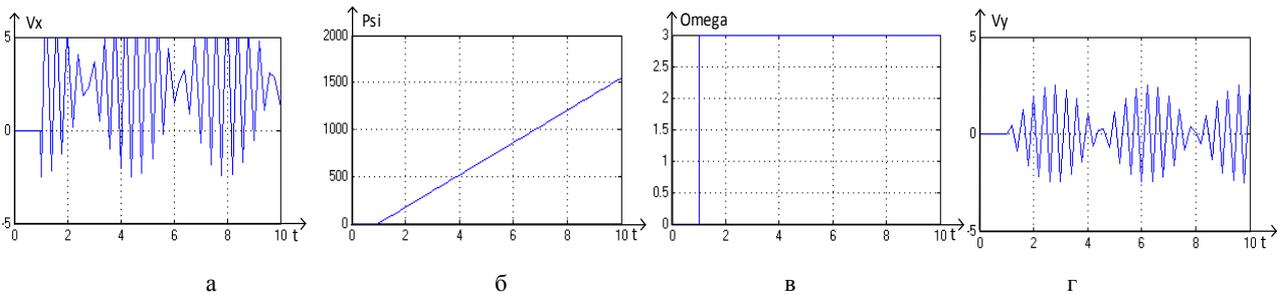


Рис. 12. Результаты моделирования при  $m = 2, R = 5, V_i = 5$

Таблица 1 – Результаты моделирования

| Исходные данные          | $V_x \max$ | $\theta$ (при $t = 10$ ) | $\omega$ | $V_y \max$ |
|--------------------------|------------|--------------------------|----------|------------|
| $m = 1, R = 5, V_i = 1$  | 3          | 300                      | 0.6      | 0          |
| $m = 1, R = 10, V_i = 1$ | 3          | 150                      | 0.3      | 0          |
| $m = 2, R = 10, V_i = 1$ | 2          | 150                      | 0.3      | 1          |
| $m = 2, R = 5, V_i = 1$  | 2          | 300                      | 0.6      | 1          |
| $m = 2, R = 5, V_i = 2$  | 3          | 600                      | 1.3      | 1.5        |
| $m = 2, R = 5, V_i = 5$  | 6          | 1500                     | 3        | 3          |

### Выводы

Предложенная компьютерная модель голономного движения трёхколёсной платформы, реализованная в среде Matlab Simulink, позволяет проследить динамику изменения линейных и угловой скорости МПВК (рис. 7-12) при изменении исходных параметров.

Анализ полученных результатов показывает нестабильность изменения линейных скоростей по осям  $x$  и  $y$ . Характер изменения угловых скоростей

и угла поворота платформы прямо пропорционально зависит от расстояния между центром платформы и центром колеса, а линейные скорости – от массы платформы.

Полученные результаты могут быть использованы при проведении дальнейших исследований процесса управления голономным движением мобильной платформы с всенаправленными колесами в условиях ограниченного пространства, при наличии препятствий, и моделировании процессов, связанных с ее перемещением.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Павловский В.Е., Шишканов Д.В. Исследование динамики и синтез управления колесными аппаратами с избыточной подвижностью. Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. 2006. № 12. 28 с.

2. Diegel O., Badve A., Bright G. Improved Mecanum Wheel Design for Omni-directional Ro-bots. Proc. 2002 Australasian Conference on Robotics and Automation (ARAA-2002). Auckland. 2002. P. 117-121.
3. KUKA Roboter GmbH KUKA OMNIMOVE. URL : <http://www.kuka-omnimove.com/en-de>.
4. Мартыненко Ю.Г., Формальский А.М. О движении мобильного робота с роликоконусными колесами/ Известия РАН. Теория и системы управления. 2007. № 6. С. 142-149.
5. Кампион, Г., Бастен Ж., Д'Андреа-Новель Б. Структурные свойства и классификация кинематических и динамических моделей колесных мобильных роботов, Нелинейная динамика. 2011. Т. 7, № 4. С. 733-769.
6. Liu Y., Zhu J.J., Williams R.L. II [et. al.]. Omni-directional mobile robot controller based on trajectory linearization // Robotics and autonomous systems. 2008. Vol. 56. P. 461-479.
7. Платформа с всенаправленным приводом. URL : <http://www.mtahlers.de/index.php/robotik/omnivehicle/>
8. Нгуен Н.М. Разработка математической модели погрузочно-разгрузочного устройства с всенаправленными колесами. Труды МАИ. 2012. № 58. 22 с.

## REFERENCES

1. Pavlovsky, V.E. and Shishkanov, D.V. (2006), *Investigation of the dynamics and synthesis of control of wheel apparatuses with redundant mobility*, Preprint IPM, No. 12, 28 p.
2. Diegel, O., Badve, A. and Bright, G. (2002), "Improved Mecanum Wheel Design for Omni-directional Ro-bots", *Proc. 2002 Australasian Conference on Robotics and Automation (ARAA-2002)*, Auckland, pp. 117-121.
3. KUKA Roboter GmbH KUKA OMNIMOVE, available at: <http://www.kuka-omnimove.com/en-de> (last accessed May 15, 2018).
4. Martynenko, Yu.G. and Formalsky A.M. (2007), "On the motion of a mobile robot with roller-bearing wheels", *Izvestia RAS. Theory and control systems*, No 6, pp. 142-149.
5. Campion, G., Basten J. and D'Andrea-Novel B. (2011), "Structural Properties and Classification of Kinematic and Dynamic Models of Wheeled Mobile Robots", *Nonlinear Dynamics*, Vol. 7, No. 4, pp. 733-769.
6. Liu, Y., Zhu, J.J. and Williams, R.L. (2008), "Omni-directional mobile robot controller based on trajectory linearization", *Robotics and autonomous systems*, Vol. 56, pp. 461-479.
7. Platform with omnidirectional drive, available at: <http://www.mtahlers.de/index.php/robotik/omnivehicle/> (last accessed May 15, 2018).
8. Nguyen, N.M. (2012), "Development of a mathematical model of a loading and unloading device with omnidirectional wheels", *Proceedings of MAI*, No. 58, p. 22.

Надійшла (received) 18.05.2018

Прийнята до друку (accepted for publication) 25.07.2018

## Моделювання мобільної платформи з всенаправленими колесами

В. І. Барсов, О. Ю. Костерна

**Предметом** вивчення в статті є процес переміщення мобільної платформи з всенаправленими колесами. **Мета** – комп'ютерне моделювання, яке описує можливі напрямки руху мобільної платформи з всенаправленими колесами. **Задача**: виконати комп'ютерне моделювання голономного руху триколісної платформи в середовищі Matlab Simulink. Використовуваними **методами** є: системний аналіз, чисельні методи, методи математичного та комп'ютерного моделювання. Отримані наступні **результати**. На основі проведеного огляду публікацій з даної тематики обґрунтовано необхідність удосконалення математичної моделі мобільної платформи з всенаправленими колесами. Розглянуто можливі варіанти переміщення мобільної платформи в умовах обмеженого простору, при наявності перешкод. Виконано комп'ютерне моделювання в середовищі Matlab Simulink, яке описує голономний рух мобільної платформи з всенаправленими колесами. **Висновки**. Запропонована модель дозволяє досліджувати голономний рух триколісної мобільної платформи. Аналіз отриманих результатів показує нестабільність зміни лінійних швидкостей по осям  $x$  і  $y$ . Характер зміни кутових швидкостей і кута повороту платформи прямо пропорційно залежить від розстояння між центром платформи і центром колеса, а лінійні швидкості - від маси платформи. Отримані **результати** можуть бути використані при проведенні подальших досліджень процесу управління голономного руху мобільної платформи з всенаправленими колесами в умовах обмеженого простору, при наявності перешкод, і моделюванні процесів, пов'язаних з її переміщенням.

**Ключові слова**: всенаправлене колесо; мобільна платформа; кінематична модель; голономний рух.

## Mobile platform with omnidirectional wheels modeling

V. Barsov, E. Kosternaya

The **subject of the article** is the process of a mobile platform with omnidirectional wheels moving. The **purpose** is computer modeling, which describes the possible directions of a mobile platform with omnidirectional wheels' movement. The **task**: to perform computer modeling of the holonomic movement of the three-wheel platform in the Matlab Simulink. The **methods** used are: system analysis, numerical methods, mathematical and computer modeling methods. The following **results** are obtained. Possible options for the mobile platform moving in limited space conditions are suggested, in the obstacles presence. Computer simulations describing the holonomic movement of a mobile platform with omni-directional wheels and in the Matlab Simulink environment were performed. **Conclusions**. The proposed model allows to investigate the holonomic movement of a three-wheeled mobile platform with omnidirectional wheels. Analysis of the obtained results shows the instability of the change in linear velocities along the  $x$  and  $y$  axes. The nature of the change in the angular velocity and the angle of rotation of the platform is directly proportional to the distance between the center of the platform and the center of the wheel, and the linear velocity depends on the mass of the platform. The obtained results can be used for further studies of the controlling the holonomic movement process of a mobile platform with omni-directional wheels in limited space conditions, in the obstacles presence, and modeling the processes associated with its movement.

**Keywords**: omnidirectional wheel; mobile platform; kinematic model; holonomic movement.