

УДК 339.97: 314.74

Г. В. Акулова,
старший викладач кафедри економічної кібернетики та прикладної економіки,
Харківський національний університет ім. В. Н. Каразіна

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ МІГРАЦІЇ ЕКОНОМІЧНОГО АГЕНТА-ВЛАСНИКА ФАКТОРУ ВИРОБНИЦТВА З УРАХУВАННЯМ РІВНЯ ЙОГО ДОБРОБУТУ

G. Akulova,
senior lecture of Department of Economic Cybernetics and Applied Economics, V. N. Karazin Kharkiv National University

MATHEMATICAL MODEL OF MIGRATION OF THE ECONOMIC AGENT-OWNER OF THE FACTOR OF PRODUCTION WITH CONSIDERING THE LEVEL OF HIS WELFARE

Статтю присвячено дослідженню міграції економічного агента-власника фактору виробництва з тієї юрисдикції, де він здійснює свою економічну діяльність у залежності від того, як змінюється його добробут. Для цього використовується математична модель випадкового блукання. За допомогою моделі обчислюється потенційна ймовірність того, що агент взагалі покине юрисдикцію, а також час, який може знадобитися для прийняття такого рішення. При цьому розглядається кілька випадків оточуючого середовища, що можуть впливати на агента-власника фактору: середовище, що збільшує ймовірність сприятливих для агента результатів, середовище, яке характеризується більшою ймовірністю несприятливих результатів та середовище з рівноімовірнісною появою як сприятливих, так і несприятливих для агента умов. З розробленою моделлю проводиться серія емпіричних експериментів для спостереження розрахованих результатів.

The paper is dedicated to the migration of an economic agent-owner of the factor of production from the jurisdiction where he carries out his economic activity with considering of changes of his welfare. The mathematical model of the random walk was used for the purpose. The model estimates the potential probability of the agent's migrates from the jurisdiction, as well as the time it may takes him to make such a decision. There were analyzed a few cases of the environment that can affect the agent-owner of the factor: an environment that increases the likelihood of a favorable result for the agent, environment that is characterized by a higher probability of adverse results, and environment with an equally probable appearance of both favorable and unfavorable conditions for the agent. There were carried out a series of empirical experiments with the developed model to observe the estimated results.

Ключові слова: мобільність факторів виробництва, міграція агентів, глобалізаційні процеси, модель випадкового блукання.

Key words: mobility of factors of production, migration of agents, globalization processes, model of the random walk.

ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ

В умовах посилення глобалізаційних процесів, що набувають все більших масштабів, міжнародний рух факторів виробництва — це значуща складова відносин між країнами.

Міжюрисдикційна мобільність чинників виробництва зумовлена багатьма факторами такими, як розміри доходу, податкове навантаження, наявність умов, що можуть сприяти чи

не сприяти продуктивності такого фактору, тощо. Більшість юрисдикції намагається втримати мобільні фактори, оскільки їх наявність є однією з ключових характеристик конкурентоспроможності країни.

Рух факторів відбувається, якщо в певний момент часту агент, що ним володіє, приймає рішення про переміщення наявного фактору за межі даної юрисдикції через незадоволеність її умовами.

У цій статті досліджується процес прийняття рішення економічним агентом стосовно залишення юрисдикції, в якій діє агент, і виявляються умови при яких відбувається міграція та оцінюється час, необхідний для прийняття такого рішення.

АНАЛІЗ ДОСЛІДЖЕНЬ І ПУБЛІКАЦІЙ

Теоретичні аспекти статті ґрунтуються на роботах, присвячених дослідженням факторної мобільності та її наслідкам для глобальної світової економіки, а саме на публікаціях таких вчених, як Р Мундел, Г. Гросмен, Х. Боуен, О. Білик, М. Беллоц та Х Кремер.

В якості математичного апарату використовується одномірне дискретне випадкове блукання частки, яке вперше було застосовано для вирішення проблем математичних фінансів у [7] та у [8].

МЕТА ТА ЗАВДАННЯ

Метою дослідження є моделювання процесу прийняття рішення стосовно міграції економічним агентом в умовах зміни його добробуту в межах юрисдикції. Для її досягнення було поставлено такі задачі: 1) розробити модель міграції економічного агента на підставі алгоритму випадкового блукання з урахуванням добробуту агента; 2) на підставі моделі отримати явні формули, що дозволяють оцінити ймовірність факту міграції агента та час, який може зайняти прийняття цього рішення в сприятливих та несприятливих умовах юрисдикції; 3) провести серію емпіричних експериментів та зіставити результати з отриманими оцінками.

ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕННЯ

По своїй суті рух капіталів або робочої сили — це мобільність агентів (фірм або приватних осіб), що володіють даним фактором виробництва.

Розумітимемо під агентом сутність, здатну функціонувати під автономним управлінням, сприймати середовище, в якому діє та існувати впродовж певного періоду часу [9, с. 39].

Наведемо дискретну математичну модель міграції економічного агента з високим рівнем агрегованості. Базові припущення полягають у тому, що агент приймає рішення про те, мігрувати або не мігрувати йому з юрисдикції, де він здійснює свою економічну діяльність, спираючись на існуючий у нього на тепер рівень добробуту.

Рівень добробуту є агрегованим показником, який використовується для моделювання впливу на економічного агента таких реальних

економічних факторів, як, наприклад, обсяг його накопичень, рівень споживання, загальний рівень життя в юрисдикції та задоволеність агентом юрисдикцією тощо.

Припустимо, що економічний агент, чия поведінка симулюється, приймає рішення про те, чи буде він мігрувати з юрисдикції, в якій він діє, в кожний з моментів часу $t = 1, 2, \dots, k, \dots$, згідно з умовою про дискретність моделі.

Рішення про міграцію визначається поточним рівнем добробуту агента, в свою чергу, рівень добробуту змінюється під впливом випадкових економічних факторів.

Опишемо рівень добробуту в момент часу $t = n$ за допомогою змінної $S(n)$, яка може приймати лише цілі, невід'ємні значення.

Припустимо, що $S(n)$ змінюється за законом:

$$S(n+1) = \max\{0, S(n) + r(n)\},$$

$r(1), r(2), \dots, r(n), \dots$ — це прирощення добробуту, яке залежить від підсумків економічної діяльності агента за період від n до $(n+1)$.

У цій постановці математичній моделі міграції економічного агента прирощення добробуту описується за допомогою незалежних бернулівських випадкових величин.

Вперше модель випадкового блукання на прямій була застосована Луї Башельє для опису динаміки цін фінансових активів [7]. У подальшому ідеї Башельє розвивалися багатьма вченими, зокрема лягли в основу гіпотези про випадкове блукання цін акцій на фінансових ринках, запропоновану Юджином Фама [8].

Бернулівська випадкова величина була обрана для цієї моделі через те, що у дискретному випадку — це один з найпростіших способів моделювання випадкового прирощення. Ще простішим було б покласти прирощення завжди рівним тільки одному певному значенню, але в цьому випадку добробут агента або монотонно зростає би, або монотонно зменшувався.

Прирощення добробуту в черговому періоді не залежить від того, які були прирощення добробуту в усі інші періоди.

Прирощення добробуту приймає два значення: $r(k) = 1$ з ймовірністю p , $r(k) = -1$ з ймовірністю $q = 1 - p$. Параметр p , який визначає ймовірність того, який саме знак має прирощення сам по собі фіксований, він не залежить від кроку k .

В такій постановці моделі параметр p описує всю інформацію про те, який саме знак приймає прирощення агенту нині. Якби ця модель була складовою частиною більш складної системи, яка б містила додаткову інформацію про умови і характер економічної діяльності

цього агента, частоту податкових перевірок, рівень податкового навантаження, міграційні умови цієї та інших юрисдикцій тощо, було б введено додаткові залежності та рівняння для опису параметру p , який би змінювався в залежності від кроку та від значень інших впливаючих змінних.

Проте в цій моделі p має фіксоване значення та характеризує все економічне життя та оточуюче середовище агента.

Зробимо таке припущення щодо початкового стану економічного добробуту агента: будемо вважати, що в нульовий момент часу рівень добробуту є додатнім, тобто $S(0) > 0$.

Задаємо також правило зупинки або, іншими словами, правило, яке визначає, коли саме агент автоматично приймає рішення про міграцію. Вважаємо, що агент мігрує в той момент, коли на якомусь кроці n рівень добробуту $S(n)$ стане дорівнювати 0. Тобто загальний рівень добробуту агента стає нульовим.

Ми можемо задати ймовірність того, що агент мігрує в конкретний момент часу $t = n$ за допомогою функції $p(n)$. Визначимо $p(n)$ як умовну ймовірність того, що $S(n)=0$, за умови, що

$$S(1) > 0, S(2) > 0, \dots, S(n-1) > 0.$$

Таким чином, ймовірність того, що агент прийме рішення мігрувати в певний момент n можна задати так:

$$p(n) = P(S(n) = 0 \mid S(1) > 0, S(2) > 0, \dots, S(n-1) > 0)$$

Умова про невід'ємність значень добробуту агента на попередніх кроках продиктована міркуванням про те, що він не мігрував на попередніх кроках, тобто правило зупинки випадкового процесу не виконувалося до сих пір.

З існуючими припущеннями за допомогою даної моделі можна дослідити кілька аспектів стосовно міграції економічного агента.

По-перше, можна визначити ймовірність того, що агент у той чи інший момент часу взагалі прийме рішення про переїзд до іншої юрисдикції протягом всього свого економічного життя, яке може бути скільки завгодно довгим.

Визначимо ймовірність того, що агент взагалі коли-небудь мігрує (p^*) через наведену раніше $p(n)$ (ймовірність міграції в певний момент часу $t=n$).

Значення p^* можна знайти шляхом підсумовування всіх $p(k)$.

$$p^* = p(1) + p(2) + \dots + p(k) + \dots$$

Оскільки подія, яка полягає в тому, що агент мігрував в якийсь момент часу, виключає те, що агент мігрував у будь-який інший момент часу, простір всіх можливих результатів, що агент взагалі коли-небудь мігрував можна розбити на

окремі події типу: агент мігрував у перший момент часу, у другий момент часу і так далі. Ці події є взаємовиключними, але якщо подія міграції відбулася взагалі, то вона відбулася в якийсь з цих моментів часу.

Тому в цьому випадку застосовується так звана формула повної ймовірності, коли ймовірність якоїсь події дорівнює сумі ймовірностей подій, які не перетинаються та разом утворюють цю подію.

По-друге, можна визначити очікувану (середню) кількість кроків M до того моменту, коли агентом буде прийняте рішення про міграцію:

$$M = E(\min \{n \mid S(n) = 0\}) = 1 \times p(1) + 2 \times p(2) + \dots + k \times p(k) + \dots$$

З математичної точки зору описана вище модель є класичною задачею про асиметричне випадкове блукання на напівпрямій з поглинаючим бар'єром. Ця задача допускає повний розв'язок, що дозволяє отримати явні формули для невідомих p^* і M [10, pp. 344 — 349].

А. У випадку, коли $p > 0,5$, поставлені задачі мають такий розв'язок:

$$1) p^* = p^*(k) = \left(\frac{q}{p}\right)^k$$

$$2) M = M(k) = \infty$$

Тобто агент з ймовірністю $1 - p^* > 0$ назавжди залишається у своїй юрисдикції.

В. Для випадку, коли $p < 0,5$, розв'язок поставлених вище задач такий:

$$1) p^* = 1$$

$$2) M = M(k) = \frac{k}{(q-p)}$$

Агент майже напевно прийме рішення мігрувати і мігрує (в середньому) через $M(k)$ кроків.

С. У тому випадку, коли $p=0,5$, результати будуть такими:

$$1) p^* = 1$$

$$2) M = \infty.$$

Математичне очікування кількості кроків до міграції прямує до нескінченності. Інакше кажучи, за кінцеву кількість кроків агент не мігрує.

Розглянемо детальніше кожний сценарій і його потенційний вплив на економічних агентів.

Проведемо серію експериментів з умовним агентом для емпіричного спостереження описаних результатів. Припустимо, що економічний агент приймає рішення стосовно того, чи залишатися йому у юрисдикції, в якій він діє, і яка представляє собою межі ігрового світу, чи покинути її, базуючись на поточному рівні задоволеності юрисдикцією.

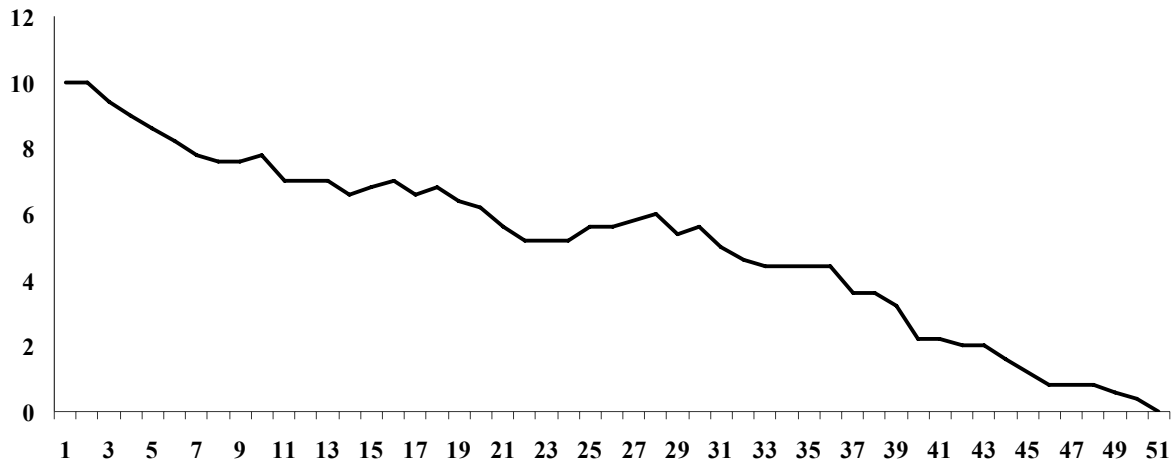


Рис. 1. Динаміка середнього добробуту економічного агента при $p=0,4$

Джерело: авторська розробка.

Нехай початковий рівень задоволеності становить 10 умовних одиниць. Припустимо, що умови юрисдикції скоріше не задовольняють агента і ймовірність прирощення добробуту за одиницю часу становить $p = 0,4$, а ймовірність зменшення добробуту, відповідно, $q=0,6$.

Проведемо 10 прогонів описаної моделі при наведених параметрах та усереднимо змодельований рівень добробуту покроково на кожному такті. Отриману динаміку середнього рівня добробуту при умові більш ймовірних несприятливих результатах, які зменшують добробут агента зображено на рисунку 1.

Як показано на рисунку, момент, в якому добробут агента стає рівним 0, тобто агент мігрує, досягається на 51 модельному кроці.

На підставі наведеної вище моделі розрахуємо очікувану кількість кроків M до того моменту, коли агентом з зазначеним початковим рівнем добробуту буде прийняте рішення про те, щоб покинути свою юрисдикцію:

$$M(k) = \frac{k}{(q-p)} = M(10) = \frac{10}{0,6-0,4} = 50.$$

Отриманий результат збігається зі спостережуваними емпіричними результатами прогнозу моделі.

Розглянемо випадок, коли умови юрисдикції є сприятливими для агента. Візьмемо ймовірність росту добробуту на кожному окремому такті моделі рівною $p = 0,6$, а ймовірність несприятливого для агента результату на кожному кроці $q = 0,4$. Початкове значення добробуту агента залишимо рівним 10.

Оцінено ймовірність того, що агент взагалі коли-небудь мігрує з описаної юрисдикції:

$$p^*(k) = \left(\frac{q}{p}\right)^k = p^*(10) = \left(\frac{0,4}{0,6}\right)^{10} = 0,017.$$

Тобто навіть з негарантованим позитивним результатом на кожному кроці свого економічного життя (а тільки з 60% ймовірністю позитивного результату) агент покине таку юрисдикцію лише з ймовірністю 1.7%.

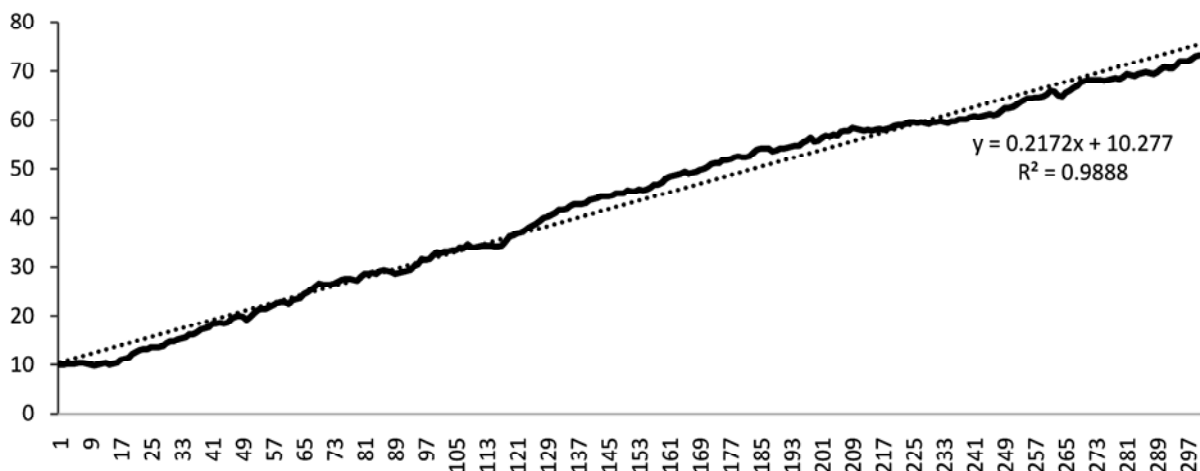


Рис. 2. Динаміка середнього добробуту економічного агента при $p=0,6$

Джерело: авторська розробка.

Проведемо далі серію емпіричних спостережень за моделлю з наведеними параметрами. Як і для першого експерименту, зробимо 10 прогонів і покроково усереднимо отримані в кожному з них значення. Одержані результати зображені на рисунку 2.

Як видно на рисунку 1, середнє значення добробуту має яскраво виражений позитивний зростаючий тренд. Також нульового добробуту, при якому агент здійснив би міграцію не було досягнуто на жодному з 300 спостережуваних модельних кроків в жодному з прогонів моделі.

ВИСНОВКИ

Було розроблено математичну модель руху агентів-власників фактору виробництва на підставі алгоритму випадкового блукання з урахуванням добробуту агента. З її допомогою було оцінено потенційну ймовірність міграції агенту-власника фактору і середню кількість кроків до її здійснення. Проведено серію емпіричних експериментів для спостереження отриманих результатів.

Література:

1. Mundell R. International Trade and Factor Mobility / Robert A. Mundell // The American Economic Review. — 1957. — vol. 47. — № 3. — P. 321—335.

2. Grossman G. A Theory of Factor Mobility / Gene M. Grossman, Carl Shapiro // Journal of Political Economy. — 1982. — vol. 90. — № 5. — P. 1054—1069

3. Bowen H. Factor mobility and the distribution of economic activity in integrated economies: evidence and implications / Harry P. Bowen, Haris Munandar, Jean-Marie Viaene // Brussels: European Economy — Economic Papers. — 2008. — № 315, from Directorate General Economic and Financial Affairs (DG ECFIN), European Commission.

4. Білик О. Основні напрями збереження і розвитку національного людського капіталу за рахунок активізації трудової мобільності / О. Білик // Україна: Аспекти праці. — 2009. — № 1. — С. 43—46.

5. Belloc M. International Trade, Factor Mobility and the Persistence of Cultural-Institutional Diversity / Marianna Belloc, Samuel Bowles // CESifo Working Paper. — 2009. — No. 2762.

6. Cremer H. Factor mobility and redistribution: a survey [Електронний ресурс] / Helmuth Cremer, Pierre Pestieau // IDEI Working Paper. — 2002. — № 154. — Режим доступу: <https://pdfs.semanticscholar.org/92f0/541c33b89-c757b60a5de040f1b999ac2d869.pdf>

7. Bachelier L. Theorie de la speculation / Louis Bachelier // Annales scientifiques de l'E.N.S. 3e serie. — 1900. — tome 17. — P. 21—86.

8. Fama E. The behavior of stock-market prices / Eugene F. Fama // Chicago: The Journal of Business. — 1965. — vol. 38. — № 1 — P. 34—105.

9. Рассел С. Искусственный интеллект: современный подход / С. Рассел, П. Норвиг / Пер. с англ. — 2-е изд. — М.: Издательский дом "Вильямс", 2006. — 1408 с.: ил. — Парал. тит. англ.

10. Feller W. An introduction to probability theory and its applications / William Feller // Wiley, 1968. — vol. 1. — 3 edition. — 528 p.

References:

1. Mundell, R. (1957), "International Trade and Factor Mobility", The American Economic Review, vol. 47, no. 3, pp. 321—335.

2. Grossman, G.A and Shapiro, C. (1982), "Theory of Factor Mobility", Journal of Political Economy, vol. 90, no. 5, pp. 1054—1069.

3. Bowen, H. Munandar, H. and Viaene, J.-M. (2008), "Factor mobility and the distribution of economic activity in integrated economies: evidence and implications", Brussels: European Economy — Economic Papers, vol. 315.

4. Bilyk, O. (2009), "Main directions of preservation and development of national human capital by activating labor mobility", Ukraina: Aspekty pratsi, vol. 1, pp. 43—46.

5. Belloc, M. and Bowles, S. (2009), "International Trade, Factor Mobility and the Persistence of Cultural-Institutional Diversity", CESifo Working Paper, vol. 2762.

6. Cremer, H. and Pestieau, P. (2002), "Factor mobility and redistribution: a survey", IDEI Working Paper, vol. 154, available at: <https://pdfs.semanticscholar.org/92f0/541c33b89-c757b60a5de040f1b999ac2d869.pdf> (Accessed 28 March 2018).

7. Bachelier, L. (1900), "Theorie de la speculation", Annales scientifiques de l'E.N.S. 3e serie, vol. 17, pp. 21—86.

8. Fama, E. (1965), "The behavior of stock-market prices", The Journal of Business, vol. 38, no. 1, pp. 34—105.

9. Рассел, С. (2006), Искусственный интеллект: современный подход [Artificial intelligence: a modern approach], Izdatel'skij dom "Vil'jams", Moscow, Russia.

10. Feller, W. (1968), An introduction to probability theory and its applications, vol. 1, Wiley, New Jersey, USA.

Стаття надійшла до редакції 30.03.2018 р.