УДК 531.386.535

# МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ КООРДИНАТ ОБЪЕКТА В ЕДИНОЙ ГОСУДАРСТВЕННОЙ СИСТЕМЕ КООРДИНАТ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ВИЗИРОВАНИЯ ОПТИЧЕСКИМ ПРИБОРОМ

*В.И. Задорожный, И.С. Задорожный, канд. техн. наук, Ю.И. Задорожный*

*Черкасская академия менеджмента*

Рассматривается метод определения координат объектов и нанесение их на топографические карты в Единой государственной системе координат путем визирования углового положения объекта оптическим прибором с подвижного носителя. Получены уравнения определения координат объекта и проведена оценка точности их измерения.

* * *

Розглядається метод визначення координат об'єктів і нанесення їх на топографічні карти в Єдиній державній системі координат шляхом візування кутового положення об'єкта оптичним приладом з рухомого носія. Отримані рівняння визначення координат об'єкта і проведена оцінка точності їх вимірювання.

* * *

The method is considered determinations of co-ordinates of objects and causing them on the topographical maps in the Single state system of co-ordinates by the vise of angular position of object by the scope from the mobile transmitter. The equalizations of determination of object co-ordinates are got and the estimation of exactness of their measuring is conducted.

**Введение в проблему.** Для ускоренного определения объектов в экстремальных условиях, связанных с лесными пожарами, оползнями, обвалами, весенними паводками, геологической разведкой, определения их размеров и координат поиска потерянной техники и др., привязки их на топографической карте, возникает задача определения координат объектов в Единой государственной системе привязки координат (ЕГСПК). Для осуществления этой задачи перспективным направлением является применение оптических приборов, установленных на подвижных носителях - вертолетах или самолетах. Оптический прибор должен обеспечивать обнаружение и опознавание интересуемых объектов на значительном расстоянии и выдавать угловые координаты для точной привязки объекта в ЕГСПК. Учитывая то, что во время снятия координат объекта оптический прибор совместно с носителем постоянно перемещается, то постоянно меняются исходные условия решения задачи. Известны методы измерения и привязки координат объекта в ЕГСПК, которые решаются для статических условий [1-3].

**Целью настоящих исследований** является разработка математической модели определения координат объекта с подвижного носителя, точной привязки объекта в ЕГСПК, оценки дисперсионных ошибок снятия координат, а также решения технических задач, связанных с выбором точности и типа датчиков измерения углов.

**Решение поставленных задач**. Определение координат объекта в ЕГСПК, предложенного в настоящей работе, выполняется на основе информации, поступающей от оптического прибора (ОП) в вычислитель (БЦВМ) и системы бортовых навигационных приборов (БНП). Система БНП позволяет определить положение носителя ОП и системы БНП в ЕГСПК в любой момент времени, т.е. выдает информацию $x_в = x_в(t)$, $y_в = y_в(t)$, а ОП определяет углы визирования объекта, т.е. его угловые координаты относительно подвижной системы координат, связанной с носителем. В случае отсутствия дальномера дальность до наблюдаемого объекта относительно носителя непосредственно определить невозможно. Поэтому для определения координат объекта в ЕГСПК необходимо иметь хотя бы две различные точки съема углов визирования (расстояние между этими точками – база пеленгации – используется в качестве недостающего линейного элемента вычисления координат).

Общая идея решения задачи привязки координат объекта в ЕГСПК состоит в следующем: пусть В$_1$, В$_2$ – точки визирования; $x_1$, $y_1$; $x_2$, $y_2$ – их координаты в ЕГСПК; $\beta_1$, $\beta_2$ – углы визирования, тогда $x_y$, $y_y$ – координаты объекта в ЕГСПК – однозначно определяются из геометрических вычислений (рис. 1).

Непосредственно из геометрических соотношений следует:

$$x_y = x_2 + D_2 \cos\beta_2,$$
$$y_y = y_2 + D_2 \sin\beta_2, \qquad (1)$$

где D – дальность В$_2$Ц.

На основании теоремы синусов запишем

$$\frac{D_2}{\sin\beta} = \frac{Б}{\sin(\beta_1 - \beta_2)}, Б = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}, \qquad (2)$$

где Б = В$_1$ В$_2$ – линейная база пеленгации, на

Из рис.1, а запишем

$$\alpha = 180° - \beta_1 - \varphi, \qquad (3)$$

где $\varphi = \arcsin\frac{y_1 - y_2}{Б} = \arcsin\frac{x_1 - x_2}{Б}$.

Тогда

$$D_2 = Б\frac{\sin\alpha}{\sin(\beta_1 - \beta_2)} = Б\frac{\sin(\beta_1 + \varphi)}{\sin(\beta_1 - \beta_2)}, \qquad (4)$$

$$\sin\alpha = \sin(180 - \beta_1 - \varphi) = \sin(\beta_1 + \varphi) = \sin\beta_1 \cos\varphi + \cos\beta_1 \sin\varphi, \qquad (5)$$

$$Б\sin\alpha = Б\cos\varphi\sin\beta_1 + Б\sin\varphi\cos\beta_1 = -\frac{x_2 - x_1}{Б}Б\sin\beta_1 + \frac{y_2 - y_1}{Б}Б\cos\beta_1 = (y_2 - y_1)\cos\beta_2 - (x_2 - x_1)\sin\beta_1 \qquad (6)$$

Окончательно

$$D_2 = \left[(y_2 - y_1)\cos\beta_1 - (x_2 - x_1)\sin\beta_1\right]\frac{1}{\sin(\beta_1 - \beta_2)}, \qquad (7)$$

и

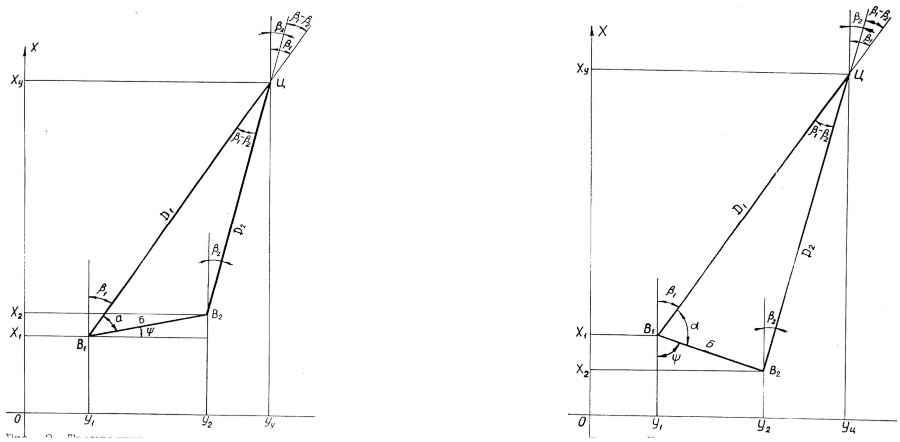
$$x_y = x_2 + \frac{1}{\sin(\beta_1 - \beta_2)}\left[(y_2 - y_1)\cos\beta_1 - (x_2 - x_1)\sin\beta_1\right]\cos\beta_2$$
$$y_y = x_2 + \frac{1}{\sin(\beta_1 - \beta_2)}\left[(y_2 - y_1)\cos\beta_1 - (x_2 - x_1)\sin\beta_1\right]\sin\beta_2 \qquad (8)$$

Формулы (8) являются решением поставленной задачи. Докажем, что формулы (8) не зависят от геометрических особенностей треугольника В$_1$В$_2$Ц. Для этого рассмотрим альтернативный вариант расположения точек В$_1$В$_2$Ц (см. рис. 1,б):

$$\frac{Б}{\sin(\beta_1 - \beta_2)} = \frac{D_2}{\sin\alpha}, \alpha = \frac{\pi}{2} - (\varphi + \beta_1), \qquad (9)$$

$$\sin\alpha = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \varphi - \beta_1\right) = \cos(\varphi + \beta_1) = \cos\varphi\cos\beta_1,$$
$$-\sin\varphi\cos\beta_1 = \cos\beta_1\frac{y_2 - y_1}{Б} - \sin\beta_1\frac{x_2 - x_1}{Б}, \qquad (10)$$

$$\cos\varphi\frac{y_2 - y_1}{Б}, \sin\varphi = \frac{x_2 - x_1}{Б}, \qquad (11)$$




а б

Рис.1. Теоретический чертеж вычисления координат объекта в ЕГСП

$$D_2 = \frac{1}{\sin(\beta_1-\beta_2)}\left[(y_2-y_1)\cos\beta_1-(x_2-x_1)\sin\beta_1\right]. \quad (12)$$

Определим координаты объекта в ЕГСПК

$$\begin{aligned} x_y &= x_2+\frac{1}{\sin(\beta_1-\beta_2)}\left[(y_2-y_1)\cos\beta_1-(x_2-x_1)\sin\beta_1\right]\cos\beta_2,\\ y_y &= y_2+\frac{1}{\sin(\beta_1-\beta_2)}\left[(y_2-y_1)\cos\beta_1-(x_2-x_1)\sin\beta_1\right]\sin\beta_2. \end{aligned} \quad (13)$$

Итак, на основании полученных выражений следуют выводы:

1. Выражение (13) является решением задачи привязки координат неподвижного наблюдаемого объекта в ЕГСПК на основе данных $x_1$, $x_2$, $y_1$, $y_2$, $\beta_1$, $\beta_2$, определяющих положение точек визирования и линии визирования. На основе этих формул выведем соотношения, определяющие ошибки привязки в зависимости от ошибок данных.

2. Решение аналогичной задачи в случае движущегося с определенной скоростью носителя является оригинальной задачей исследования. В общем случае перемещение носителя по отношению к измеряемому объекту оказывает большое влияние на точность измерения и привязки объекта при расчетах координат объекта по нескольким точкам засечек объекта на измерительной базе Б. В случае дополнительных данных о характере его положения объекта на местности или его движения необходимо предусмотреть грубый расчет положения объекта по одной точке засечки. Рассмотрим такой случай. Пусть В – неподвижная точка визирования; $0_1$ и $0_2$ – два положения объекта. Тогда на основании теоремы синусов запишем

$$\frac{O_2B}{\sin(\frac{\pi}{2}+\beta_1)} = \frac{Vt}{\sin(\beta_2-\beta_1)}, \quad (14)$$

$$O_2B = \frac{Vt\cos\beta_1}{\sin(\beta_2-\beta_1)}, \quad (15)$$

$$\begin{aligned} x_2 &= x_B+O_2B\cos\beta_2 = x_B+Vt\frac{\cos\beta_1\cos\beta_2}{\sin(\beta_2-\beta_1)}\\ y_2 &= y_B+Vt\frac{\cos\beta_1\cos\beta_2}{\sin(\beta_2-\beta_1)}. \end{aligned} \quad (16)$$

Проведем анализ влияния геометрических параметров алгоритма вычисления координат объекта на точность решения задачи привязки в системе ЕГСПК. В соответствии с формулами (13) найдем компонентный состав ошибок $\Delta x_y$, $\Delta y_y$ определения координат объекта в ЕГСПК.

Исходя из функциональных соотношений

$$\begin{aligned} x_y &= f\,(x_1, x_2, y_1, y_2, \beta_1,\beta_2),\\ y_y &= \varphi\ (x_1, x_2, y_1, y_2, \beta_1,\beta_2) \end{aligned} \quad (17)$$

получим

$$\Delta x_y = f'_{x1}\Delta x_1 + f'_{y1}\Delta y_1 + f'_{x2}\Delta x_2 + f'_{y2}\Delta y_2 + f'_{\beta 1}\Delta\beta_1 + f'_{\beta 2}\Delta\beta_2,$$

$$\Delta y_y = \varphi'_{x1}\Delta x_1 + \varphi'_{y1}\Delta y_1 + \varphi'_{x2}\Delta x_2 + \varphi'_{y2}\Delta y_2 + \varphi'_{\beta 1}\Delta\beta_1 + \varphi'_{\beta 2}\Delta\beta_2, \quad (18)$$

где $\Delta x_1$, $\Delta y_1$, $\Delta x_2$, $\Delta y_2$, $\Delta\beta_1$, $\Delta\beta_2$ - ошибки определения соответствующих параметров;

$f'_{x1}$, $f'_{y1}$, $f'_{x2}$, $f'_{y2}$, $f'_{\beta 1}$, $f'_{\beta 2}$, $\varphi'_{x1}$, $\varphi'_{y1}$, $\varphi'_{x2}$, $\varphi'_{y2}$, $\varphi'_{\beta 1}$, $\varphi'_{\beta 2}$ – производные функции $f$ и $\varphi$ по соответствующим переменным;

$\Delta x_x$, $\Delta y_y$, - полные ошибки определения координат объекта.

Дифференцируя соотношение (13) по каждой переменной, получим:

$$f'_{x_1} = \frac{1}{\sin(\beta_2-\beta_1)}\sin\beta_1\cos\beta_2, \quad (19)$$

$$f'_{x_2} = 1-\frac{1}{\sin(\beta_1-\beta_2)}\sin\beta_1\cos\beta_2, \quad (20)$$

$$f'_{y_1} = -\frac{1}{\sin(\beta_1-\beta_2)}\cos\beta_1\cos\beta_2, \quad (21)$$

$$f'_{y2} = \frac{1}{\sin(\beta_1-\beta_2)}\cos\beta_1\cos\beta_2, \quad (22)$$

$$f'_{\beta_1} = \frac{\cos\beta_2}{\sin^2(\beta_1-\beta_2)}\left[-(y_2-y_1)\cos\beta_2+(x_2+x_1)\sin\beta_2\right], \quad (23)$$

$$f'_{\beta_2} = -\frac{\cos\beta_1}{\sin^2(\beta_1-\beta_2)}\left[-(y_2-y_1)\cos\beta_1+(x_2+x_1)\sin\beta_1\right], \quad (24)$$

$$\varphi'_{x_1} = -\frac{1}{\sin(\beta_1-\beta_2)}\sin\beta_1\sin\beta_2, \quad (25)$$

$$\varphi'_{x_2} = -\frac{1}{\sin(\beta_1-\beta_2)}\sin\beta_1\sin\beta_2, \quad (26)$$

$$\varphi'_{y_1} = -\frac{1}{\sin(\beta_1-\beta_2)}\cos\beta_1\sin\beta_2, \tag{27}$$

$$\varphi'_{y_2} = 1+\frac{1}{\sin(\beta_1-\beta_2)}\cos\beta_1\sin\beta_2, \tag{28}$$

$$\varphi'_{\beta_1} = -\frac{\sin\beta_2}{\sin^2(\beta_1-\beta_2)}\left[-(y_2-y_1)\cos\beta_2+(x_2+x_1)\sin\beta_2\right], \tag{29}$$

$$\varphi'_{\beta_2} = -\frac{\sin\beta_2}{\sin^2(\beta_1-\beta_2)}\left[(y_2-y_1)\cos\beta_1-(x_2+x_1)\sin\beta_1\right], \tag{30}$$

Рассмотрим влияние следующих компонентов ошибки $\Delta x_y$:

1. Влияние $\Delta x_1$

$$\Delta x_y(\Delta x_1) = \frac{1}{\sin(\beta_1-\beta_2)}\sin\beta_1\cos\beta_2\Delta x_1. \tag{31}$$

2. Влияние $\Delta x_2$

$$\Delta x_y(\Delta x_2) = \left[1-\frac{1}{\sin(\beta_1-\beta_2)}\sin\beta_1\cos\beta_2\right]\Delta x_2. \tag{32}$$

3. Влияние $\Delta y_1$

$$\Delta x_y(\Delta y_1) = -\frac{1}{\sin(\beta_1-\beta_2)}\cos\beta_1\cos\beta_2\Delta y_1. \tag{33}$$

4. Влияние $\Delta y_2$

$$\Delta x_y(\Delta y_2) = \frac{1}{\sin(\beta_1-\beta_2)}\cos\beta_1\cos\beta_2\Delta y2. \tag{34}$$

5. Влияние $\Delta\beta_1$

$$\Delta x_y(\Delta\beta_1) = \frac{\cos\beta_2}{\sin^2(\beta_1-\beta_2)}\times \left[-(y_2-y_1)\cos\beta_2+(x_2-x_1)\sin\beta_2\right]\Delta\beta_1. \tag{35}$$

6. Влияние $\Delta\beta_2$

$$\Delta x_y(\Delta\beta_2) = -\frac{\cos\beta_1}{\sin^2(\beta_1-\beta_2)}\times \left[-(y_2-y_1)\cos\beta_1+(x_2-x_1)\sin\beta_1\right]\Delta\beta_2. \tag{36}$$

Рассмотрим влияние компонентов ошибки $\Delta y_y$ для выражения (18):

1. Влияние $\Delta x_1$

$$\Delta x_y(\Delta x_1) = \frac{1}{\sin(\beta_1-\beta_2)}\sin\beta_1\sin\beta_2\Delta x_1. \tag{37}$$

2. Влияние $\Delta x_2$

$$\Delta y_y(\Delta x_2) = -\frac{1}{\sin(\beta_1-\beta_2)}\sin\beta_1\sin\beta_2\Delta x_2. \tag{38}$$

3. Влияние $\Delta y_1$

$$\Delta y_y(\Delta y_1) = -\frac{1}{\sin(\beta_1-\beta_2)}\cos\beta_1\sin\beta_2\Delta y_1. \tag{39}$$

4. Влияние $\Delta y_2$

$$\Delta y_y(\Delta y_2) = \left[1+\frac{1}{\sin(\beta_1-\beta_2)}\cos\beta_1\sin\beta_2\right]. \tag{40}$$

5. Влияние $\Delta\beta_1$

$$\Delta y_y(\Delta\beta_1) = -\frac{\sin\beta_2}{\sin^2(\beta_1-\beta_2)}\times \left[(y_2-y_1)\cos\beta_2-(x_2-x_1)\sin\beta_2\right]\Delta\beta_1. \tag{41}$$

6. Влияние $\Delta\beta_2$

$$\Delta y_y(\Delta\beta_2) = \frac{\sin\beta_1}{\sin^2(\beta_1-\beta_2)}\times \left[(y_2-y_1)\cos\beta_1-(x_2-x_1)\sin\beta_1\right]\Delta\beta_2. \tag{42}$$

Тогда формулы для полных ошибок $\Delta x_y$, $\Delta y_y$ будут следующие:

$$\begin{aligned}
&\Delta x_y(\Delta x_1, \Delta y_1, \Delta x_2, \Delta y_2, \Delta\beta_1, \Delta\beta_2) = \frac{1}{\sin(\beta_1-\beta_2)}\times\\
&\sin\beta_1\cos\beta_2\Delta x_1 + \left[1-\frac{1}{\sin(\beta_1-\beta_2)}\sin\beta_1\cos\beta_2\right]\Delta x_2 +\\
&+\left[\frac{1}{\sin(\beta_1-\beta_2)}\cos\beta_1\cos\beta_2\right](-\Delta y_1+\Delta y_2)+\\
&+\frac{\cos\beta_2}{\sin^2(\beta_1-\beta_2)}\left[-(y_2-y_1)\cos\beta_2+(x_2-x_1)\sin\beta_2\right]\Delta\beta_1+\\
&+\frac{\cos\beta_1}{\sin^2(\beta_1-\beta_2)}\left[(y_2-y_1)\cos\beta_1-(x_2-x_1)\sin\beta_1\right]\Delta\beta_2.
\end{aligned} \tag{43}$$

$$\begin{aligned}
&\Delta y_y(\Delta x_1, \Delta y_1, \Delta x_2, \Delta y_2, \Delta\beta_1, \Delta\beta_2) =\\
&=\frac{1}{\sin(\beta_1-\beta_2)}\sin\beta_1\sin\beta_2(\Delta x_1-\Delta x_2)-\frac{1}{\sin(\beta_1-\beta_2)}\times\\
&\times\cos\beta_1\sin\beta_2\Delta y_1+\left[1+\frac{1}{\sin(\beta_1-\beta_2)}\cos\beta_1\sin\beta_2\right]\Delta y_2+\\
&+\frac{\sin\beta_2}{\sin^2(\beta_1-\beta_2)}\left[-(y_2-y_1)\cos\beta_2+(x_2-x_1)\sin\beta_2\right]\Delta\beta_1+\\
&+\frac{\sin\beta_1}{\sin^2(\beta_1-\beta_2)}\left[(y_2-y_1)\cos\beta_1-(x_2-x_1)\sin\beta_1\right]\Delta\beta_2.
\end{aligned} \tag{44}$$

Формулы компонентного состава ошибок $\Delta x_y$ (43) и $\Delta y_y$ (44) определяют весовое значение каждой компоненты в составе общей ошибки. Развернутые формулы ошибок $\Delta x_y$, $\Delta y_y$, оценивающие их модульные значения в зависимости от модульных значений составляющих, имеют вид:

$$|\Delta x_y| \le \left|\frac{1}{\sin(\beta_1-\beta_2)}\right| |\sin\beta_1 \cos\beta_2| (|\Delta x_1| + |\Delta x_2|) +$$

$$+|\Delta x_2| + \left|\frac{1}{\sin(\beta_1-\beta_2)}\cos\beta_1 \cos\beta_2\right| (|\Delta y_1| + |\Delta y_2|) +$$

$$+\left| \frac{\cos\beta_2}{\sin^2(\beta_1-\beta_2)}[-(y_2-y_1)\cos\beta_2 +\right.$$

$$\left. +(x_2-x_1)\sin\beta_2]\right| |\Delta\beta_1| +$$

$$+\left|\frac{\cos\beta_1}{\sin^2(\beta_1-\beta_2)}\left[(y_2-y_1)\cos\beta_1-(x_2-x_1)\sin\beta_1\right]\right| |\Delta\beta_2|. \quad (45)$$

$$|\Delta y_y| \le \left|\frac{1}{\sin(\beta_1-\beta_2)}\right| |\sin\beta_1 \cos\beta_2| (|\Delta x_1| + |\Delta x_2|) + |\Delta y_1| +$$

$$+\left|\frac{1}{\sin(\beta_1-\beta_2)}\cos\beta_1 \sin\beta_2\right| (|\Delta y_1| + |\Delta y_2|) +$$

$$+\left|\frac{\sin\beta_2}{\sin^2(\beta_1-\beta_2)}[-(y_2-y_1)\cos\beta_2+(x_2-x_1)\sin\beta_2]\right| |\Delta\beta_1| +$$

$$+\left|\frac{\cos\beta_2}{\sin^2(\beta_1-\beta_2)}\left[(y_2-y_1)\cos\beta_1-(x_2-x_1)\sin\beta_1\right]\right| |\Delta\beta_2|. \quad (46)$$

Для моделирования точности формирования углов визирования и координат объекта исследовались уравнения

$$x_y = x_2 + \frac{1}{\sin_\gamma}\left[\Delta y\cos\beta_1 - \Delta x\sin\beta_1\right]\cos\beta_2, \quad (47)$$

$$y_y = y_2 + \frac{1}{\sin_\gamma}\left[\Delta y\cos\beta_1 - \Delta x\sin\beta_1\right]\cos\beta_2, \quad (48)$$

где введены следующие замены:

$$\gamma = \beta_1 - \beta_2, \qquad \Delta x = x_2 - x_1, \qquad \Delta y = y_2 - y_1, \quad (49)$$

$$Б = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}, \qquad \frac{\Delta x}{\Delta y} = \mathrm{tg}\varphi, \quad (50)$$

$$\varphi = arc\mathrm{tg}\left(\frac{\Delta x}{\Delta y}\right), \quad \beta_1 + \alpha + \varphi = 90°. \quad (51)$$

Положение треугольника на плоскости (см. рис.1) однозначно определено параметрами $\Delta x$, $\Delta y$, $\beta_1$, $\beta_2$, $x_1$, $y_2$ или Б, $\alpha$, $\gamma$, $\varphi$. Для уменьшения числа независимых параметров фиксируем $\varphi$, тогда перебор параметров Б, $\alpha$, $\gamma$ определит всевозможные типы треугольников на плоскости. Не ограничивая общности, можно принять $\varphi = 0$, тогда

$$\begin{aligned} &\Delta x_y = 0, && \Delta y = Б, \\ &\beta_1 + \alpha = 90°, && \beta_1 = 90° - \alpha, \\ &\beta_2 = \beta_1 - \gamma, && \beta_2 = 90° - (\alpha + \gamma). \end{aligned} \quad (52)$$

Выражения для определения координат объекта примут вид

$$x_y = x_2 + \frac{1}{\sin_\gamma}\left[Б\sin\alpha\right]\sin(\alpha+\gamma), \quad (53)$$

$$y_y = y_2 + \frac{1}{\sin_\gamma}\left[Б\sin\alpha\right]\cos(\alpha+\gamma).$$

Пусть $\alpha^2$ – дисперсия угловых величин, тогда дисперсия величины $y_y$ будет определена формулами

$$\alpha^2(x_y) = \alpha^2\left[(x_y)'^2_\alpha + (x_y)'^2_\gamma\right], \quad (54)$$

где $$(x_y)'_\alpha = \frac{d}{d_\alpha}x_y, \quad (x_y)'_\gamma = \frac{d}{d_\gamma}x_y, \quad (55)$$

$$\alpha^2(y_y) = \alpha^2\left[(y_y)'^2_\alpha + (y_y)'^2_\gamma\right], \quad (56)$$

$$(y_y)'_\alpha = \frac{d}{d_\alpha}y_y, \quad (y_y)'_\gamma = \frac{d}{d_\gamma}y_y. \quad (57)$$

Исходя из формул (55) и (56) с учетом (53) находим

$$\begin{aligned} (x_y)'_\alpha &= \frac{1}{\sin_\gamma}Б\left[\cos\alpha\sin(\alpha+\gamma)+\sin\alpha\cos(\alpha+\gamma)\right] = \\ &-\frac{1}{\sin_\gamma}Б\sin(2\alpha+\gamma), \end{aligned} \quad (58)$$

$$(x_y)'_\gamma = Б\sin_\alpha\frac{\cos(\alpha+\gamma)\sin_\gamma - \sin(\alpha+\gamma)\cos_\gamma}{\sin^2_\gamma} = Б\frac{\sin^2_\alpha}{\sin^2\gamma}, \quad (59)$$

$$\begin{aligned} (y_y)'_\alpha &= \frac{1}{\sin_\gamma}Б\left[\cos\alpha\sin(\alpha+\gamma)-\sin\alpha\sin(\alpha+\gamma)\right] = \\ &Б\frac{1}{\sin_\gamma}\cos(2\alpha+\gamma), \end{aligned} \quad (60)$$

$$(y_y)'_\gamma = Б\frac{-\sin(\alpha+\gamma)\sin_\gamma - \cos(\alpha+\gamma)\cos_\gamma}{\sin^2_\gamma} = -Б\frac{\sin_\alpha}{\sin^2\gamma}\cos\alpha \quad (61)$$

Введем нормированные функции $A_x$, $A_y$:

$$A_x = \frac{1}{\sin^2\gamma}\sqrt{\sin^2\gamma\,\sin^2(2\alpha-\gamma)+\sin^4\alpha}, \qquad (62)$$

$$A_y = \frac{1}{\sin^2\gamma}\sqrt{\sin^2\gamma\,\cos^2(2\alpha+\gamma)+\sin^2\alpha\,\cos^2\alpha}. \qquad (63)$$

Тогда

$\alpha\,(x_y) = \alpha\,Б\,A_x$, (64)

$\alpha\,(y_y) = \alpha\,Б\,A_y$.

Введем нормированные функции $B_x$, $B_y$:

$$B_x = A_x\,\frac{\sin\gamma}{\sin(\alpha+\gamma)}, \qquad (65)$$

$$B_y = A_y\,\frac{\sin\gamma}{\sin(\alpha+\gamma)}, \qquad (66)$$

Результаты исследования амплитуды нормированных показателей Bx (выражение-(65)) и Ву (выражение –(66)), как функций переменных α и γ показаны на рис.4, а и б.

Тогда:

$\alpha\,(x_y) = \alpha\,Д\,B_x$, (67)

$\alpha\,(y_y) = \alpha\,Д\,B_y$. (68)

Применяя теорему синусов, запишем

$$\frac{B}{\sin\gamma} = \frac{Д}{\sin(\alpha+\gamma)}, \qquad (69)$$

где Д – дальность объекта.

Тогда

$$(x_y)'_\alpha = Б\,\frac{\sin(2\alpha+\gamma)}{\sin\gamma}, \qquad (70)$$

$$(x_y)'_\gamma = Б\,\frac{\sin^2\alpha}{\sin^2\gamma}, \qquad (71)$$

$$(y_y)'_\alpha = Б\,\frac{\cos(2\alpha+\gamma)}{\sin\gamma}, \qquad (72)$$

$$(y_y)'_\gamma = -Б\,\frac{\sin\alpha}{\sin^2\gamma}\cos\alpha. \qquad (73)$$

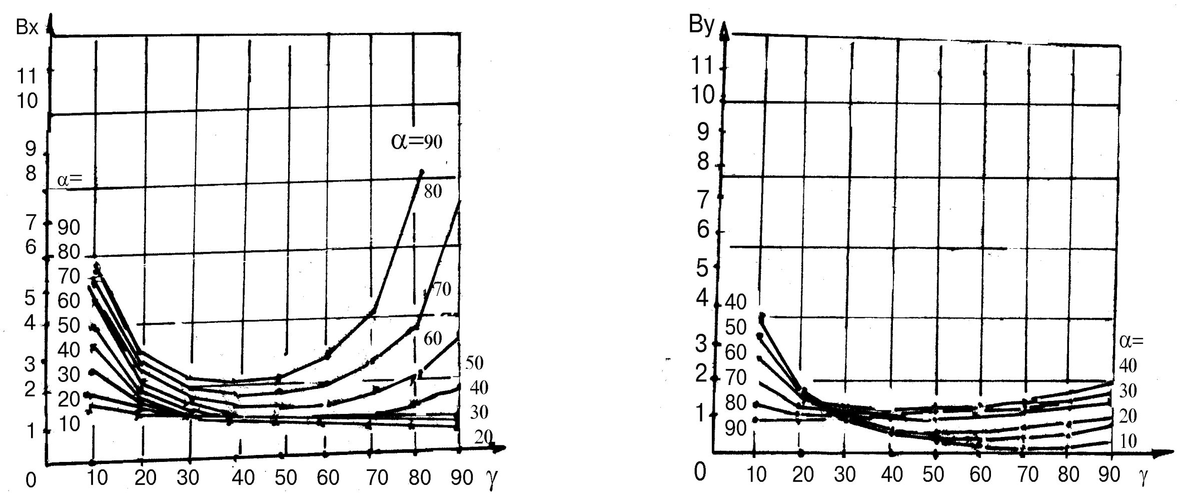
$$Д'(x_y) = \alpha^2(x_y) = \alpha^2 Б^2\left[\sin^2\gamma\,\sin^2(2\alpha+\gamma)+\sin^4\alpha\right]\frac{1}{\sin^4\gamma}, \qquad (74)$$

$$Д'(y_y) = \alpha^2(y_y) = \alpha^2 Б^2\left[\sin^2\gamma\,\cos^2(2\alpha+\gamma)+\sin^2\alpha\,\cos^2\alpha\right]\frac{1}{\sin^4\gamma} \qquad (75)$$

Следовательно, среднеквадратическое значение определения координат объекта по каждой из координат определится из выражений

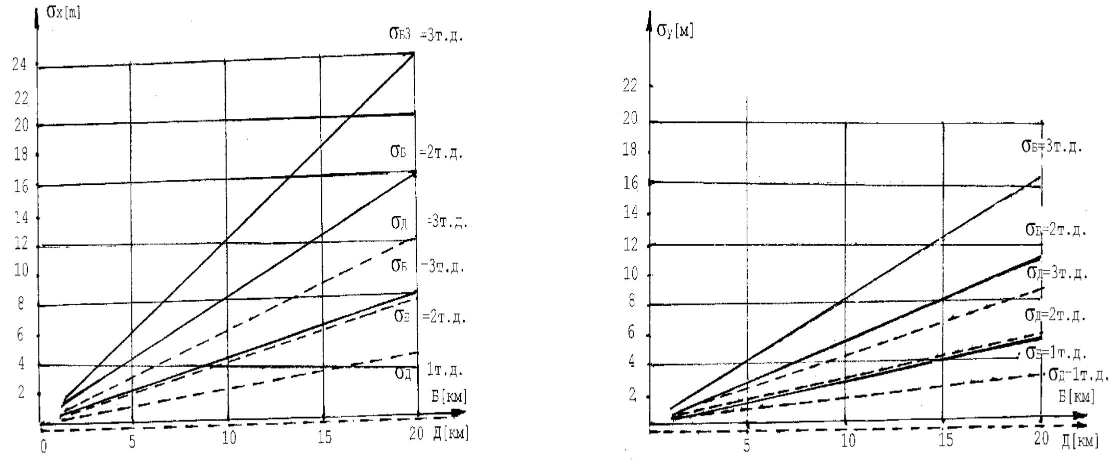
$$\alpha(x_y) = \alpha Б\,\frac{1}{\sin^2\gamma}\sqrt{\sin^2\gamma\,\sin^2(2\alpha+\gamma)+\sin^4\alpha}, \qquad (76)$$

$$\alpha(y_y) = \alpha Б\,\frac{1}{\sin^2\gamma}\sqrt{\sin^2\gamma\,\cos^2(2\alpha+\gamma)+\sin^2\alpha\,\cos^2\alpha}. \qquad (77)$$




а б

Рис.3. Исследование амплитуды нормированных показателей Bx- выражение-(65) и Ву - выражение (66) как функций переменных α и γ



а б

Рис.4. Исследование среднеквадратической ошибки вычисления координат объекта в ЕГСПК как функции дальности Д и точности измерения углов визирования σ $_{ду}$

Моделирование среднеквадратических значений ошибок проводилось при условии изменения дальности Д от 1км до 20 км, и точности съема угловых координат $\sigma_{ду}$ =1т.д., 2т.д., 3т.д. Результаты расчетов приведены на рис.4 а) – для курса и рис.4.б) – для тангажа.

### Заключение

Анализ результатов исследований показывает, что при точности съема угловых координат не хуже 1 т.д. максимальная ошибка определения координат объекта не превышает 4 м. Выполненные исследования позволяют сделать следующие выводы:

1) предложена методика расчета координат объекта в системе ЕГСПК, основанная на измерении угловых координат оптического прибора, установленного на подвижном носителе, совершающем движение по отношению к объекту по предложенному закону типа «вираж-∞» и разработана математическая модель для расчета координат объекта в системе ЕГСПК;

2) получены выражения для оценки влияния составляющих измерения координат на точность привязки объекта в системе ЕГСПК;

3) определены выражения и проведена оценка среднеквадратических ошибок определения координат объекта в ЕГСПК и выработаны требования по точности для выбора датчиков измерения координат;

4) полученные результаты нашли применение при разработке оптического прибора [4] и авиационного комплекса и могут быть использованы в дальнейшем специалистами при разработке новых оптических приборов, устанавливаемых на подвижные носители для измерения координат объектов в ЕГСПК.

### Литература


1. Березин М.С., Жидков Н.П. Методы вычислений. Том. 1, 2.-М.: Наука, 1966.- 562 с.
2. Федоров Д.К., Фадеев Б.Н. Вычислительные методы линейной алгебры. -М.: Физматгиз. N 2. 1957. С. 32-38.
3. Бук Э.Д. Численные методы. –М.: Физматгиз, 1959.- 387 с.
4. Задорожный И.С., Гордиенко В.И., Москалюк А.Е., Сухомлинов П.А., Задорожный В.И. Устройство определения координат. А.с. 189499.


*Поступила в редакцию 5.03.03*

**Рецензенты:** д-р техн. наук, профессор Кочкарёв Ю.О., Черкасская академия менеджмента, г. Черкассы; д-р техн. наук, профессор Кошевой Н.Д., Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского "ХАИ", г. Харьков.