

УДК 629.764

## УГЛОВЫЕ РАЗВОРОТЫ НЕСИММЕТРИЧНОГО РАЗГОННОГО БЛОКА С НЕПРЕРЫВНО РАБОТАЮЩИМ ДВИГАТЕЛЕМ

В. А. Батаев<sup>1</sup>, д-р техн. наук, О.А. Лученко<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ»

<sup>2</sup> Научно-производственное предприятие «Хартрон-Плант»

Решается задача выведения космических аппаратов на различные орбиты с помощью разгонного блока. Приведены алгоритмы формирования управляющих сигналов при комбинированном регулировании на участках программных разворотов.

\* \* \*

Вирішується задача виведення космічних апаратів на різні орбіти за допомогою розгінного блока. Наведено алгоритми формування керуючих сигналів при комбінованому регулюванні на ділянках програмних розворотів.

\* \* \*

The task of launching spacecrafts to different orbits by means of acceleration block is solved. The algorithms for forming the control signals of combined regulation for the lots of programmable maneuvers are presented.

В статье приводятся результаты работ авторов по решению задачи выведения нескольких космических аппаратов (КА) на различные орбиты одной ракетой-носителем (РН). Для этого разгонный блок (РБ, 3-я ступень РН) перед отделением очередного КА должен приобрести дополнительную скорость, что обеспечивается программными переориентациями вектора тяги работающего двигателя. Угловое маневрирование с непрерывно работающим двигателем неизбежно связано с нерациональным расходом топлива через работающий двигатель. В связи с этим необходимо решать следующие задачи:

- задачу минимизации времен программных разворотов РБ;

- задачу точного прогнозирования приращения скорости центра масс (ЦМ) на участках программных разворотов.

В процессе последовательного отделения КА РБ становится существенно несимметричным, что проявляется в следующем:

- величины центробежных моментов инерции становятся сравнимыми с величинами осевых моментов инерции;
- центр масс РБ значительно смещается от продольной оси.

Указанная асимметрия РБ приводит к взаимовлиянию каналов стабилизации и к большим возмущающим моментам, определяемым произведением силы тяги двигателя на величину смещения ЦМ от продольной оси.

В целях минимизации энергетических затрат двигательной установки при наборе дополнительной скорости для выведения очередного КА на свою орбиту в статье предлагается следующее:

- комбинированное регулирование программного движения РБ, при котором систематические и программные возмущения регулируются на разомкнутой схеме регулирования, а случайные возмущения – на замкнутой схеме;
- линейное преобразование управляющих сигналов, учитывающее центробежные моменты инерции РБ, для исключения взаимовлияния каналов стабилизации;
- точное прогнозирование приращений скорости ЦМ РБ на участках ускоренных программных разворотов по конечным аналитическим выражениям;
- учет ограничений по углу и угловой скорости поворота управляющих органов при формировании ускоренного программного движения РБ.

Ранее предложенные в статье результаты работы

авторов не публиковались. В научно–технической литературе затронутые в статье вопросы управления несимметричной РБ с непрерывно работающим двигателем практически не освещены. Только в статье [2] рассмотрены вопросы формирования управляющих сигналов системы стабилизации существенно несимметричной второй ступени РН «Энергия».

**1. Система дифференциальных уравнений движения разгонного блока**

1.1. В настоящей работе используются общеизвестные системы координат:

- первая экваториальная система координат (ПЭСК)  $Ox_E y_E z_E$ ;
- начальная стартовая система координат (НССК)  $Nx_0 y_0 z_0$ ;
- связанная система координат (ССК)  $Mx_1 y_1 z_1$ ;
- программно-связанная система координат (ПССК)  $Mx_3 y_3 z_3$ ;
- базовая система координат (БСК)  $Qx_b y_b z_b$ .

Определим в НССК три взаимно перпендикулярных орта  $\bar{v}_0 = (v_{x0}, v_{y0}, v_{z0})^T$ ,  $\bar{l}_0 = (l_{x0}, l_{y0}, l_{z0})^T$ ,  $\bar{b}_0 = (b_{x0}, b_{y0}, b_{z0})^T$ , которые определяют систему координат  $Mvlb$ .

В системе координат  $Mvlb$  определим систему координат  $Mvk\eta$ , которая определяется матрицей направляющих косинусов

$$\bar{\xi}_1 = A_{lk} \cdot \bar{\xi}_k, \tag{1.1}$$

$$A_{lk} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \kappa & \sin \kappa \\ 0 & -\sin \kappa & \cos \kappa \end{pmatrix},$$

где  $\bar{\xi}_1$  ( $\bar{\xi}_k$ ) - векторы в проекциях на оси систем координат  $Mvlb$  ( $Mvk\eta$ ).

При составлении уравнений движения РБ будем учитывать допущения:

- Земля имеет форму шара с равномерным распределением плотности;

- действующие на РБ аэродинамические силы и моменты пренебрежимо малы;

- массово-инерционные характеристики РБ постоянны.

1.2. Пусть в точке С (рис. 1.1) проведено отделение КА1. Начиная с этого момента времени, когда РБ имеет скорость  $\bar{V}_E = (V_{xE}, V_{yE}, V_{zE})^T$  и радиус-вектор  $\bar{r}_E = (x_E, y_E, z_E)^T$ , решают задачу выведения следующего КА2 в точку К с радиусом-вектором  $\bar{r}_{EK} = (x_{EK}, y_{EK}, z_{EK})^T$ .

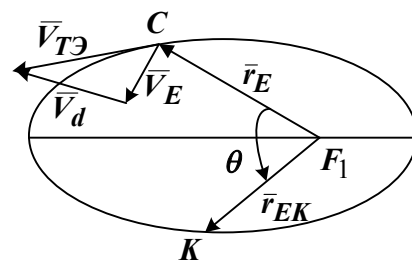


Рис. 1.1. Схема выведения на орбиту космического аппарата

Для этого РБ должен сообщить КА2 дополнительную скорость [1]

$$\bar{V}_d = \bar{V}_{TЭ} - \bar{V}_E, \tag{1.2}$$

$$\bar{V}_{TЭ} = \frac{\sqrt{\mu p}}{r_K r \sin \theta} \left\{ \bar{r}_{EK} - \bar{r}_E \left[ 1 - \frac{r_K}{p} (1 - \cos \theta) \right] \right\},$$

$$r_K = |\bar{r}_{EK}|, \quad r = |\bar{r}_E|,$$

где  $p$  - фокальный параметр эллипса,  $\bar{V}_{TЭ}$  - вектор требуемой скорости для перехода из точки С в точку К по эллиптической орбите.

Производная от дополнительной скорости определяется формулой

$$\dot{\bar{V}}_d = -\dot{\bar{W}} - \frac{\partial \bar{V}_{TЭ}}{\partial \bar{r}_E} \bar{V}_d, \tag{1.3}$$

где  $\dot{\bar{W}}$  - вектор кажущегося ускорения РБ.

Отметим, что поскольку в процессе выведения модуль вектора дополнительной скорости стремится к нулю, то второе слагаемое в (1.3) также стремится к нулю. Это означает, что на участке траектории РБ

можно вместо (1.3) пользоваться уравнением

$$\dot{\bar{V}}_d \approx -\dot{\bar{W}}. \quad (1.4)$$

1.3. Компонировочная схема РБ показана на рис. 1.2.

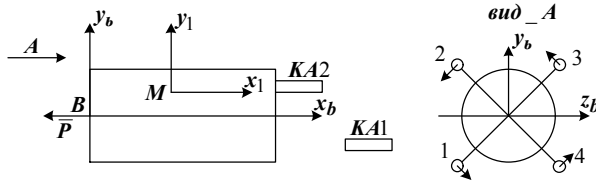


Рис. 1.2. Компонировочная схема РБ

На рис. 1.2 условно показаны:

- отделившийся КА1;
- $\bar{P}$  - вектор тяги четырех камер сгорания (КС) двигателя с «тянущей» схемой;
- направления проекций тяг КС двигателя при положительных знаках углов поворота рулевых приводов на виде А - стрелка.

Уравнения движения ЦМ РБ с учетом (1.4) в НССК представим в векторной форме

$$\dot{\bar{W}}_0 = \frac{1}{m} A_{01} \bar{F}_1, \quad (1.5)$$

$$\bar{F}_1 = (F_{x1}, F_{y1}, F_{z1})^T,$$

$$F_{x1} = -\frac{P}{4} (\cos \delta_1 + \cos \delta_2 + \cos \delta_3 + \cos \delta_4) \approx -P,$$

$$F_{y1} = \frac{P\sqrt{2}}{8} (-\sin \delta_1 - \sin \delta_2 + \sin \delta_3 + \sin \delta_4) \approx \frac{P\sqrt{2}}{8} (-\delta_1 - \delta_2 + \delta_3 + \delta_4), \quad (1.6)$$

$$F_{z1} = \frac{P\sqrt{2}}{8} (\sin \delta_1 - \sin \delta_2 - \sin \delta_3 + \sin \delta_4) \approx \frac{P\sqrt{2}}{8} (\delta_1 - \delta_2 - \delta_3 + \delta_4),$$

где  $A_{01}$  - матрица направляющих косинусов [3].

Уравнения углового движения РБ в ССК также представим в векторной форме:

$$J \dot{\bar{\omega}}_1 + \bar{\omega}_1 \times J \bar{\omega}_1 = P \bar{b} + \bar{M}_{C1} + \Delta \bar{M}_1, \quad (1.7)$$

$$J = \begin{bmatrix} J_x & -J_{xy} & 0 \\ -J_{xy} & J_y & 0 \\ 0 & 0 & J_z \end{bmatrix},$$

$$B = \frac{\sqrt{2}}{8} \begin{bmatrix} -r_\phi & -r_\phi & -r_\phi & -r_\phi \\ -x_1^P & x_1^P & x_1^P & -x_1^P \\ -x_1^P & -x_1^P & x_1^P & x_1^P \end{bmatrix},$$

где  $\bar{M}_{C1} = (0, -Pz_{bc}^T, Py_{bc}^T)^T$  - вектор систематического момента,  $\Delta \bar{M}_1 = (\Delta M_{x1}, \Delta M_{y1}, \Delta M_{z1})^T$  - вектор случайного момента,

$$x_1^P = x_b^P - x_b^T,$$

$$\bar{\delta} = (\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4)^T.$$

## 2. Программные развороты РБ

2.1. Для выведения КА2 в точку К (рис. 1.1) необходимо обеспечить приращения проекций кажущейся скорости на оси М1, Мb системы координат Mv1b

$$\Delta W_1 = (\bar{1}_0, \bar{V}_d), \quad (2.1)$$

$$\Delta W_b = (\bar{b}_0, \bar{V}_d).$$

Приращение проекции кажущейся скорости на ось Mv этой системы координат не влияет на приращение дальности и боковой дальности, а влияет только на время полета из точки С в точку К.

Угол  $\kappa$  в (1.1) определяем обратными тригонометрическими функциями:

$$\Delta W_\kappa = \sqrt{\Delta W_1^2 + \Delta W_b^2}, \quad (2.2)$$

$$\sin \kappa = -\frac{-\Delta W_b}{\Delta W_\kappa},$$

$$\cos \kappa = -\frac{-\Delta W_1}{\Delta W_\kappa}.$$

В моменты отделения КА1, КА2 продольная ось РБ должна быть параллельной v-направлению. Для этого траектория движения РБ должна состоять из трех участков:

- участка прямого разворота продольной оси РБ из v-направления в к-направление;
- участка ориентации продольной оси РБ в к-направлении;
- участка обратного разворота из к-направления в

v-направлення.

2.2. Взаимное положение осей ПССК  $M_{x_3}y_3z_3$  и осей системы координат  $M_{v\kappa\eta}$  показано на рис. 2.1.

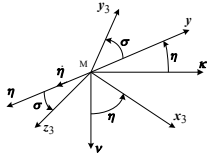


Рис. 2.1. Взаимное положение ПССК и системы координат  $M_{v\kappa\eta}$

Разворот на угол  $\sigma$  вокруг продольной оси РБ необходим для ограничения угла поворота промежуточной рамки относительно внешней рамки гиросtabilизатора.

Графики угловых ускорений соответствующих углам  $\eta, \sigma$  для участка прямого разворота показаны на рис. 2.2.

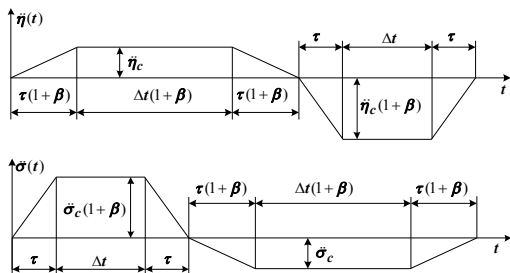


Рис. 2.2. Графики угловых ускорений

Асимметрия угловых ускорений во времени уменьшает углы поворота промежуточной рамки относительно внешней рамки гиросtabilизатора. Из рис. 2.2 следует, что время прямого разворота определяется формулой

$$\Delta t_p = (2\tau + \Delta t)(2 + \beta). \quad (2.3)$$

Углы разворотов  $\eta_p, \sigma_p$  определяются соотношениями

$$\eta_p = \ddot{\eta}_c C_{\eta\delta}(1 + \beta)(2 + \beta)(\tau^2 + 1,5\tau\Delta t + 0,5\Delta t^2), \quad (2.4)$$

$$\sigma_p = \ddot{\sigma}_c C_{\sigma\delta}(1 + \beta)(2 + \beta)(\tau^2 + 1,5\tau\Delta t + 0,5\Delta t^2).$$

Матрица направляющих косинусов осей ПССК

в системе координат  $M_{v\kappa\eta}$  имеет вид

$$A_{\kappa 3} = \begin{vmatrix} \cos \eta & -\sin \eta \cos \sigma & \sin \eta \sin \sigma \\ \sin \eta & \cos \eta \cos \sigma & -\cos \eta \sin \sigma \\ 0 & \sin \sigma & \cos \sigma \end{vmatrix}. \quad (2.5)$$

2.3. Вектор программного управляющего момента определяется соотношениями

$$\overline{M}_3^{np} = J\dot{\overline{\omega}}_3^{np} + \overline{\omega}_3^{np} \times J\overline{\omega}_3^{np}, \quad (2.6)$$

$$\overline{M}_3^{np} = (M_{x_3}^{np}, M_{y_3}^{np}, M_{z_3}^{np})^T,$$

$$\overline{\omega}_3^{np} = (\omega_{x_3}^{np}, \omega_{y_3}^{np}, \omega_{z_3}^{np})^T = (\dot{\sigma}, \dot{\eta} \sin \sigma, \dot{\eta} \cos \sigma)^T$$

$$\dot{\overline{\omega}}_3^{np} = (\ddot{\sigma}, \ddot{\eta} \sin \sigma, \ddot{\eta} \cos \sigma)^T + (0, \dot{\eta} \dot{\sigma} \cos \sigma, -\dot{\eta} \dot{\sigma} \sin \sigma)^T,$$

$$\delta x_3^{np} = -\frac{M_{x_3}^{np}}{P \cdot r_\phi}, \quad \delta y_3^{np} = \frac{\sqrt{2} M_{y_3}^{np}}{P(x_b^P - x_b^T)}, \quad \delta z_3^{np} = \frac{\sqrt{2} M_{z_3}^{np}}{P(x_b^P - x_b^T)}.$$

Полагая углы  $\delta x_3^{np}, \delta y_3^{np}, \delta z_3^{np}$  малыми, можно получить для вектора тяги двигателя в ПССК соотношение

$$\overline{P}_3 \approx \left( -P, \frac{\sqrt{2}}{2} P \delta z_3^{np}, -\frac{\sqrt{2}}{2} P \delta y_3^{np} \right)^T. \quad (2.7)$$

2.4. Проекция вектора кажущегося ускорения на оси системы координат  $M_{v\kappa\eta}$  с учетом (2.5), (2.7) будут иметь вид

$$\dot{W}_v = -P \cos \eta + \Delta \dot{W}_v, \quad (2.8)$$

$$\dot{W}_\kappa = -P \sin \eta + \Delta \dot{W}_\kappa,$$

$$\dot{W}_\eta = \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{P}{m} (\sin \sigma \delta z_3^{np} - \cos \sigma \delta y_3^{np}),$$

$$\Delta \dot{W}_v = -\frac{\sqrt{2}}{2} \frac{P}{m} \sin \eta (\cos \sigma \delta z_3^{np} + \sin \sigma \delta y_3^{np}),$$

$$\Delta \dot{W}_\kappa = \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{P}{m} \cos \eta (\cos \sigma \delta z_3^{np} + \sin \sigma \delta y_3^{np}).$$

2.5. Для прогнозирования момента начала обратного разворота необходимо получить формулу для приращения кажущейся скорости ЦМ РБ за время разворота из интегралов

$$\Delta W_{кр} = -\frac{P}{m} \int_0^{\Delta t_p} \sin \eta dt + \int_0^{\Delta t_p} \Delta \dot{W}_\kappa dt. \quad (2.9)$$

Второе слагаемое в (2.9) на два порядка меньше первого, поэтому им будем пренебрегать.

При інтегруванні першого слагаемого в (2.9) заменим функцию  $\sin \eta$  на линейную функцию  $K^* \eta$  из условия минимума среднеквадратического отклонения

$$S = \int_0^{\eta_p} (\sin \eta - K^* \eta)^2 d\eta, \quad (2.10)$$

$$\frac{\partial S}{\partial K^*} = 0.$$

Решением уравнения (2.10) будет значение коэффициента

$$K^* = \frac{3(\sin \eta_p - \eta_p \cos \eta_p)}{\eta_p^3}. \quad (2.11)$$

После замены  $\sin \eta = K^* \eta$  в первом слагаемом (2.9) и тройного интегрирования функции углового ускорения  $\ddot{\eta}(t)$  на рис. 2.2 получим формулу

$$\Delta W_{кр} = -\frac{P}{m} K^* \frac{\eta_p \Delta t_p}{2 + \beta} \left[ 1 + \beta \frac{7\tau^2 + 7\tau \Delta t + 2\Delta t^2}{6(7\tau + \Delta t)^2} \right]. \quad (2.12)$$

### 3. Формирование управляющих сигналов системы стабилизации РБ

3.1. Управляющий сигнал в (1.7) представим в виде суммы

$$\bar{\delta} = \bar{\delta}^c + \bar{\delta}^{mp} + \bar{\delta}^d, \quad (3.1)$$

$$\bar{\delta}^c = (\delta_1^c, \delta_2^c, \delta_3^c, \delta_4^c)^T,$$

$$\bar{\delta}^{mp} = (\delta_1^{mp}, \delta_2^{mp}, \delta_3^{mp}, \delta_4^{mp})^T,$$

$$\bar{\delta}^d = (\delta_1^d, \delta_2^d, \delta_3^d, \delta_4^d)^T.$$

Статическую часть управляющего сигнала  $\bar{\delta}^c$ , обеспечивающего компенсацию систематического возмущающего момента  $\bar{M}_{cl}$  в (1.7), определим из векторных уравнений

$$PB\bar{\delta}^c + \bar{M}_{cl} = 0, \quad (3.2)$$

$$\delta_1^c = -\varepsilon_{\psi c} - \varepsilon_{\theta c}, \quad (3.3)$$

$$\delta_2^c = \varepsilon_{\psi c} - \varepsilon_{\theta c},$$

$$\delta_3^c = \varepsilon_{\psi c} + \varepsilon_{\theta c},$$

$$\delta_4^c = -\varepsilon_{\psi c} + \varepsilon_{\theta c},$$

$$\varepsilon_{\psi c} = -\frac{\sqrt{2}z_{bc}^T}{x_b^p - x_b^T}, \quad \varepsilon_{\theta c} = \frac{\sqrt{2}y_{bc}^T}{x_b^p - x_b^T}.$$

Управляющее воздействие  $\bar{\delta}^{mp}$ , обеспечивающее программное угловое движение РБ, определим с учетом (2.6) формулами

$$\delta_1^{mp} = \delta x_3^{mp} - \delta y_3^{mp} - \delta z_3^{mp}, \quad (3.4)$$

$$\delta_2^{mp} = \delta x_3^{mp} + \delta y_3^{mp} - \delta z_3^{mp},$$

$$\delta_3^{mp} = \delta x_3^{mp} + \delta y_3^{mp} + \delta z_3^{mp},$$

$$\delta_4^{mp} = \delta x_3^{mp} - \delta y_3^{mp} + \delta z_3^{mp}.$$

3.2. Уравнение углового движения РБ (1.6) с учетом (2.6), (3.2) будет иметь вид

$$J\Delta\dot{\omega}_1 = PB\bar{\delta}^d + \Delta\bar{M}_1 - \Delta\bar{M}_1^T, \quad (3.5)$$

$$\Delta\dot{\omega}_1 = \dot{\omega}_1 - \dot{\omega}_{1p1},$$

$$\Delta\bar{M}_1^T = \bar{\omega}_1 \times J\bar{\omega}_1 - A_{13}(\bar{\omega}_3^{mp} \times J\bar{\omega}_3^{mp}),$$

где  $A_{13}$  - матрица направляющих косинусов осей ПССК в ССК.

В [2] показано, что минимальное значение нормы вектора

$$|\bar{\delta}^d| = \sqrt{(\bar{\delta}^d, \bar{\delta}^d)} \rightarrow \min, \quad (3.6)$$

обеспечивается при

$$\bar{\delta}^d = KA\bar{\varepsilon}_y, \quad (3.7)$$

$$\bar{\varepsilon}_y = (\varepsilon_{\phi y}, \varepsilon_{\psi y}, \varepsilon_{\theta y}),$$

$$K = B^+L,$$

$$B^+ = B^T(BB^T)^{-1},$$

$$L = \begin{pmatrix} -r_\phi & 0 & 0 \\ 0 & x_b^p - x_b^T & 0 \\ 0 & 0 & x_b^p - x_b^T \end{pmatrix},$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & \frac{J_{xy}(x_b^p - x_b^T)}{J_y r_\phi} & 0 \\ \frac{J_{xy} r_\phi}{J_x(x_b^p - x_b^T)} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

где  $B^+$  - псевдообратная матрица;  $\varepsilon_{\phi y}, \varepsilon_{\psi y}, \varepsilon_{\theta y}$  -

управляющие сигналы в каналах крена, рыскания, тангажа.

3.3. На участках угловых разворотов РБ скорость ЦМ в замкнутой схеме не регулируется. Управляющие сигналы тракта угловой стабилизации формируются следующим образом:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{\varphi y} &= K_{\varphi} \varphi + K_{\dot{\varphi}} \dot{\varphi}, \\ \varepsilon_{\psi y} &= K_{\psi} (\psi - \psi_B - \Delta\psi_{np}) + K_{\dot{\psi}} \dot{\psi}, \\ \varepsilon_{\vartheta y} &= K_{\vartheta} (\vartheta - \vartheta_B - \Delta\vartheta_{np}) + K_{\dot{\vartheta}} \dot{\vartheta}.\end{aligned}\quad (3.8)$$

Балансировочные углы  $\psi_B$ ,  $\vartheta_B$  в (3.8) определяются из условия равенства нулю проекций вектора кажущегося ускорения на оси  $Mu_3, Mz_3$  ПССК при действии систематического момента  $\bar{M}_{cl}$  (1.7)

$$\begin{aligned}\psi_B &= \frac{\sqrt{2}}{2} \varepsilon_{\psi c}, \\ \vartheta_B &= \frac{\sqrt{2}}{2} \varepsilon_{\vartheta c}.\end{aligned}\quad (3.9)$$

Программные углы  $\Delta\psi_{np}, \Delta\vartheta_{np}$  в (3.8) определяются с учетом (2.8) из условия равенства нулю проекции кажущегося ускорения на ось  $M\eta$  из-за действия гироскопического момента на участках программных разворотов

$$\begin{aligned}\Delta\psi_{np} &= \frac{\sqrt{2}}{2} (\sin \sigma \delta z_3^{np} - \cos \sigma \delta y_3^{np}) \cos \sigma, \\ \Delta\vartheta_{np} &= \frac{\sqrt{2}}{2} (\sin \sigma \delta z_3^{np} - \cos \sigma \delta y_3^{np}) \sin \sigma.\end{aligned}\quad (3.10)$$

### Заключение

Предложен закон комбинированного регулирования систематических и программных возмущений

по разомкнутой схеме, а случайных возмущений - по замкнутой схеме.

Обеспечивается высокое качество переходных процессов стабилизации на участках угловых разворотов несимметричного разгонного блока.

### Литература

1. Бэттин Р. Наведение в космосе. – М.: Машиностроение, 1966. – 447 с.
2. Айзенберг Я. Е., Батаев В. А., Кузьмин А. И. Высокоточная система стабилизации ракеты-носителя асимметричной конфигурации с учетом возможности отказа одного двигателя // Космическая наука и технология. – 1998. Т. 4. № 1. – С. 64–67.
3. Айзенберг Я. Е., Златкин Ю. М., Калногуз А. Н., Батаев В. А., Кузьмин А. И. Управление по углам атаки и скольжения первых ступеней РН // Космическая наука и технология. – 2002. Т. 8. № 1. С. 61–80.

*Поступила в редакцию 08.04.03*

**Рецензенты:** д-р техн. наук, ст. научн. сотрудник Лукин В.В., Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского "ХАИ", г. Харьков; канд. техн. наук, вед. научн. сотрудник Беляев Г.В., ИНЭК, г. Харьков.