УДК 629.1.05

НЕСТАЦИОНАРНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ОБОЛОЧКИ С АКУСТИЧЕСКИМ ПОЛЕМ

В.В. Карачун, д-р техн. наук, В.Н. Мельник, канд. техн. наук,

Е.К. Кундеревич, канд. техн. наук, В.Г. Саверченко,

Национальный технический университет Украины «КПИ», г. Киев, Украина

Общая постановка проблемы и ее связь с научно-практическими задачами. Вопросы взаимодействия механических конструкций с акустическими полями в настоящее время представляются достаточно актуальными в машиностроении в целом и в двигателестроении в частности. Звуковое излучение оказывает существенное влияние на свойства элементов конструкции и изделия в целом вследствие генерирования различных по структуре форм колебаний, в том числе резонансных. Это приводит к возникновению особенностей, не предусмотренных паспортными значениями и существенным образом изменяющих параметры изделия.

Обзор публикаций и анализ нерешенных проблем. Lord Rayleigh в 1883 году впервые изучил влияние упругости на колебания конструкции в жидкости [1], а в 1909 году Николаи [2] и в 1920 году Лэмб [3] - при рассмотрении бесконечных по протяженности цилиндрических оболочек. Основное допущение этих исследований состояло в совпадении форм колебаний упругих тел в пустоте и в жидкости. Вопросы взаимодействия оболочек со средой освещались в ряде монографий [4, 5].

Представляет интерес анализ поступательного движения внутреннего цилиндра под действием звуковой волны, прошедшей через наружный коаксиальный цилиндр, с учетом особенностей передачи энергии акустического воздействия – через упругую связь, через жидкость, через упругую связь и жидкость одновременно.

Цель исследований. Целью исследований являлся анализ поступательного перемещения внутреннего абсолютно твердого цилиндра, обладающего двумя взаимно перпендикулярными плоскостями геометрической и массовой симметрии, под действием прошедшей через наружный упругий цилиндр волны акустического давления, фронт которой параллелен образующей внутреннего цилиндра. Импульс акустического воздействия предполагался конечным по величине.

Результаты исследований. Принятые условия позволяют утверждать, что внутренний цилиндр будет перемещаться только прямолинейно и поступательно в направлении распространяющейся волны давления, то есть вдоль оси Oy. Перемещениями за счет ненулевой (отрицательной или положительной) плавучести будем пренебрегать ввиду малости.

Для описания наружной упругой оболочки воспользуемся технической моментной теорией, в соответствии с которой при нормальном падении звуковой волны составляющие смещения поверхности вдоль продольной оси будут отсутствовать [6]:

$$\omega^2\rho V + \frac{\partial^2 V}{\partial\beta^2} + \frac{1-\sigma}{2}\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial W}{\partial\beta} = 0;$$

$$\varpi^2\rho W + \frac{\partial V}{\partial\beta} + c^2\Delta^2\Delta^2 W + W + c_1[W(x_0,\beta,t) -$$

$$-U(t)]\cdot\delta(x-x_0) = -\frac{1-\sigma^2}{Eh_0}R^2 P_0(r,\beta,t),$$

где $c^2 = \dfrac{h_0^2}{12R^2}$;

W и V – радиальные и касательные перемещения поверхности;

c_1 – коэффициент упругости;

$U(t)$ – поступательное перемещение цилиндра;

$\delta(x-x_0)$ - дельта-функция Дирака? указывающая точку приложения силы упругости;

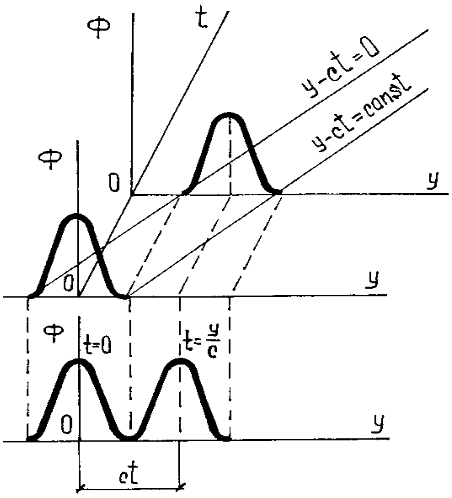
x, β – линейная и угловая безразмерные (в долях радиуса R) координаты точки поверхности; из моментных членов, содержащих коэффициент c^2, удержан только член $c^2\Delta^2\Delta^2 W$;

P_0 – звуковое давление;

σ – коэффициент Пуассона;

h_0 – толщина оболочки.

Пусть возмущающее воздействие передается к внутреннему цилиндру как через упругую связь, так и через жидкость. В окружающей цилиндр среде пусть распространяется нестационарная волна давления с потенциалом $\Phi(y-ct)=\Phi(\xi)$, фронт которой в момент времени $t=0$ соприкасается с поверхностью исходно неподвижного цилиндра рисунок.



Потенциал скорости падающей волны

В фазовой плоскости (y,t) функция $\Phi(y-ct)$ сохраняет постоянное значение на линиях $y-ct=\mathrm{const}$, поверхность $U=\Phi(y-ct)$ - цилиндрическая с образующими, параллельными прямой $y=ct$, направляющая поверхности – кривая $\Phi(y-ct)$ при $t=0$. Потенциал дифракционной волны примем $\varphi(x,y,z,t)$, который подчиняется трехмерному волновому уравнению

$$\Delta\varphi(x,y,z,t)-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\varphi(x,y,z,t)}{\partial t^2}=0,$$

а начальные условия представим в виде

$$\Phi(y-ct)\big|_{t=0}=0;$$

$$\varphi(x,y,z,t)\big|_{t=0}=\frac{\partial\varphi(x,y,z,t)}{\partial t}\Big|_{t=0}=0,$$

причем на поверхности цилиндра имеют место граничные условия

$$\frac{\partial\varphi(x,y,z,t)}{\partial n}=-\frac{\partial\Phi(y-ct)}{\partial n}+\frac{dU(t)}{dt}\cos(\hat{n,y}).$$

Считая внутренний цилиндр, например, свободным от закреплений, дифференциальное уравнение движения можно записать в виде

$$M\ddot{U}(t)=\rho\iint_S\frac{\partial}{\partial t}\left[\Phi(y-ct)+\varphi(x,y,z,t)\right]\cos(\hat{n,y})dS,$$

где M – масса цилиндра;

S – поверхность внутреннего цилиндра;

n – направление внешней нормали;

ρ – плотность жидкости.

В случае вязкого сопротивления либо упругой связи, следует добавить соответствующие слагаемые в уравнение движения.

Тогда закон перемещения внутреннего цилиндра под действием акустического излучения будет следующим:

цилиндры соединены упругой связью и демпфером

$$U(t)=\rho M^{-1}\iint_S\left\{\int_0^t\exp\left[-\lambda(t-\tau)\right]\times\right.$$

$$\times\left[\cos\nu(t-\tau)-\frac{\lambda}{\nu}\sin\nu(t-\tau)\right]\times$$

$$\left.\times\left[\Phi(y-c\tau)+\varphi(x,y,z,\tau)\right]d\tau\right\}\cos(\hat{n,y})dS,$$

где $\lambda=b(2M)^{-1}$; $\nu2=\left(4M^2\right)^{-1}\left(4Mc_1-b^2\right)$;

b – коэффициент демпфирования;

цилиндры соединены демпфером

$$U(t)=\rho M^{-1}\iint_S\left\{\int_0^t\exp\left[-b(t-\tau)\right]\times\right.$$

$$\left.\times\left[\Phi(y-c\tau)+\varphi(x,y,z,\tau)\right]d\tau\right\}\cos(\hat{n,y})dS,$$

цилиндры соединены упругой связью

$$U(t)=\rho M^{-1}\iint_S\left\{\int_0^t\cos\mu(t-\tau)\times\right.$$

$$\left.\times\left[\Phi(y-c\tau)+\varphi(x,y,z,\tau)\right]d\tau\right\}\cos(\hat{n,y})dS,$$

где $\mu^2=c_1M^{-1}$;

внутренний цилиндр свободен от закреплений

$$U(t)=\rho M^{-1}\iint_S\left[\Phi^*\cos(\hat{n,y})+\varphi^*\cos(\hat{n,y})\right]dS,$$

где $\Phi^* = \int_0^t \Phi(y - c\tau)\ d\tau$;

$$\varphi^* = \int_0^t \varphi(x, y, z, \tau)\ d\tau\ .$$

Перспективы дальнейших исследований. С учетом сформулированных граничных условий можно найти текущие значения перемещений цилиндра $U(t)$. Если полный импульс давления ограничен, то частицы жидкости получат конечные перемещения и можно ожидать, что в этом случае конечными по величине будут и перемещения цилиндра.

Представляет интерес вычисление конечного перемещения

$$U_\infty = \lim_{t\to\infty} U(t),$$

то есть

$$U_\infty = M_0 V_\infty + \rho M^{-1} \times (U_\infty - V_\infty)^{-1} \lim_{t\to\infty} \iint_S \varphi \frac{\partial\varphi}{\partial n} dS\ ,$$

где V – перемещение, вызванное падающей волной, то есть такое, которое могло бы быть, если бы цилиндра в жидкости не было.

Выводы. Полученные соотношения могут быть использованы для целого ряда задач, где необходимо учитывать принудительное движение подвижного абсолютно твердого цилиндра. В частности, такая задача представляет интерес для анализа динамики чувствительных элементов систем коррекции. Определив значения

$$\lim_{t\to\infty} \iint_S \varphi \frac{\partial\varphi}{\partial n} dS = \iint_S \varphi_\infty \frac{\partial\varphi_\infty}{\partial n} dS,$$

$$\varphi_\infty = \lim_{t\to\infty} \varphi = f(x, y, z),$$

можно получить предельное значение перемещения. Например, для незакрепленного цилиндра предельное перемещение равно:

$$U_\infty = (1 + \mu_y)\left(\ \mu_y + M M_0^{-1}\right)^{-1} V_\infty,$$

где μ_y – коэффициент присоединенной массы.

Эту задачу можно распространить и на случай произвольной формы внутреннего тела. Понятно, что тогда будут иметь место перемещения вдоль всех трех координатных осей.

Таким образом, при заданном значении потенциала скорости Φ падающей и дифракционной волны φ, можно установить закономерности поступательного перемещения внутреннего подвижного цилиндра при принятых упрощающих предположениях. На основании этих соотношений можно провести качественную и количественную оценки степени влияния возмущающего волнового воздействия и свойств акустической среды на динамические характеристики движения и решить задачи оптимизации требуемых параметров механической системы, в том числе с установлением возможностей проявления особенностей.

Если же характер движения цилиндра во времени не представляет интереса, а важны лишь значения его предельных перемещений, то в этом случае удобно воспользоваться выражением для U_∞, предварительно установив величину коэффициента присоединенной массы μ_y для данной многофазной механической структуры.

Литература

1. Rayleigh. On the vibration of a cylindrical vessel containing Liquid // Philos. Mag.- 1883.- T. 15.
2. Николаи Е.И. О колебаниях тонкостенных цилиндров // Журн. Русск. физ.-хим. общ-ва.- 1890, Т. 11, отдел. 1.
3. Lamb H. On the vibration of a elastic plate in contact with water // Proc. Roy. Soc. of London, sre. A.- 1920.- Vol. 98.- P 690.
4. Григорюк Э.И., Горшков А.Г. Взаимодействие слабых ударных волн с упругими конструкциями.– М.: Изд-во Моск. ун-та. Ин-т механики.- 1962.– 180 с.
5. Григорюк Э.И., Горшков А.Г. Нестационарная упругость оболочек.– Л.: Судостроение, 1974.– 208 с.
6. Шендеров Е.Л. Волновые задачи гидроакустики.– Л..: Судостроение, 1972.– 352 с.

Поступила в редакцию 02.06.03

Рецензенты: канд. техн. наук, доц. каф. теоретической механики О.Н. Юдин, НТУ «КПИ», г. Киев; д-р техн. наук, проф. В.А. Касьянов, НАУ, г. Киев.