

# МОДАЛЬНО-ФИЗИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТРАНСМИССИИ ТВД И ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕЛИЧИНЫ КРУТЯЩЕГО МОМЕНТА ТУРБИНЫ ПРИ ПЕРЕМЕННОМ КОЭФФИЦИЕНТЕ УПРУГОСТИ ВАЛА<sup>1</sup>

*В.Ю. Рутковский, д-р техн. наук, профессор, В.М. Суханов, д-р техн. наук, гл. науч. сотр.,*

*А.Б. Шубин, зав. сект., ст. науч. сотр.*

*Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова, РАН, г. Москва, Россия;*

*С.В. Епифанов, д-р техн. наук, профессор*

*Национальный аэрокосмический университет им Н.Е. Жуковского, г. Харьков, Украина*

## 1. Введение

Предметом исследования является задача неразрушающего оперативного контроля состояния валопровода трансмиссии турбовинтового авиационного двигателя (ТВД), передающего момент вращения от свободной турбины (СТ) к винтовой группе (рис. 1).

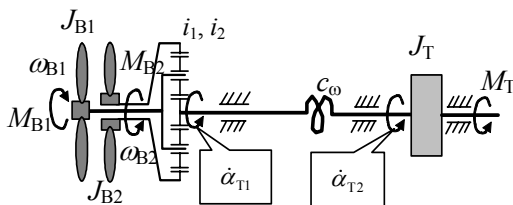


Рис. 1. Расчетная схема упругой трансмиссии ТВД с дифференциальным редуктором и с двумя датчиками частоты вращения вала

Большие моменты турбины, передаваемые трансмиссией ТВД, приводят к упругому скручиванию вала, тем большому, чем больше передаваемый момент. Рассмотренная в [1] возможность определения этого угла в реальном времени, позволяет осуществить идентификацию момента турбины при известном значении крутильной жесткости вала. Однако этот параметр, завися от температуры, является в общем случае нестационарным. Задаче определения данного коэффициента в реальном времени и последующей идентификации момента турбины посвящена предлагаемая работа.

## 2. Лагранжева модель упругой трансмиссии турбовинтового двигателя

Исследование проблемы осуществляется на примере трансмиссии турбовинтового двигателя с дифференциальным редуктором и двумя соосными вин-

тами (рис.1), уравнение которой как механической системы, состоящей из трех вращающихся масс, имеет известный вид [2]:

$$\begin{aligned} J_{B1}\dot{\omega}_{B1} &= i_1(M_T - J_T\dot{\omega}_T) - M_{B1}, \\ J_{B2}\dot{\omega}_{B2} &= i_2(M_T - J_T\dot{\omega}_T) - M_{B2}, \\ \omega_T &= i_1\omega_{B1} + i_2\omega_{B2}, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\omega_T = \dot{\alpha}_T$  - угловая скорость вращения вала турбины;

$J_T$  - момент инерции ротора СТ;

$\omega_{Bk} = \dot{\alpha}_{Bk}$ , ( $k=1,2$ ) - угловая скорость вращения

$k$ -го винта,

$\alpha_{Bk}$ ,  $\alpha_T$  - угловые координаты вращения соответствующих элементов трансмиссии;

$J_{Bk}$  - моменты инерции переднего ( $J_{B1}$ ) и заднего ( $J_{B2}$ ) винтов;

$i_k$  - коэффициенты редукции передачи от вала СТ к соответствующим винтам;

$M_T$  - крутящий момент СТ;

$M_{Bk}$  - момент нагрузки, создаваемый  $k$ -м винтом.

Зависимость моментов на винтах ТВД от чисел оборотов приближенно может быть представлена в виде квадратичной функции [2].

Учет упругости вала трансмиссии приводит к появлению дополнительной степени свободы и к соответствующему расширению исходной системы (1) до вида, полученного в [1]:

$$\begin{aligned} J_T\ddot{\alpha}_{T2} + \beta\delta\dot{\alpha}_T + c_{\omega}\delta\alpha_T &= M_T, \\ J_{B1}\ddot{\alpha}_{B1} - i_1(\beta\delta\dot{\alpha}_T + c_{\omega}\delta\alpha_T) &= -M_{B1}, \end{aligned}$$

<sup>1</sup> Работа выполнена при поддержке INTAS (Проект № 2000-757) и РФФИ (Проект № 03-01-00062)

$$\begin{aligned} J_{B2} \ddot{\alpha}_{B2} - i_2 (\beta \delta \dot{\alpha}_T + c_\omega \delta \alpha_T) &= -M_{B2}, \\ \ddot{\alpha}_{T1} &= i_1 \ddot{\alpha}_{B1} + i_2 \ddot{\alpha}_{B2}, \\ \delta \alpha_T &= \alpha_{T2} - \alpha_{T1}, \quad \delta \dot{\alpha}_T = d(\delta \alpha_T)/dt, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\alpha_{T1}$  – угловая координата переднего конца вала (на входе редуктора);

$\alpha_{T2}$  – угловая координата заднего конца вала СТ (на стыке с диском СТ);

$\delta \alpha_T = \alpha_{T2} - \alpha_{T1}$  – угол упругого скручивания вала, возникающий вследствие приложения крутящего ( $M_T$ ), инерционных и внешних ( $M_{B1}$ ,  $M_{B2}$ ) моментов к соответствующим концевым частям вала;

$c_\omega$  – коэффициент упругости вала на скручивание, являющийся в общем случае плохо определенной, переменной величиной, зависящей как от температурного режима двигателя, так и от степени старения материала вала;

$\beta$  – коэффициент затухания крутильных колебаний.

В приложении к задаче контроля технического состояния вала ротора СТ можно ограничиться двумя вытекающими из (2) уравнениями:

$$\begin{aligned} J_T \ddot{\alpha}_{T2} + \beta (\dot{\alpha}_{T2} - \dot{\alpha}_{T1}) + c_\omega (\alpha_{T2} - \alpha_{T1}) &= M_T, \\ \alpha_{T1} + [\beta (\alpha_{T1} - \alpha_{T2}) + c_\omega (\alpha_{T1} - \alpha_{T2})] \sum_{k=1}^2 i_k^2 J_{Bk}^{-1} &= - \sum_{k=1}^2 i_k J_{Bk}^{-1} M_{Bk}. \end{aligned} \quad (3)$$

### 3. Модально-физическая модель упругой трансмиссии ТВД

Обозначив в (3)  $p = d/dt$  и  $x_2 = \dot{\alpha}_{T2}$  и  $x_1 = \dot{\alpha}_{T1}$ , получим уравнения угловых скоростей движения концевых сечений упругого вала:

$$\begin{aligned} [J_{Tp}^2 + (\beta p + c_\omega)(1 + J_T \sum_{k=1}^2 i_k^2 J_{Bk}^{-1})] p x_2 &= \\ = [p^2 + (\beta p + c_\omega) \sum_{k=1}^2 i_k^2 J_{Bk}^{-1}] M_T - (\beta p + c_\omega) \sum_{k=1}^2 i_k J_{Bk}^{-1} M_{Bk}, \\ [J_{Tp}^2 + (\beta p + c_\omega)(1 + J_T \sum_{k=1}^2 i_k^2 J_{Bk}^{-1})] p x_1 &= \\ = [(\beta p + c_\omega) \sum_{k=1}^2 i_k^2 J_{Bk}^{-1}] M_T - (J_{Tp}^2 + \beta p + c_\omega) \sum_{k=1}^2 i_k J_{Bk}^{-1} M_{Bk}. \end{aligned} \quad (4)$$

Для перехода от уравнений (4) к форме модально-физического представления динамики упругих систем

[3], координаты общего движения (скорости концевых сечений упругого вала) представим в виде:

$$x_k = \bar{x} + \bar{x}_k, \quad k=1,2, \quad (5)$$

где  $\bar{x} = \dot{\alpha}_T$  – компонента, определяющая угловую скорость вращения вала СТ как жесткого тела;

$\bar{x}_k = \dot{\alpha}_{Tk}$ ,  $k=1,2$  – дополнительные компоненты угловых скоростей концевых сечений вала, вызванные его крутильными колебаниями.

Уравнение, описывающее динамику компоненты  $\bar{x} = \dot{\alpha}_T$ , может быть получено из уравнений (1) трансмиссии с жестким валом в следующем виде:

$$(1 + J_T \sum_{k=1}^2 i_k^2 J_{Bk}^{-1}) p \bar{x} = M_T \sum_{k=1}^2 i_k^2 J_{Bk}^{-1} - \sum_{k=1}^2 i_k J_{Bk}^{-1} M_{Bk}. \quad (6)$$

Уравнения крутильных колебаний концевых сечений упругого вала, записанные относительно координат  $\bar{x}_k = \dot{\alpha}_{Tk}$ , получаются вычитанием уравнения (6) из соответствующих уравнений (4), в которых предварительно делается подстановка (5):

$$[p^2 + (\beta p + c_\omega)(J_T^{-1} + \sum_{k=1}^2 i_k^2 J_{Bk}^{-1})] \bar{x}_2 = \quad (7)$$

$$= p(1 + J_T \sum_{k=1}^2 i_k^2 J_{Bk}^{-1})^{-1} (J_T^{-1} M_T + \sum_{k=1}^2 i_k J_{Bk}^{-1} M_{Bk}),$$

$$[p^2 + (\beta p + c_\omega)(J_T^{-1} + \sum_{k=1}^2 i_k^2 J_{Bk}^{-1})] \bar{x}_1 = \quad (8)$$

$$= -p(1 + J_T \sum_{k=1}^2 i_k^2 J_{Bk}^{-1})^{-1} J_T \sum_{k=1}^2 i_k^2 J_{Bk}^{-1} (J_T^{-1} M_T + \sum_{k=1}^2 i_k J_{Bk}^{-1} M_{Bk}).$$

Из (7) и (8) следует, что между переменными  $\bar{x}_1$  и  $\bar{x}_2$  существует связь вида:

$$\bar{x}_1 = -(J_T \sum_{k=1}^2 i_k^2 J_{Bk}^{-1}) \bar{x}_2. \quad (9)$$

Таким образом, модально-физическая модель нежесткой трансмиссии ТВД (рис.1), отображающая вращение упругого вала как жесткого тела ( $\bar{x} = \dot{\alpha}_T$ ) с наложенными на это движение крутильными колебаниями ( $\bar{x}_k = \dot{\alpha}_{Tk}$ ,  $k=1,2$ ), может быть представлена в виде системы двух дифференциальных уравнений, связанных только через их правые части:

$$(1 + J_T \sum_{k=1}^2 i_k^2 J_{Bk}^{-1}) p \bar{x} = M_T \sum_{k=1}^2 i_k^2 J_{Bk}^{-1} - \sum_{k=1}^2 i_k J_{Bk}^{-1} M_{Bk},$$

$$\begin{aligned}
& [p^2 + (\beta p + c_\omega)(J_T^{-1} + \sum_{k=1}^2 i_k^2 J_{Bk}^{-1})] \ddot{\alpha}_2 = \\
& = p(1 + J_T \sum_{k=1}^2 i_k^2 J_{Bk}^{-1})^{-1} (J_T^{-1} M_T + \sum_{k=1}^2 i_k J_{Bk}^{-1} M_{Bk}),
\end{aligned} \tag{10}$$

и уравнений связи (5) и (9). При необходимости эти уравнения могут быть дополнены следующим из (2) уравнением, описывающим динамику угла скручивания  $\delta\alpha_t$ :

$$\begin{aligned}
& [p^2 + (\beta p + c_\omega)(J_T^{-1} + \sum_{k=1}^2 i_k^2 J_{Bk}^{-1})] \delta\alpha_t = \\
& = J_T^{-1} M_T + \sum_{k=1}^2 i_k J_{Bk}^{-1} M_{Bk}.
\end{aligned} \tag{11}$$

Специфика конструктивного исполнения датчика оборотов, индукторная шестерня которого напрессована на вал турбины и, следовательно, является частью трансмиссии ТВД, дает возможность представить объект исследования и измерительную систему как единое целое. Входными воздействиями такого комплексного объекта в общем случае являются моменты турбины и двух соосных винтов, приложенных известным образом (рис. 1) к противоположным концам упругого вала. Выходными координатами являются сигналы двух датчиков оборотов, использующиеся далее для решения задачи наблюдения за техническим состоянием трансмиссии.

Отображаемая уравнениями (10)-(11) динамика трансмиссии ТВД может быть представлена в виде структурной схемы, изображенной на рис. 2. Здесь для краткости введено обозначение  $k_J = (J_T^{-1} + \sum_{k=1}^2 i_k^2 J_{Bk}^{-1})^{-1}$ ,

величину, которую можно определить как коэффици-

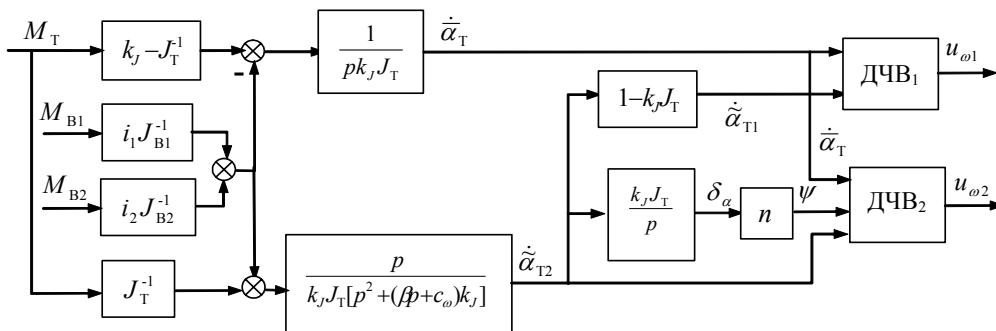


Рис. 2. Структурная схема МФМ упругой трансмиссии ТВД с двумя датчиками оборотов

ент подвижности вращающихся инерционных масс трансмиссии.

### 3. Модель сигналов индукционного датчика частоты вращения упругого вала

Чувствительным элементом датчика является индуктивная катушка, помещенная в магнитное поле  $B$ , создаваемое постоянным магнитом двухполюсного статора. На вал ротора, частоту вращения которого требуется измерять, напрессована индукторная шестерня, зубья (полюса) которой, пробегая мимо полюсов статора, приводит к перераспределению магнитного потока постоянного магнита. Переменная составляющая магнитного потока  $\Phi = \Phi(B)$  ( $B$  – индукция в зазоре датчика) при этом индуцирует в катушке статора ЭДС  $e = -\dot{\Phi}$ . Амплитуда ЭДС определяется известным соотношением [4]:

$$E_m = 2\omega w \tilde{\Phi}_m, \tag{12}$$

где  $\omega = n\bar{\omega}_T$  – несущая частота сигнала датчика;

$\tilde{\Phi}_m$  – известная амплитуда переменной составляющей потока, зависящая от магнитодвижущей силы и крайних значений сопротивления магнитной цепи преобразователя;

$w$  – число витков катушки.

Таким образом, при вращении жесткого вала напряжение  $u_{\bar{\omega}}(\bar{\omega}_T)$ , снимаемое с индукционной катушки ДЧВ, при наличии емкостной развязки приближенно может быть описано синусоидальной функцией, амплитуда и частота которой зависят от величины угловой скорости турбины  $\bar{\omega}_T$ :

$$u_{\bar{\omega}}(\bar{\omega}_T) = U(\bar{\omega}_T) \sin n\bar{\omega}_T t, \tag{13}$$

где  $U(\bar{\omega}_T) = U_{\bar{\omega}} = k_\Phi n \bar{\omega}_T$ ,  $k_\Phi = 2w\tilde{\Phi}_m$ .

При ограниченной жесткости на кручение  $c_\omega$  на нестационарных режимах вращения вала ( $M_T = M_T(t) \neq \text{const}$ ) возбуждаются крутильные колебания  $\alpha_T(t)$ , аддитивно

добавляющиеся к основному движению вала  $\bar{\alpha}_T(t)$ . В силу принципа действия индукционного N-преобразователя нетрудно понять, что при отсутствии вращательного движения  $\bar{\omega}_T$  крутильные колебания вала  $\check{\alpha}_T(t)$ , воспринимаемая как вибрационные колебания индуктора датчика, приведут к появлению переменной составляющей магнитного потока с частотой крутильных колебаний  $\check{\omega}_T$ , что вызовет наведение ЭДС в катушке статора [4] и соответствующего напряжения:

$$u_{\check{\omega}_T} = U(\check{\omega}_T) \sin \check{\omega}_T t, \quad (14)$$

где  $U(\check{\omega}_T) = U_{\check{\omega}} = \check{\omega}_T \check{\alpha}_{Tm} Bw$  - амплитуда ЭДС, наводимой вибрационной компонентой  $\check{\alpha}_T(t)$  с полуразмахом колебаний  $\check{\alpha}_{Tm}$ .

Результирующее движение вала турбины  $\alpha_T$ , состоящее из вращения  $\bar{\alpha}_T(t)$  с частотой  $\bar{\omega}_T$  и крутильных колебаний  $\check{\alpha}_T(t)$  с частотой вибраций  $\check{\omega}_T$ , воспроизводится датчиком в форме непрерывного сигнала (напряжения) следующего вида:

$$u_{\omega} = u_{\bar{\omega}} + u_{\check{\omega}} = U_{\bar{\omega}} \sin n\bar{\omega}_T t + U_{\check{\omega}} \sin \check{\omega}_T t. \quad (15)$$

Поскольку рассматриваемый датчик является индукционным тахометром, а не специализированным измерителем параметров вибраций, то регистрируемая им (в виде дополнительной ЭДС  $\check{\epsilon}$ ) вибрационная компонента  $u_{\check{\omega}} = U(\check{\omega}_T) \sin \check{\omega}_T t$ , является по сравнению с  $u_{\bar{\omega}}$  относительно слабым сигналом, который обычно рассматривается как помеха  $\xi_k$ .

При наличии двух датчиков оборотов, установленных на противоположных концах упругого вала, используя их выходные сигналы

$$\begin{aligned} u_{\omega 1} &= u_{\bar{\omega} 1} + u_{\check{\omega} 1} = U_{\bar{\omega} 1} \sin n\bar{\omega}_T 1 t + \xi_1, \\ u_{\omega 2} &= u_{\bar{\omega} 2} + u_{\check{\omega} 2} = U_{\bar{\omega} 2} \sin(n\bar{\omega}_T 2 t + \psi) + \xi_2, \end{aligned} \quad (16)$$

описанным в [1] способом, можно вычислять оценку фазового сдвига этих сигналов  $\hat{\psi}(t)$  и пропорциональный этому сдвигу угол скручивания упругого вала, определяемый его оценкой:  $\delta\hat{\alpha}_T = n^{-1}\hat{\psi}$ .

#### 4. Идентификация момента СТ для случая изменяющегося коэффициента жесткости

В соответствии с (11) величина момента турбины в установившемся режиме ТВД может быть вычислена по формуле [1]:

$$\dot{M}_T = c_{\omega}(t) \delta\hat{\alpha}_T. \quad (17)$$

Однако окончательному решению задачи мешает проблема плохой определенности и переменности величины  $c_{\omega}(t)$ . Для ее преодоления воспользуемся дифференциальным методом идентификации [5].

Идентифицируемым параметром является собственная частота  $\check{\omega}_T$  крутильных колебаний вала  $\check{\alpha}_T(t)$ , отображаемых в выходном сигнале ДЧВ компонентой  $u_{\check{\omega}} = U(\check{\omega}_T) \sin \check{\omega}_T t$ , определяемой как динамикой, так и текущими значениями параметров (в т.ч.  $c_{\omega}$ ).

Принимая во внимание (15) и считая величину  $\check{\omega}_T$  неизвестной в некотором заранее заданном диапазоне  $\check{\omega}_{Tmin} \leq \check{\omega}_T \leq \check{\omega}_{Tmax}$ : каждый из выходных сигналов (16) подадим на вход поисково-следающей системы, компьютерная реализация которой приведена на рис. 3.

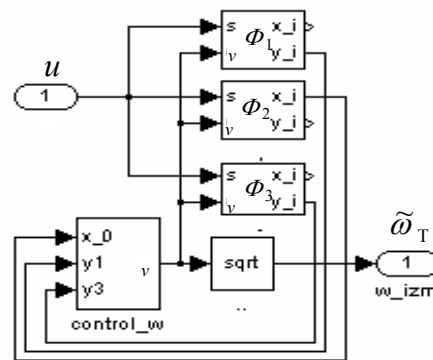


Рис. 3. Блок-схема системы определения частоты вибраций

Эта система, предназначенная для поиска полезного сигнала  $u_{\check{\omega} 1}$ , соответствующего вибрационной компоненте  $\check{\alpha}_T$ , и слежения за возможными изменениями ее частоты  $\check{\omega}_T(t)$ , состоит из трех управляемых резонансных фильтров  $\Phi_k$  ( $k=1 \div 3$ ) вида:

$$x_k + \Omega_k^2 x_k = (u_{\check{\omega}} - x_k) k_{\Phi}, \quad k=1 \div 3, \quad (18)$$

где  $x_k$  - выходные координаты фильтров;

$k_{\Phi}$  - коэффициент усиления ( $k_{\Phi} \ll 1$ );

$$\Omega_1 = v^0 - \Delta, \quad \Omega_2 = v^0, \quad \Omega_3 = v^0 + \Delta;$$

$v^0$  - начальное значение сигнала, управляющего резонансной частотой фильтра;  $\Delta$  - сдвиг резонансной частоты.

За частоту  $\omega_T$  полезного сигнала  $u_{\omega}$  в диапазоне  $\omega_{Tmin} \leq \omega_T \leq \omega_{Tmax}$  принимается значение частоты настраиваемого фильтра, при которой величина огибающей выходного сигнала фильтра имеет максимальное значение. Соответствующая вычислительная процедура основывается на анализе разности значений огибающих ( $\bar{x}_k$ ) выходных сигналов третьего и первого фильтров:

$$R = \bar{x}_3 - \bar{x}_1 \approx \frac{\partial A}{\partial \Omega} 2\Delta, \quad (19)$$

которая при реализации на ЦВМ преобразуется в итеративную процедуру настройки вида:

$$v^{j+1} = v^j + a(\bar{x}_3^j - \bar{x}_1^j), \quad (20)$$

где  $j=1,2,\dots, n$  определяет последовательность тактов вычисления;

$a$  – коэффициент, обеспечивающий (при достаточно большом  $n > N$ ) сходимость процедуры (20) к максимальному значению амплитуды выхода фильтра  $\Phi_2$ , при котором  $\Omega_2 \approx \omega_T$ . Индикатором завершения процесса настройки может служить момент выполнения условия малости сигнала  $|u_{\omega} - x_2| \leq \epsilon$ .

На рис. 4 приведена реализация процесса поиска частоты  $\omega_T$  при начальном отклонении около 10% от действительного значения. Видно, что время поиска при таком отклонении составляет примерно 0,5с. При  $t=1с$  возникает процесс изменения частоты  $\omega_T$ , вызванный внешними причинами. Система (рис.3) достаточно точно отслеживает данное изменение, совершая малые колебания относительно истинного значения  $\omega_T(t)$ , вызванные существенной переменностью амплитуды колебаний (до 90%  $A_{max}$ ).

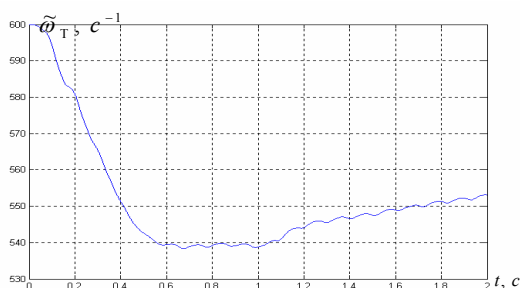


Рис. 4. Процесс поиска и слежения за изменяющейся частотой вибраций вала СТ

Таким образом, исходные сигналы ДЧВ (16) могут быть преобразованы к виду:

$$\begin{aligned} u_{\omega 1} &= U_{\omega 1} \sin n \omega_T t, & u_{\omega 1} &= U_{\omega 1} \sin \omega_T t; \\ u_{\omega 2} &= U_{\omega 2} \sin(n \omega_T t + \psi), & u_{\omega 2} &= U_{\omega 2} \sin \omega_T t. \end{aligned} \quad (21)$$

Далее пара сигналов  $u_{\omega 2} = U_{\omega 2} \sin(n \omega_T t + \psi)$  и  $u_{\omega 1} = U_{\omega 1} \sin n \omega_T t$  используется при решении задачи оценивания угла кручения упругого вала по известной методике [1]. Другая пара:  $u_{\omega 1} = U_{\omega 1} \sin \omega_T t$ ,  $u_{\omega 2} = U_{\omega 2} \sin \omega_T t$ , в которой, как видно из (7) и (8),  $\omega_{T1} = \omega_{T2} = \omega_T$ , в соответствии с описанной выше методикой принимает участие в вычислении плохо определенного (или неизвестного), изменяющегося значения крутильной жесткости вала по формуле:

$$c_{\omega}(t) = \omega_T^2(t) (J_T^{-1} + \sum_{k=1}^2 i_k^2 J_{Bk}^{-1})^{-1}. \quad (22)$$

Полученная оценка (22) используются далее при вычислении момента СТ по формуле (17).

### Литература

1. Алгебраический и адаптивный подходы к задаче идентификации крутящего момента свободной турбины ТВД / В.Ю. Рутковский, С.В. Епифанов, С.Д. Земляков, В.М. Суханов, В.М. Глумов // Авиационно-космическая техника и технология: Сб. науч. тр.- Харьков: ХАИ, 2002.- Вып. 31. Двигатели и энергоустановки.- С. 197-201.
2. Теория автоматического управления силовыми установками летательных аппаратов / Под ред. А.А. Шевякова.- М.: "Машиностроение", 1976.-305 с.
3. Модально-физическая модель пространственного углового движения деформируемого космического аппарата и ее свойства / Глумов В.М., Земляков С.Д., Рутковский В.Ю., Суханов В.М. // Изв. вузов Авиацион. техника.- 1998.- № 12.- С. 38-50.
4. Левшина Е.С., Новицкий П.В. Электрические измерения физических величин.- Л.: Энергоатомиздат, 1983.- 320 с.
5. Растринин Л.А. Системы экстремального управления.- М.: Наука, 1974.- 632 с.

Поступила в редакцию 12 05.03

**Рецензент:** д-р техн. наук, профессор В.Н. Доценко, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», г. Харьков.