# О ПОВЫШЕНИИ ТОЧНОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ СИЛ НА КОЛЕБЛЮЩИХСЯ ПРОФИЛЯХ РЕШЕТКИ

В.А. Цимбалюк, канд. техн. наук, И. Лингарт, проф., канд. техн. наук, Центр новых технологий Западно-Чешского университета, г. Пльзень, Чехия

## 1. Обзор публикаций и постановка проблемы

Для анализа флаттера лопаточного аппарата турбомашин необходимо измерять нестационарные аэродинамические нагрузки, вызванные колебаниями лопаток. Обычно эти нагрузки измеряют на решетках профилей.

На рис. 1 показана решетка профилей осевого компрессора. Аэродинамические нагрузки при произвольных колебаниях профилей можно привести к силам L, K и моменту М. Влиянием колебаний профилей вдоль оси X, а также силой K можно пренебречь [1]. Поэтому достаточно измерить силу L и момент M при поступательных у и угловых α колебаниях нескольких профилей решетки.



Рис. 1. Схема компрессорной решетки профилей: b - хорда профиля;

- t шаг решетки;
- β угол выноса;

V<sub>1</sub> - скорость набегающего потока

Для уменьшения влияния стенок аэродинамической трубы на измеряемые нагрузки профили надо делать длиннее, но это уменьшает их жесткость и приводит к возникновению дополнительных деформаций, которые меняют измеряемые нагрузки.

Использование в газотурбинных двигателях все более тонких профилей усугубляет указанное противоречие, но именно такие профили требуют тщательного исследования на предмет динамической устойчивости и, следовательно, более точного измерения нестационарных аэродинамических нагрузок.

Нестационарные аэродинамические силы в работе [2] определяются по изменению токов в подвижных катушках электродинамических вибраторов при возбуждении колебаний профилей в потоке и при отсутствии течения.

Эта методика получила дальнейшее развитие в [3], где с помощью пары электродинамических вибраторов возбуждаются угловые и поступательные колебания профилей, а по величине токов в их подвижных катушках определяются аэродинамические силы и моменты.

Однако в [2] и [3] не учитываются деформации профилей решетки и элементов крепления катушек вибраторов. В работе [4] была сделана попытка уточнения методики [3] путем учета влияния этих деформаций на результаты тарировки и измерений аэродинамических нагрузок при колебаниях только одного профиля в решетке.

<u>Цель работы.</u> Цель настоящей работы состоит в уточнении измерений аэродинамических нагрузок (аэродинамических коэффициентов влияния) при нескольких колеблющихся профилях в решетке. Рассматриваются разные варианты крепления профилей.

#### 2. Уточнение методики

<u>2.1. Конструкция измерительной системы.</u> Профили помещаются в рабочую часть аэродинамической трубы на индивидуальных измерительных системах (рис. 2).

Упругие элементы разной ширины образуют колебательную систему в виде упругого параллелограмма, который обеспечивает поступательные и угловые перемещения корневой части профиля. Если первая собственная частота профиля намного больше частоты возбуждения вибраторами  $\omega$ , то амплитуды перемещений профиля будут постоянны по его длине. Перемещения корневой части профиля измеряются с помощью вихретоковых бесконтактных датчиков. Для управления колебаниями используются задающий генератор сигналов и аналоговый регулятор в цепи обратной связи. Для повышения собственной частоты профиля его можно закрепить на двух измерительных системах по двухопорной шарнирной схеме (рис. 2б). Роль упругих шарниров в этом случае могут выполнять концевые шайбы.



Рис. 2. Измерительная система:

профиль;

2 - бесконтактные датчики перемещений;

3-коромысло;

4 - подвижная катушка электродинамического вибратора;

5 - основной и вспомогательный упругие элементы; 6 – место крепления добавочной массы при калибровке;

7- концевая шайба

2.2. Математическая модель измерительной системы. Аэродинамические нагрузки на профиле зависят не только от его колебаний, но и от колебаний соседних профилей. В качестве примера будем рассматривать колебания двух профилей в решетке.

Измерительная система спроектирована так, что ее центр масс находится на оси кручения. В этом случае изгибная и крутильная ее формы механически не связны друг с другом. Кроме этого, собственная частота крутильных колебаний профиля существенно выше изгибной. Это позволяет ограничиться рассмотрением только изгибных колебаний измерительной системы.

Схема возбуждения изгибных колебаний двух профилей решетки представлена на рис. 3.



Рис. 3. Схема возбуждения изгибных колебаний профилей решетки

На схеме применены следующие условные обозначения:  $m_{b1}$ ,  $C_{b1}$ ,  $m_{b2}$ ,  $C_{b2}$  - приведенные массы и изгибные жесткости коромысел с катушками,  $m_{m1}$ ,  $C_{m1}$ ,  $m_{m2}$ ,  $C_{m2}$  - приведенные массы и изгибные жесткости колебательных систем,  $y_{b1}$ ,  $y_{m1}$ ,  $y_{b2}$ ,  $y_{m2}$  – комплексные амплитуды перемещений коромысел и колебательных систем относительно неподвижной системы координат, С – жесткость механической связи колебательных систем через конструкцию стенда.

Для возбуждения заданных колебаний профилей на подвижных катушках электродинамических вибраторов надо создать усилия F<sub>v1</sub> и F<sub>v2</sub>. Условно пару вибраторов колебательной системы будем рассматривать как один с удвоенной силой

$$F_{v1} = 2\mu_1 i_1,$$
 (1)

где i<sub>1</sub>, µ<sub>1</sub> - ток и передаточный коэффициент этого электродинамического вибратора.

Будем считать, что колебательная система линейна и при питании вибратора синусоидальным током с частотой ω перемещения колебательной системы будут гармоническими.

На профиль, корневая часть которого совершает гармонические колебания с амплитудой y<sub>m1</sub> и частотой ω, действует распределенная равномерная нагрузка Q<sub>1</sub>. Эта нагрузка имеет инерционную и аэродинамическую составляющие:

$$Q_1 = (m_{p1}\omega^2 y_{m1} + L_1)/h , \qquad (2)$$

где F<sub>p</sub> - площадь поперечного сечения профиля,

ρ<sub>p</sub> - плотность материала профиля,

h - длина профиля,

L<sub>1</sub> – нестационарная аэродинамическая сила.

Будем также считать, что при малых амплитудах колебаний профилей нестационарные аэродинамические силы линейно связаны с колебаниями [1]:

$$L_{1}/h = q(y_{m1}l_{11} + y_{m2}l_{12});$$
  

$$L_{2}/h = q(y_{m1}l_{21} + y_{m2}l_{22}),$$
(3)

где q – скоростной напор,

l<sub>11</sub>, l<sub>12</sub>, l<sub>21</sub>, l<sub>22</sub> - аэродинамические коэффициенты влияния (АКВ), которые представляют собой комплексные коэффициенты пропорциональности между колебаниями профилей и вызванной этими колебаниями силой на профиле.

Тогда распределенную нагрузку на профиле можно записать как

$$Q_{1} = \frac{m_{p1}}{h} \omega^{2} \left[ y_{m1} \left( 1 + \overline{q}_{1} l_{11} \right) + y_{m2} \overline{q}_{1} l_{12} \right],$$
(4)

где  $\overline{q}_1 = \frac{qh}{m_{p1}\omega^2}$  - относительный скоростной напор,

m<sub>p1</sub> – масса профиля.

Распределение деформаций профиля под действием этой нагрузки согласно работе [5],

$$w_{1}(z) = \frac{Q_{1}h}{m_{p1}} \sum_{i=1}^{\infty} \left[ \frac{w_{0i}(z)}{\Omega_{i}^{2} - \omega^{2}} \cdot \frac{\int_{0}^{h} w_{0i}(z)dz}{\int_{0}^{h} w_{0i}^{2}(z)dz} \right], \quad (5)$$

где  $\Omega_i$ ,  $w_{0i}(z)$  - собственные частоты и формы колебаний профиля,

і - номер формы.

Для консольноги крепления профиля

$$w_{0i}(z) = \cosh(\beta_i l \cdot z) - \frac{\cosh(\beta_i l) + \cos(\beta_i l)}{\sinh(\beta_i l) + \sin(\beta_i l)} \times (6)$$
$$\times [\sinh(\beta_i l \cdot z) - \sin(\beta_i l \cdot z)] - \cos(\beta_i l \cdot z).$$

Для двухопорного шарнирного крепления профиля

$$w_{0i}(z) = \sin(i\pi z/h).$$
 (7)

Обозначим через  $k_{fl}$  отношение низшей собственной частоты профиля к рабочей частоте  $\omega$ . При  $k_{fl} > 2$  в формуле (5) можно ограничиться первым слагаемым. В этом случае с ошибкой менее 1% получим дополнительные перемещения в виде

$$w_{1}(z) = \frac{\pi}{4} \frac{w_{01}(z)}{k_{f1}^{2} - 1} \left[ y_{m1} \left( 1 + \overline{q}_{1} l_{11} \right) + y_{m2} \overline{q}_{1} l_{12} \right].$$
(8)

Аналогично

$$w_{2}(z) = \frac{\pi}{4} \frac{w_{01}(z)}{k_{f2}^{2} - 1} \left[ y_{m2} \left( l + \overline{q}_{2} l_{22} \right) + y_{m1} \overline{q}_{2} l_{21} \right].$$
(9)

Зная перемещения отдельных сечений профиля, можно найти уточненную распределенную нагрузку на профиле с учетом его деформации:

$$Q'_{1} = \frac{m_{p1}}{h} \omega^{2} \{ [y_{m1} + w_{1}(z)] \cdot (1 + \overline{q}_{1} l_{11}) + [y_{m2} + w_{2}(z)] \cdot \overline{q}_{1} l_{12} \}.$$
(10)

После интегрирования этой распределенной нагрузки по длине профиля получим уточненные результирующие силы, действующие на профили:

$$R'_{1} = m_{p1}\omega^{2}y_{m1}(1+\theta_{1}) + qh(y_{m1}l'_{11} + y_{m2}l'_{12}); (11)$$
  

$$R'_{2} = m_{p2}\omega^{2}y_{m2}(1+\theta_{2}) + qh(y_{m1}l'_{12} + y_{m2}l'_{22}).(12)$$

В последних двух формулах приняты следующие обозначения:

для консольноги крепления профилей

$$\theta_1 = \frac{0.613}{k_{f1}^2 - 1}, \ \theta_2 = \frac{0.613}{k_{f2}^2 - 1},$$
(13)

для двухопорного шарнирного крепления профилей

$$\theta_1 = \frac{0,811}{k_{f1}^2 - 1}, \ \theta_2 = \frac{0,811}{k_{f2}^2 - 1},$$
(14)

а также

$$\begin{aligned} \mathbf{l}_{11}' &= (1+2\theta_1)\mathbf{l}_{11} + \theta_1 \overline{\mathbf{q}}_1 \mathbf{l}_{11}^2 + \theta_2 \overline{\mathbf{q}}_2 \mathbf{l}_{12} \mathbf{l}_{21}; \\ \mathbf{l}_{12}' &= \mathbf{l}_{12}(1+\theta_1+\theta_2+\theta_1 \overline{\mathbf{q}}_1 \mathbf{l}_{11}+\theta_2 \overline{\mathbf{q}}_2 \mathbf{l}_{22}); \\ \mathbf{l}_{21}' &= \mathbf{l}_{21}(1+\theta_1+\theta_2+\theta_1 \overline{\mathbf{q}}_1 \mathbf{l}_{11}+\theta_2 \overline{\mathbf{q}}_2 \mathbf{l}_{22}); \\ \mathbf{l}_{22}' &= (1+2\theta_2)\mathbf{l}_{22}+\theta_2 \overline{\mathbf{q}}_2 \mathbf{l}_{22}^2 + \theta_1 \overline{\mathbf{q}}_1 \mathbf{l}_{12} \mathbf{l}_{21}. \end{aligned}$$
(15)

Запишем уравнения движения колебательной системы с коромыслом, заменив профиль его реакцией R<sub>1</sub> (для двухопорного шарнирного крепления профиля – половинной реакцией):

$$\begin{cases} (C_{b1} - m_{b1}\omega^{2})y_{b1} - C_{b1}y_{m1} = 2\mu_{1}i_{1} \\ (C_{b1} + C_{m1} + C - m_{m1}\omega^{2})y_{m1} - C_{b1}y_{b1} - Cy_{m2} = R_{1}' \end{cases}$$
(16)

<u>2.3. Связь тока в подвижной катушке вибратора с</u> <u>аэродинамической силой.</u> Из первого уравнения системы (16) найдем перемещение коромысла

$$y_{b1} = \left(\frac{2\mu_1 i_1}{C_{b1}} + y_{m1}\right)\eta_1 , \qquad (17)$$

где  $\eta_1 = \frac{k_{b1}^2}{(k_{b1}^2 - 1)},$ 

а k<sub>b1</sub> - отношение собственной частоты коромысла к рабочей частоте ω.

Подставляя (11) и (17) во второе уравнение системы (16), получим

$$H_{1}y_{m1} - Cy_{m2} = 2\eta_{1}\mu_{1}i_{1} + qh(y_{m1}l'_{11} + y_{m2}l'_{12}),(18)$$

где

$$H_{1} = C_{b1}(1 - \eta_{1}) + C_{m1} - m_{m1}\omega^{2} - m_{p1}\omega^{2}(1 + \theta_{1}).$$
(19)

С другой стороны, при отсутствии потока (q=0)

$$H_1 y_{m01} - C y_{m02} = 2\eta_1 \mu_1 i_{01}, \qquad (20)$$

где i<sub>01</sub> и у<sub>m01</sub>,

у<sub>m02</sub>- ток и перемещения без потока.

При условии возбуждения колебаний обеих систем в потоке, таких как и без потока

$$y_{m1} = y_{m01}, \ y_{m2} = y_{m02},$$
 (21)

уравнение (20) можно подставить в уравнение (18). В результате этого получим

$$(y_{m1}l'_{11} + y_{m2}l'_{12}) = \frac{2\eta_1\mu_1}{qh} \cdot (i_{01} - i_1); \quad (22)$$

$$(y_{m1}l'_{21} + y_{m2}l'_{22}) = \frac{2\eta_2\mu_2}{qh} \cdot (i_{02} - i_2). \quad (23)$$

Если проведем аналогичные измерения в потоке и без потока при другом варианте линейно независимых колебаний систем, получим еще два уравнения, аналогичных (22) и (23). Система из этих четырех уравнений позволит найти неизвестные  $l_{11}', l_{12}', l_{21}', l_{22}'$ . В свою очередь, это позволяет найти из системы уравнений (15) уточненные AKB  $l_{11}, l_{12}, l_{21}, l_{22}$ .

Неизвестные комплексы µ<sub>1</sub>η<sub>1</sub> и µ<sub>2</sub>η<sub>2</sub> можно найти путем динамической калибровки электродинамического вибратора согласно [4].

# 3. Оценка влияния деформации профиля и коромысла на результаты измерения сил

Если считать профили абсолютно жесткими  $(\theta_1 = \theta_2 = 0)$ , то из формул (15) следует, что  $l'_{jk} = l_{jk}$ . Это означает, что  $l'_{jk}$  представляют собой «старые» АКВ, которые можно определять через аэродинамические нагрузки, измеренные по методике [3] без учета деформации профилей. Таким образом, формулы (15) дают возможность уточнения «старых» АКВ не проводя дополнительных экспериментов.

На рис. 4 представлены абсолютные величины комплексных АКВ в зависимости от относительного скоростного напора. «Старые» АКВ  $l_{jk}$  показаны тонкими линиями, уточненные АКВ  $l_{jk}$  - жирными линиями. Так как в нашем примере практически  $l_{11}' = l_{22}'$ , то  $l_{22}'$  и  $l_{22}$  на рисунке не показаны. Тонкими сплошными линиями представлены «старые» АКВ, которые определены через аэродинамические нагрузки, измеренные по методике [3], при консольном креплении профилей. Тонкими пунктирными линиями изображены АКВ, которые могли быть определены при двухопорном шарнирном креплении профилей.

В эксперименте профили были довольно тонкими (толщина профиля составляла 0,033 его хорды). Они были изготовлены из композиционного материала на основе углеродных волокон и закреплены консольно. Рабочая частота  $\omega$ =86 Гц. Отношение низшей собственной частоты профилей к рабочей частоте такое k<sub>f1</sub> = k<sub>f2</sub> =3,29. Если бы эти профили крепились к двухопорной шарнирной схеме, то k<sub>f1</sub> = k<sub>f2</sub> =9,24.

Как видно из рис. 4, без учета деформации консольно закрепленных профилей с увеличением относительного скоростного напора, т.е. с увеличением доли аэродинамических нагрузок на профиле по сравнению с инерционными растет погрешность измерений и достигает 18% для  $l'_{11}$ . Для  $l'_{12}$  и  $l'_{21}$  эти погрешности оказались еще больше (24%).



Рис. 4. Зависимость АКВ от относительного скоростного напора (жирная линия – уточненные АКВ)

Поправки для аргументов комплексных АКВ (сдвигов фаз между аэродинамической силой на профиле и вызвавшими эту силу колебаниями одного из профилей) не превышали 4°.

Если этот профиль изготовить из стали, с одной стороны уменьшится примерно в 4 раза относительный скоростной напор, но меньшей станет и его собственная частота ( $k_{f1} = k_{f2} = 2,28$ ). В итоге пренебрежение деформацией стальных профилей в эксперименте по определению АКВ приведет к ошибке 35%.

При использавании двухопорной шарнирной схемы крепления углепластиковых профилей погрешность не превышала 3...4% абсолютной величины комплексных АКВ и 1° для их аргументов. Для стальных двухопорных профилей погрешность составляла бы 5% абсолютной величины комплексных АКВ.

#### 4. Выводы и перспективы исследований

 Разработана математическая модель системы для измерения нестационарных аэродинамических нагрузок на колеблющихся профилях решетки. Математическая модель учитывает конечную жесткость профилей и других элементов измерительной системы.

2. Найден способ уточнения матрицы аэродинамических коэффициентов влияния, полученных по старой методике.

 Установлено, что применение в эксперименте профилей из композиционного материала на основе углеродных волокон, а также двухопорного крепления профилей повышает точность определения этих нагрузок.

4. Разработанный способ уточнения пригоден для исследования пучков трубок теплобменных аппаратов.

# Литература

1. Горелов Д. Н., Курзин В. Б., Сарен В. Э. Аэродинамика решеток в нестационарном потоке.- Новосибирск: Наука, 1971.- 272 с.

2. Kimura H., Nomiyama A. An Experimental Study of Unsteady Aerodynamic Forces on a rectangular Wing Oscillating in Pitch at Mach Numbers from 0.38 to 1.28 // In: Memoirs of the Faculty of Engineering, Kyushu University.- 1977.- Vol. 37, No. 3.- P. 157-174.

 Цимбалюк В. А. Методика измерения нестационарных аэродинамических сил и моментов на вибрирующих профилях решетки // Проблемы прочности.- 1996.- N 2.- С. 100-109.

4. Tsymbalyuk V., Linhart J. Features of measurement of non-stationary aerodynamic forces on a cascade of airfoils // Авиационно - космическая техника и технология: Сб. науч. тр. - Харьков: ХАИ, 2002.- Вып. 34. Двигатели и энергоустановки.- С. 146 –149.

5. Brepta R., Pust L., Turek F. Mechanical Vibration // [in Czech], Praha, Sobotales, 1994.- P. 592.

## Поступила в редакцию 17.04.03

**Рецензенты:** Doc., Ing. Hynek Klasterka, Doc., Ing. Jan Vomela, CSc. Dep. of Power Plant Engineering University of West Bohemian in Pilsen; докт. инж. Милан Шустер, руководитель отдела механики жидкости и газа, Skoda Research Ltd, Пльзень, Чехия.