УДК 681.325

Н.А. КОРОЛЁВА[1], К.А. БОХАН[2], А.Н. СИРЕНЬКИЙ[3]

[1]*Украинская государственная академия железнодорожного транспорта, Украина*
[2]*Харьковский военный университет, Украина*
[3]*Харьковский институт ВВС, Украина*

СПОСОБ ДВУМЕРНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ УОЛША

В статье предлагается способ выполнения преобразования изображений в двумерном базисе Уолша. Проводится сравнение с другими способами выполнения ортогональных преобразований изображений.

изображение, базис, ортогональное преобразование, кодирование, двумерный сигнал, алгоритм

Задачи, которые решаются с помощью цифровой обработки изображений, весьма различны. В большинстве случаев они могут быть отнесены к одной из следующих категорий: улучшение изображений, эффективное кодирование, распознавание образов и машинная графика. Неотъемлемой частью большинства алгоритмов обработки изображений является процедура преобразования входного сигнала из пространственно–временной области в спектрально-частотную с помощью различных ортогональных преобразований. Существует три основные области применения ортогональных преобразований (ОП). К ним относится выделение характерных признаков, кодирование и сокращение размерности при выполнении вычислений [1-5].

Известно, что временные затраты на выполнение ОП могут достигать до 80% от общего времени выполнения процедуры обработки изображения. Поэтому задача разработки более эффективных способов, которые позволят уменьшить время выполнения преобразования, является актуальной.

Для преобразования сигнала из пространственно–временной области в спектрально-частотную и обратно необходимо выполнить прямое и обратное преобразования. Например, для способа, основанного на свойстве разделимости ортогональных базисов, выражения для прямого и обратного преобразований Уолша в матричной форме имеют вид [3, 4]:

$$W_x(n) = \frac{1}{N^2} H_w(n) X(n) H_w(n); \tag{1}$$

$$X(n) = H_w(n) W_x(n) H_w(n), \tag{2}$$

где $X(n)$ – матрица отсчетов изображения размерностью $N \times N$, $n = log_2 N$, $n = 1, 2, 3, \dots$;

$H_w(n)$ – матрица Уолша размерностью $N \times N$, упорядоченная по Уолшу;

$W_x(n)$ – матрица коэффициентов преобразования Уолша (трансформанта размерностью $N \times N$).

Выражение (1) является прямым, а выражение (2) – обратным преобразованиями Уолша.

Недостатками данного способа преобразования Уолша являются:

- необходимость выполнения преобразования в два этапа;
- невозможность выполнения процедур второго этапа преобразования до окончания выполнения всех процедур первого этапа;
- невозможность распараллеливания операций преобразования;
- необходимость в дополнительной памяти для хранения промежуточной матрицы;
- невозможность вычисления только определенной части коэффициентов преобразования.

Для устранения недостатков существующих способов предлагается способ двумерного преобразо-

© Н.А. Королева, К.А. Бохан, А.Н. Сиренький

вания Уолша (ДПУ), основанного на двумерном базисе Уолша (ДБУ). В работе [6] предложен способ формирования двумерного базиса произвольной размерности.

Рассмотрим процедуры двумерного преобразования изображений в базисе Уолша.

Прямое двумерное преобразование Уолша

Прямое двумерное преобразование Уолша над изображениями произвольной размерности состоит из следующих процедур.

1. Исходное изображение разбивается на блоки размерностью $N \times N$ (при необходимости матрица отсчетов изображения дополняется нулевыми отсчетами) :

$$X(n) = [[\, x_{ij}\,]_{pq}\,], \tag{3}$$

где $X(n)$ - матрица отсчетов изображения размерностью $S \times B$, $i, j = \overline{0, N-1}$, $N = 2^n$, $n = 1,2,3\ldots$;

p, q - индексы блоков, которые изменяются в пределах:

$$p = \overline{0, (S + K_S)/N - 1}, \tag{4}$$

$$q = \overline{0, (B + K_B)/N - 1}, \tag{5}$$

K_S и K_B является дополнением нулевых отсчетов по вертикали и горизонтали соответственно.

Дополнение нулевых отсчетов вычисляется с помощью выражения

$$K_X = \begin{cases} 0 \quad при \quad X \bmod N = 0; \\ \dfrac{N - X \bmod N}{N} \qquad при \quad X \bmod N \geq 1. \end{cases} \tag{6}$$

2. В соответствии со способом формирования ДБУ, предложенным в работе [6], формируется матрица $H_w^2(n)$, элементами которой являются подматрицы H_{kl} значений отсчетов двумерных базисных функций

$$H_{kl} = [\, h_{kl}(ij)\,], \tag{8}$$

где H_{kl} подматрица значений отсчетов двумерных базисных функций Уолша, $i, j, k, l = \overline{0, N-1}$.

3. Для каждого блока изображения $[[\, x_{ij}\,]_{pq}\,]$ вычисляются необходимые коэффициенты $[\, w_{kl}\,]_{pq}$ двумерного преобразования Уолша (элементы трансформанты $W_x(n)$) в соответствие с выражением

$$w_{kl} = \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} x_{ij} h_{kl}(ij). \tag{9}$$

Выражение (9) представляет собой прямое двумерное преобразование Уолша.

Обратное двумерное преобразование Уолша

Рассмотрим процедуры, из которых состоит обратное двумерное преобразование Уолша.

1. Исходная трансформанта разбивается на блоки размерностью $N \times N$:

$$W_x(n) = [[\, w_{kl}\,]_{pq}\,], \tag{10}$$

где $W_x(n)$ - матрица коэффициентов преобразования Уолша (трансформанта размерностью $S \times B$), $k, l = \overline{0, N-1}$.

Пределы изменения индексов p, q вычисляются в соответствии с выражениями (4) и (5).

Размерность блоков при обратном преобразовании должна точно соответствовать размерности блоков, используемых при прямом преобразовании.

2. Для каждой трансформанты $[\, w_{kl}\,]_{pq}$ вычисляются значения отсчетов $[\, x_{ij}\,]_{pq}$ блока изображения $X(n)$ в соответствии с выражением

$$x_{ij} = \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{N-1} w_{kl} h_{kl}(ij). \tag{11}$$

Выражение (9) представляет собой обратное двумерное преобразование Уолша.

Сравнение способов выполнения двумерных ортогональных преобразований по количеству операций

Для двумерного преобразования блока изображения размером $N \times N$ с помощью предложенного способа необходимо выполнить $(N^2-1)N^2$ сложений/вычитаний и N^4+N^2 разделимости ортогональных базисов, определяемого выражениями (1), (2), количество арифметических операций составит $2N^2(N-1)$ сложений/вычитаний и $2N^3+N^2$ умножений. Таким образом, при использовании свойства разделимости ортогонального базиса количество выполняемых арифметических операций меньше, чем при использовании двумерного базиса. Если из процедур известного и предложенного способов исключить такие арифметические операции, как умножение на единицу, то количество операций умножения станет одинаковым, а количество операций сложений/вычитаний для предложенного способа будет в 3 раза больше в сравнении с известным способом.

Например, для блока изображения $N \times N$, при $N = 8$ количество арифметических операций составит:

– для предложенного двумерного преобразования Уолша: 4032 сложения/вычитания и 4160 умножений;

– для известного способа, определяемого выражениями (1), (2): 896 сложений/вычитаний и 1024 умножения;

– независимы и используется одноэтапная процедура преобразования, то коэффициенты преобразования можно вычислять параллельно. В этом случае время выполнения преобразования сократится в N раз.

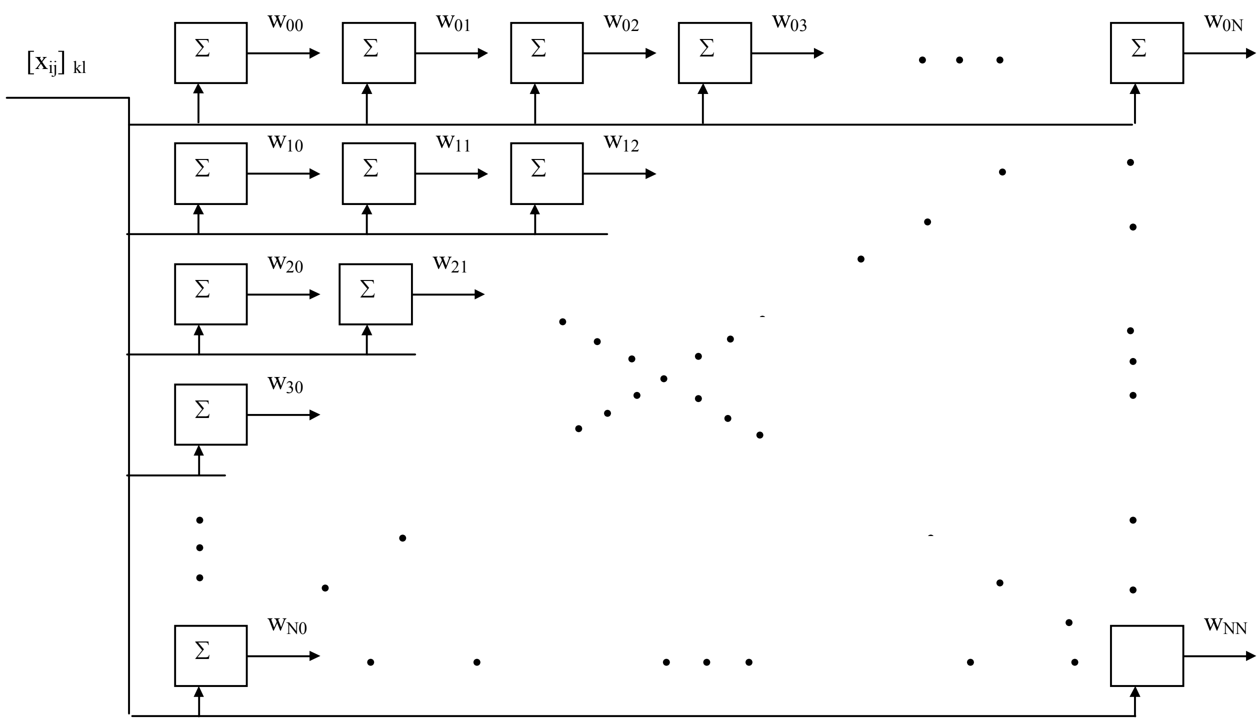

Рис.1. Схема матричного устройства ДПУ реализующего параллельную обработку

- при исключении избыточных операций количество арифметических операций в предложенном двумерном преобразовании Уолша составит 4032 сложений/вычитаний и 64 умножений, а для известного – 896 сложений/вычитаний и 64 умножения.

Так как операции вычисление коэффициентов преобразования Уолша в предложенном способе Предлагаемый способ ДПУ с параллельной обработкой можно реализовать в виде матричного устройства, схема которого представлена на рис. 1. Предложенное устройство состоит из N^2 накопительных сумматоров (НС). На вход каждого НС одновременно подаются последовательно друг за другом отсчеты блока изображения. После поступления всех N^2 отсчетов блока изображения (через N^2 тактов) одновременно на всех выходах НС получим коэффициенты преобразования Уолша обработанного блока изображения. Таким образом, для обработки блока изображения в данном устройстве требуется N^2 тактов.

На первый взгляд, данное устройство выглядит сложно, но на самом деле оно легко реализуется на программируемых логических интегральных схемах (ПЛИС).

Заключение

Предложенный способ может быть применен в алгоритмах обработки двумерных сигналов. Он позволяет:

- распараллелить выполнение арифметических опе-раций преобразования и соответственно уменьшить в N раз время выполнения преобразования;
- получать необходимые коэффициенты без вычисления всех остальных;
- уменьшить затраты оперативной памяти при выполнении преобразований на 33%, так как не требуется хранить промежуточные результаты.

Предложено устройство ДПУ, которое обладает простотой технической реализации и обеспечивает параллельную обработку блока изображения.

В то же время, в предложенном способе ДПУ выполняется примерно 80% дублирующих операций сложения. Для их исключения необходимо разработать быстрое ДПУ, применение которого позволит значительно сократить количество выполняемых арифметических операций, и соответственно время выполнения ДПУ.

Литература

1. Прэтт У. Цифровая обработка изображений. – М.: Мир, 1982. – Т. 2 – 480 с.
2. Ахмед Н., Рао К.Р. Ортогональные преобразования при обработке цифровых сигналов: Под ред. И.Б. Фоменко. – М.: Связь, 1980. – 248 с.
3. Залмазон Л.А. Преобразования Фурье, Уолша, Хаара и их применение в управлении, связи и других областях. – М.: Наука, 1989. – 496 с.
4. Хармут Х.Ф. Передача информации ортогональ-ными функциями. – М.: Связь, 1975. – 271 с.
5. Хуанг.Т Передача информации ортогональными функциями. – М.: Мир, 1979. – 318 с.
6. Королева Н.А., Бохан К.А., Сиренький А.Н. Формирование двумерного базиса Уолша // Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті. – 2003. - №2. – с.10 – 15.

Поступила в редакцию 10.09.03

Рецензент: доктор техн. наук, проф. Фоменко О.М., Харьковский военный университет