

УДК 539.4

В.І. АРТИМ, П.В. ПУШКАР

ІФНТУНГ, Україна

## МОДЕЛЮВАННЯ НАКОПИЧЕННЯ ВТОМНИХ ПОШКОДЖЕНЬ ПРИ ВИПАДКОВОМУ НАВАНТАЖУВАННІ

Запропоновано для моделювання накопичення втомних пошкоджень використовувати метод схематизації випадкових процесів навантажування деталей машин (метод вкладених циклів), який дозволяє враховувати як вплив послідовності амплітуд циклів напружень, так і складності структури процесу. Розроблено розрахункову модель накопичення втомних пошкоджень при випадковому навантажуванні. Моделювання базується на даному методі та гіпотезі про можливість роздільного урахування складності структури та послідовності амплітуд процесу навантажування.

**схематизація, структура процесу навантажування, накопичення пошкоджень, довговічність**

### Вступ

Сучасні тенденції розвитку машинобудування полягають в зменшенні матеріалоемності машин при більш повному використанні ресурсу їх деталей. Це неминуче призводить до все більшого лімітування довговічності деталей машин втомними та корозійно-втомними процесами. Переважна ж більшість деталей машин в реальних експлуатаційних умовах підлягає впливу випадкових навантажувальних процесів (рис. 1).

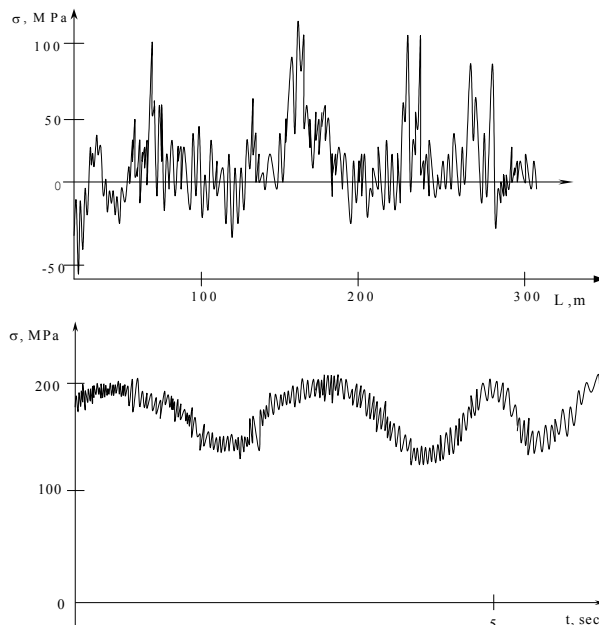


Рис. 1. Приклади реальних процесів навантажування

### 1. Формулювання проблеми

Довговічність деталі [1, 2] знаходять за формулою

$$L = \left( \sum_{i=1}^n p_i \lambda_i \right)^{-1}, \quad (1)$$

де  $L$  – розрахункова довговічність;

$\lambda_i$  – відносна накопичення пошкоджень в  $i$ -х умовах експлуатації за одиницю виміру довговічності (км пробігу, кількість циклів, час роботи і т.ін.);

$p_i$  – відносна доля тривалості експлуатації для  $i$ -х умов експлуатації;

$n$  – кількість типових умов експлуатації (наприклад, розгін, робочий режим, гальмування, ремонтні роботи і т.п.).

При цьому повинна виконуватись умова

$$\sum_{i=1}^n p_i = 1.$$

Визначення  $p_i$  не є складною задачею і при наявності статистичної інформації на етапі проектування про експлуатацію даної машини чи машин-аналогів не викликає великих складнощів.

Набагато складнішим завданням є визначення  $\lambda_i$ , яке потребує розв'язання цілого комплексу об'ємних задач.

На сучасному етапі підсумовування втомних пошкоджень найчастіше проводять за допомогою кінетичних рівнянь пошкоджень, які в найбільш загальному вигляді можна описати рівнянням [3]

$$dz/dt = F[z(t), \sigma(t), R(t), C(t)], \quad (2)$$

де  $z$ - міра пошкодження, яка задовольняє таким залежностям:

$$z(t=0), z(t=T_{kp})=1,$$

де  $T_{kp}$  - час до руйнування,

$F[\ ]$  – детермінована невід’ємна (кумулятивна модель) скалярна функція,

$R(t)$  – вектор параметрів базових залежностей, який враховує геометрію деталі, матеріал, якість поверхні та інші фактори,

$C(t)$  – вектор параметрів зовнішнього середовища (корозійний фактор, температура і т.п.)

Кінетичні рівняння типу (2) можна класифікувати залежно від моделі підсумовування пошкоджень. Наприклад, лінійне підсумовування Пальмгрена-Майнера [4] описується рівнянням

$$\frac{\partial z}{\partial t} = c(\sigma)\sigma^{r(\sigma)}, \quad (3)$$

де  $c$  і  $r$  – кусково-постійні функції.

Рівняння вигляду (3) і до цього часу дуже широко використовується. Але накопичення експериментальних та практичних даних привело до висновку про недостатність лінійної моделі при багатьох режимах навантажування [1, 2, 5].

Проведені багатьма авторами чисельні експериментальні та теоретичні дослідження привели до створення сучасних методик підсумовування втомних пошкоджень. Серед них слід відмітити лінійну відкоректовану гіпотезу Серенсена-Когаєва [5], методики урахування асиметрії циклів та зменшення границі витривалості, розроблені Почтенним [6], а також нелінійні автотельні гіпотези Болотіна [7] та цілий ряд інших нелінійних гіпотез, огляд яких можна знайти, наприклад, в праці Біргера [3]. Але й ці методики, вдало описуючи якісь одні процеси, для інших можуть давати хибні результати.

На сучасному етапі немає загальноприйнятої дієвої методики розрахунку довговічності в умовах випадкових навантажуваль, особливо зі складною структурою (наприклад, широкополосні нестационарні випадкові процеси). Тому питання розроблення

моделі, яка б дозволила враховувати складність процесу навантажування при розрахунках довговічності, є актуальним.

## 2. Вирішення проблеми

Вплив векторів  $R(t)$  і  $C(t)$  в рівнянні (2) на накопичення втомних пошкоджень суттєво не відрізняється при різних характерах навантажування, тому в першу чергу при випадковому навантажуванні слід звернути увагу на вплив  $\sigma(t)$ .

Складність проблеми полягає в тому, що слід враховувати не тільки вплив конкретної амплітуди  $\sigma_i$ , але й деякого числа попередніх амплітуд  $\sigma_{i-1}$ ,  $\sigma_{i-2}$ ,  $\sigma_{i-k}$ . Значення  $k$  в деяких випадках може бути дуже великим, наприклад, перевантаження може зупинити розвиток пошкодження при невисоких амплітудах на  $10^2 \dots 10^3$  циклів напружень [12].

Визначення функції  $F[\sigma(t)]$  у рівнянні (2) є дуже складною задачею, але, на нашу думку, можна скористатися деякими допущеннями, які впливають з імовірної природи випадкових навантажуваль. При цьому розрахунок буде складатися з таких етапів.

### 2.1. Схематизація випадкового процесу

Незалежно від прийнятої методики підсумовування пошкоджень складним і відповідальним є вже перший етап, на якому проводиться схематизація випадкових навантажуваль з приведенням їх до еквівалентних за пошкоджуючою дією закономірних чи блокових. На сучасному етапі поки що немає загальноприйнятої методики вирішення цієї задачі.

Існуючі методи схематизації (екстремумів, розмахів, викидів, повних циклів, “дощу” і т.п.) дають різні розподіли навантажуваль, а отже і  $\lambda_i$  [2]. Слід також відмітити, що у випадку складного випадкового процесу навантажування спостерігаються найбільші розбіжності між теоретичними розрахунками і практичними результатами.

На нашу думку, в першу чергу це пов'язано з недостатнім урахуванням при схематизації до двох факторів. По-перше, це вплив послідовності амплітуд циклів напружень. В багатьох випадках таким впливом не можна нехтувати, наприклад, у випадку наявності в блоці навантажування високих, т.зв. пікових напружень, або низьких напружень, менших за границю витривалості [8]. По-друге, значення  $\lambda_i$  залежить від коефіцієнту широкополосності  $\varepsilon$ , а саме, зменшення коефіцієнту  $\varepsilon$ , тобто збільшення широкополосності і складності процесу навантажування призводить до значного зменшення точності розрахунків довговічності за існуючими методами схематизації [1, 2, 5, 9].

Урахування одночасно історії навантажування та складності самого процесу традиційними методами схематизації є неможливим через їх орієнтацію на розподіл величин амплітуд без визначення їх послідовності (метод повних циклів, “дощу”) чи без урахування складності процесу (методи розмахів, екстремумів, викидів).

В найбільшій мірі поставленій меті відповідає метод, запропонований Почтенним спочатку для двочастотного процесу [10], а пізніше розвинутий для багаточастотного навантажування [11]. Але запропоноване в даному методі поетапне виділення максимумів процесу не дає можливості в достатній мірі дослідити структуру процесу, особливо у випадку складного багаточастотного навантажування з випадковими істотно різними амплітудами. При врахуванні тільки максимумів такого процесу існує можливість спотворення реальної картини процесу, особливо завищення  $\sigma_{mi}$  на найбільш низьких виділених частотах.

На нашу думку, таким методом, який би давав розподіл амплітуд у часі з одночасним урахуванням реальної складності самої структури процесу, може бути запропонований в [13] метод вкладених циклів.

Суть методу полягає в наступному. Початковим етапом схематизації є, як і для інших методів,

визначення екстремумів процесу  $\sigma_{екстр.i}$ . Потім для кожного із сусідніх півциклів визначається амплітуда  $\sigma_{ai}^1$  та середнє значення  $\sigma_{mi}^1$ . Це дає можливість визначити послідовність амплітуд на першій, найбільш високій частоті процесу.

На другому етапі розглядається процес, де точками виступають вичислені раніше середні значення  $\sigma_{mi}^j$ .

Для цього процесу визначаються екстремальні значення, а інші точки процесу з подальшого розгляду відкидають.

Знову визначаються, як і для першого етапу,  $\sigma_{ai}^j$  і  $\sigma_{mi}^j$ . Таким чином, ми отримуємо розподіл амплітуд та їх послідовність на другій, більш низькій частоті.

Таку процедуру повторюють доти, поки на якомусь етапі:

- різниця між максимальним і мінімальним значенням процесу не стане меншою за якесь наперед визначене значення  $[\Delta\sigma]$ , наприклад,  $[\Delta\sigma]=0,3\sigma_i$ ;

- не залишаться дві екстремальні точки.

Для наочної ілюстрації можливостей запропонованого методу було проведено схематизацію випадкового процесу за методом вкладених циклів і методом Почтенного (рис. 2).

Для обох методів кількість етапів показує складність процесу. Як бачимо, обидва методи дають практично однакові величини середніх амплітуд процесу  $\sigma_{ai}$  та частоти на кожному етапі. При цьому їх значення повністю відповідають реальній картині процесу навантажування.

Але слід відмітити істотну різницю при визначенні середнього рівня навантаження на низьких частотах. Так, для тричастотного процесу  $\overline{\sigma}_m''' = 0$  для запропонованого методу і  $\overline{\sigma}_m''' = 60$  МПа для методу Почтенного. Реально  $\sigma_m$  для найнижчої частоти дорівнює нулю, тобто при врахуванні асиметрії циклів на етапах метод вкладених циклів

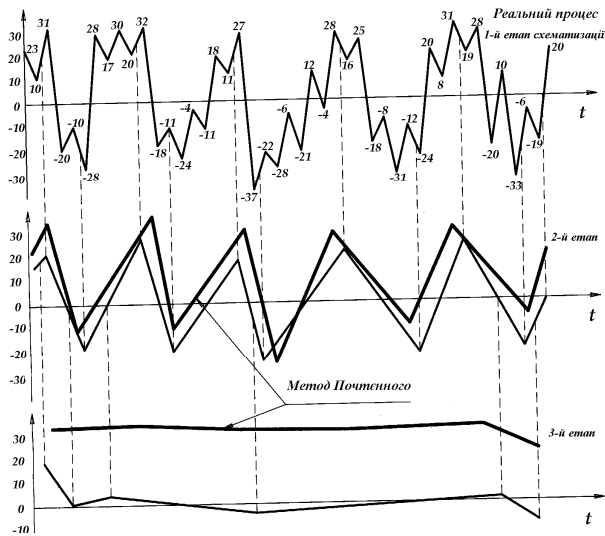


Рис. 2. Схематизація тричастотного випадкового процесу

більш відповідає реальній картині процесу.

Таким чином, перевагою методу вкладених циклів є те, що на останньому етапі ми отримуємо середнє значення процесу  $\overline{\sigma_m}$ , а у випадку нестационарності, крім того, можна оцінити  $\overline{\sigma_m}$  як функцію часу.

При розрахунках на довговічність після схематизації процесу рекомендується приведення напружень із різним коефіцієнтом асиметрії  $R$  до симетричного циклу. Таке приведення значно спрощує подальші розрахунки. Згідно з методом еквівалентних напружень [14] проводимо приведення усіх амплітуд до симетричного ( $R = -1$ ) коефіцієнту асиметрії.

## 2.2. Модель накопичення пошкоджень

Визначаємо сумарне пошкодження на усіх етапах реалізації  $t$  за формулою

$$Z_t = \sum_{j=1}^s K_{j1} \sum_{i=1}^p K_{j2} \frac{n_{ij}}{N_{ij}} = \sum_{j=1}^s K_{j1} \sum_{i=1}^p K_{j2} \frac{\overline{\omega_j}}{2\pi N_0} \left( \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_{-1}} \right)^m$$

при умові  $\sigma_{ij} \geq \sigma_{-1 \text{ кін.}}$

$S$  - кількість рівнів схематизації;

$N_0$  - базове число циклів;

$\sigma_{-1}$  - границя витривалості;

$m$  - показник кривої Велера;

$K_j$  - коефіцієнт впливу зміни напружень на даному рівні.

Якщо прийняти в першому наближенні  $K_j = 1$ , то дане рівняння буде відповідати рівнянню Майнера. Тому приділимо визначенню  $K_j$  найбільшу увагу. По-перше, природа самого  $K_j$  полягає у спрощенні реального процесу при одночасному виділенні його найбільш суттєвих ознак. Згідно з методом вкладених циклів при використанні методу еквівалентних напружень ми моделюємо реальний процес навантажування симетричними напруженнями ( $R = -1$ ), приведеними до окремих рівнів з різною частотою. На нашу думку, таке моделювання дозволяє враховувати усі найсуттєвіші параметри процесу, а похибки при його використанні будуть значними при такому збігу обставин, які дуже рідко трапляються при реальних режимах роботи деталей.

По-друге,  $K_j$  ми пропонуємо визначати як добуток двох коефіцієнтів  $K_j = K_{j1} \times K_{j2}$ .

$K_{j1}$  - коефіцієнт, який враховує вплив напружень попереднього рівня на даний;

$K_{j2}$  - коефіцієнт, який враховує нерівномірність амплітуд у часі всередині рівня.  $K_{11} = 1$ .

Визначення  $K_{21}$ ,  $K_{31}$  і т.д. можна провести з аналізу двочастотних процесів, де накопичено вже значну кількість інформації. В загальному випадку

$$\text{для визначеного матеріалу } K_{j1} = F\left(\frac{\overline{\omega_j}}{\overline{\omega_{j-1}}}, \frac{\overline{\sigma_j}}{\overline{\sigma_{j-1}}}\right).$$

Визначення коефіцієнта  $K_j$  значно полегшується при наявності інформації про матеріал, а саме його реакції на зміну напружень. Поділимо усі матеріали за такими ознаками:

1. Матеріал не реагує на зміну напружень в процесі навантажування і для нього усі  $K_j = 1$ , тобто формула Майнера справедлива в усіх випадках.

2. Матеріал реагує на зміну напружень, але загальна реакція на зміну  $\sigma_1$  на  $\sigma_2$  і навпаки зрівноважується, тобто  $K_{12} \times K_{21} = 1$ . Для такого випадку  $K_{j2} = 1$ , а  $K_{j1} \neq 1$  при  $\overline{\sigma_j} \neq \overline{\sigma_{j-1}}$

3. Матеріал анізотропний до зміни навантаження.  $K_{12} \times K_{21} \neq 1$ . Тоді  $K_{j1} \neq 1$ , а  $K_{j2} = F(\overline{\sigma_j}, D\sigma_j) \neq 1$  і його вплив тим більший, чим більше значення варіації процесу  $\frac{D\sigma}{\sigma}$ .

### Висновки

Розроблено розрахункову модель накопичення втомних пошкоджень при випадковому навантажуванні. Моделювання базується на розробленому методі схематизації випадкових процесів та гіпотезі про можливість роздільного урахування складності структури та послідовності амплітуд процесу навантажування.

Безсумнівно, що запропонована методика може бути працездатною тільки при достовірності визначення  $K_j$ . Тому автори сподіваються на зацікавленість науковців даною проблемою і сприймуть із вдячністю усі критичні зауваження, які торкаються проблеми накопичення втомних пошкоджень при випадковому навантажуванні.

### Література

1. Лукинский В.С., Зайцев Е.И. Прогнозирование надежности автомобилей. – Л.: Политехника, 1991. – 224 с.
2. Гусев А.С. Сопротивление усталости и живучесть конструкций при случайных нагрузках. – М.: Машиностроение, 1989. – 248 с.
3. Биргер И.А. Детерминированные и статические модели усталостной прочности // Проблемы прочности. – 1982. – №4. – С. 24-28.
4. A. Miner. Cumulative damage in fatigue, Journ. Of App. Mechan. 12(1945). – P. 159-164.
5. Когаев В.П., Гадолина И.В. Суммирование усталостных повреждений при вероятностных расчетах долговечности // Вестник машиностроения. – 1989. – №7. – С. 3–7.
6. Почтенный Е.К. Прогнозирование долговечности и динамика усталости деталей машин. – Минск: Наука и техника, 1983. – 245 с.
7. Болотин В.В. Ресурс машин и конструкций. – М.: Машиностроение, 1990. – 448 с.
8. Трошенко В.Т., Покровский В.В., Прокопенко А.В. Трещиностойкость материалов при циклической нагрузке. – К.: Наук. думка. – 1978. – 256 с.
9. Расчеты и испытания на прочность. Анализ эксплуатационной нагруженности в связи с оценкой долговечности при случайном нагружении. – МР 75-85. – М., ГОНТИ. – 1985. – 127 с.
10. Высоцкий М.С., Почтенный Е.К., Парфенович Е.О. Сопротивление усталости элементов конструкций при двухчастотном нагружении // Вестник машиностроения. – 1995. – №1. – С. 3-6.
11. Высоцкий М.С., Почтенный Е.К., Парфенович Е.О. Анализ эксплуатационного нагружения конструкционных элементов машин // Весті Академії наук Беларусі. – Минск. – 1993. – №3. – С. 42-45.
12. Когаев В.П., Дроздов Ю.И. Прочность и износостойкость деталей машин. – М.: Высш. шк., 1991. – 318 с.
13. Схематизація випадкового навантажування методом вкладених циклів / Є.І. Крижанівський, В.М. Івасів, В.І. Артим, В.М. Нікітюк // Науковий вісник ІФНТУНГ. Нафтогазопромислове обладнання. – Івано-Франківськ. – 2002. – №2. – С.47-54.
14. Врахування напружень низького рівня при розрахунках довговічності деталей машин / В.М. Івасів, В.І. Артим, П.В. Пушкар, О.М. Козак // Зб. матеріалів VI Міжнародного симпозіуму українських інженерів-механіків. – Львів. – 2003. – С. 53-56.

*Надійшла до редакції 24.12.03*

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. Івасів В.М., ІФНТУНГ, м. Івано-Франківськ.