

УДК 532+533

В.А. ЗАХАРЕНКО

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина

ОТРЫВНОЕ ОБТЕКАНИЕ ПЛОСКОЙ ПЛАСТИНЫ БЕСКОНЕЧНОГО РАЗМАХА ПРИ УСЛОВИИ КОНЕЧНОСТИ СКОРОСТИ ВО ВСЕМ ПОЛЕ ТЕЧЕНИЯ

Предложена теоретическая модель струйного обтекания плоской пластины бесконечного размаха при условии конечности скорости во всем поле течения. Предложенная модель дает результаты, хорошо совпадающие с экспериментальными данными в широком диапазоне больших углов атаки.

пластина, силовое взаимодействие, распределенные особенности, угол атаки

Введение

Задача моделирования течения вокруг неудобнообтекаемых тел привлекала в прошлом и привлекает в настоящее время многих ученых мира. Так, например, современные самолеты при маневрировании являются объектом, который должен рассматриваться как неудобнообтекаемое тело. Многие режимы работы лопаток турбин и компрессоров происходят при больших углах атаки, когда обтекание происходит со срывом потока, т.е. так же, как обтекание неудобнообтекаемых тел. До настоящего времени существующие модели (схемы обтекания неудобнообтекаемых тел), которые дают результаты, хорошо согласующиеся с экспериментальными данными, достаточно трудоемки [1]. Простые же схемы, в которых используется теория течения идеальной жидкости, как правило, дают результаты, плохо согласующиеся с экспериментальными данными [2 - 4]. Поэтому целью настоящей работы является разработка методики расчета отрывного обтекания тонких тел, которая отличается простотой, универсальностью и эффективностью.

Задача отрывного обтекания тонких тел на примере пластины бесконечного размаха при больших углах атаки уже рассматривалась автором ранее [6]. Были получены результаты, хорошо согласующиеся с экспериментальными данными [2]. Однако существенным

недостатком предложенной модели было наличие бесконечных скоростей на концах пластины.

Для преодоления этого парадокса автором была предложена методика, основанная на распределении свободных особенностей у концов пластины, что обеспечивает конечность скорости при обтекании кромок. Данная методика была применена при решении задачи о безотрывном обтекании тонкой пластины при условии конечности скорости во всем поле течения [7]. В настоящей статье предлагается пример использования этого подхода для решения задачи отрывного обтекания пластины.

1. Постановка задачи

Задача состоит в определении силового взаимодействия плоской пластины бесконечного размаха с реальной жидкостью со срывом потока с ее концов при условии конечности скорости во всем поле течения.

Задача решается в рамках идей теории исчезающей вязкости с использованием метода распределенных особенностей, дополнительного условия, которое заключается в распределении свободных особенностей у концов пластины, с учетом следующих предположений:

- нестационарный поток реальной жидкости представлен осредненным по времени стационарным потоком, как это делается в подобных задачах [2, 3];
- плотность жидкости - величина постоянная;

- скорость потока набегающей жидкости на бесконечности постоянна и равна V_∞ ;
- внешние силы отсутствуют (рис. 1).

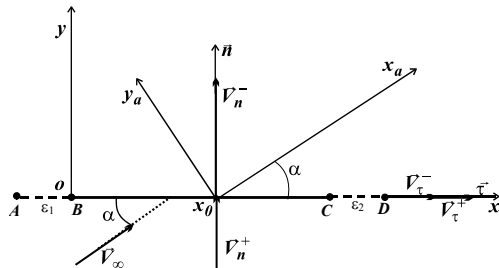


Рис. 1. К постановке задачи

2. Граничные условия и система уравнений, определяющая решение задачи

Согласно теории исчезающей вязкости [3] граничные условия, определяющие решение этой задачи в обращенном движении, описываются уравнениями:

$$\begin{cases} V_n^+ + V_\infty \sin \alpha = 0; \\ V_{y_a}^- = -V_\tau^- \sin \alpha + V_n^- \cos \alpha = 0; \\ V_{x_\Sigma}^- = V_\infty + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right)^- + \alpha(y) = 0, \end{cases} \quad (1)$$

где знаки (+) и (-) обозначают соответственно наветренную и подветренную стороны пластины (см. также рис. 1); V_n - нормальная составляющая скорости по пластине; V_n и V_τ - нормальная и касательная составляющие скорости на поверхности пластины, индуцированные распределенными особенностями; Φ - потенциал скорости распределенных особенностей; $v_y = \frac{\partial \Phi}{\partial y}$; V_x - составляющая скорости "реального потока"; $\left[V_\infty + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right)^- \right]$ - составляющая скорости "модельного потока".

Первое уравнение системы (1) описывает условие непротекания на наветренной стороне пластины, а второе и третье - условие прилипания на подветренной стороне. Причем первое и второе уравнения определяют закон распределения по пластине особенностей, а

третье определяет функцию $\alpha(y)$ и скорости "реального" течения в каверне открытой схемы [3].

Систему уравнений (1) можно решить, если при решении задачи использовать одновременно особенности, одни из которых по линии распределения дают разрыв нормальной составляющей скорости, а другие - касательной. Как известно, этому условию удовлетворяют:

- особенности типа "источник-сток" (q);
- "циркуляционная особенность" (γ).

Формулы для вычисления индуцированных скоростей, входящих в систему (1), имеют следующий вид:

$$V_n^+ = \frac{1}{2\pi} \int_0^b \frac{\gamma(x)}{x_0 - x} dx - \frac{q(x_0)}{2}, \quad (2)$$

$$V_\tau^- = \frac{1}{2\pi} \int_0^b \frac{q(x)}{x_0 - x} dx - \frac{\gamma(x_0)}{2}, \quad (3)$$

$$V_n^- = V_n^+ + q(x_0) = -V_\infty \sin \alpha + q(x_0), \quad (4)$$

С учетом выражений (2 - 4) и того факта, что особенности распределены на участках ϵ_1 и ϵ_2 граничные условия, определяющие решение задачи, имеют вид:

$$\begin{cases} \frac{1}{2\pi} \int_A^B \frac{\gamma(x)}{x_0 - x} dx + \frac{1}{2\pi} \int_B^C \frac{\gamma(x)}{x_0 - x} dx + \frac{1}{2\pi} \int_C^D \frac{\gamma(x)}{x_0 - x} dx - \frac{q(x_0)}{2} + V_\infty \sin \alpha = 0, \\ -\sin \alpha \left[\frac{1}{2\pi} \int_A^B \frac{q(x)}{x_0 - x} dx + \frac{1}{2\pi} \int_B^C \frac{q(x)}{x_0 - x} dx + \frac{1}{2\pi} \int_C^D \frac{q(x)}{x_0 - x} dx - \frac{\gamma(x_0)}{2} \right] + \\ + \cos \alpha [q(x_0) - V_\infty \sin \alpha] = 0, \\ V_{x_\Sigma}^- = V_\infty + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right)^- + \alpha(y) = 0 \end{cases} \quad (5)$$

Численное решение системы уравнений (5) было получено при разбиении пластины на n равных участков и представлении распределенных особенностей в виде сплайнов 1-го порядка на этих участках и на промежутках ϵ_1 и ϵ_2 с узлами на границах деления. Для упрощения вычислений точки удовлетворения граничных условий были выбраны в середине каждого участка (рис. 2).

Исходя из сказанного, система (1) при ее численной реализации будет иметь вид:

$$\begin{cases} V_{nK}^+(q_1, \dots, q_{n+1}, \gamma_1, \dots, \gamma_{n+1}, \varepsilon_1, \varepsilon_2) + V_\infty \sin \alpha = 0 & K=1..n; \\ V_{nK}^-(q_1, \dots, q_{n+1}, \gamma_1, \dots, \gamma_{n+1}, \varepsilon_1, \varepsilon_2) = 0 & K=1..n, \end{cases} \quad (6)$$

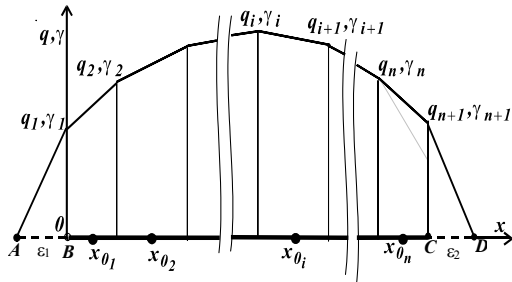


Рис. 2. Расчетная схема распределения особенностей по пластине

где V_{ni} и $V_{\tau i}$ - нормальные и касательные составляющие скорости в i -й точке удовлетворения граничных условий, индуцированные распределенными особенностями $q(s)$ и $\gamma(s)$.

Третье уравнение системы (1) в системе (6) не присутствует, т.к. определяет скорости «реального» течения в каверне и решается после определения законов изменения распределенных особенностей.

Анализируя полученную систему уравнений (6), видим, что количество уравнений меньше количества неизвестных, т.к. количество уравнений равно удвоенному количеству участков деления ($2n$), а количество неизвестных равно ($2n+4$) (см. рис. 2).

Для получения однозначного решения системы (6) примем в качестве замыкающих уравнения, описывающие граничные условия непротекания и прилипания в крайних точках пластины:

$$\begin{cases} V_{nB}^+(q_1, \dots, q_{n+1}, \gamma_1, \dots, \gamma_{n+1}, \varepsilon_1, \varepsilon_2) + V_\infty \sin \alpha = 0, \\ V_{nC}^+(q_1, \dots, q_{n+1}, \gamma_1, \dots, \gamma_{n+1}, \varepsilon_1, \varepsilon_2) + V_\infty \sin \alpha = 0, \\ V_{y_{aB}}^-(q_1, \dots, q_{n+1}, \gamma_1, \dots, \gamma_{n+1}, \varepsilon_1, \varepsilon_2) = 0, \\ V_{y_{aC}}^-(q_1, \dots, q_{n+1}, \gamma_1, \dots, \gamma_{n+1}, \varepsilon_1, \varepsilon_2) = 0. \end{cases} \quad (7)$$

3. Расчет силового взаимодействия пластины с набегающим потоком

Решив систему уравнений, состоящую из системы (6) и замыкающих уравнений (7), получим значения q и γ на границах всех участков деления, которые и определяют силовое взаимодействие пластины с набегающим потоком.

Коэффициент нормальной силы при взаимодействии пластины с набегающим потоком определяется формулой

$$c_{n_a} = \int_B^C (V_{x\Sigma}^{-2} - V_{\tau\Sigma}^{+2}) ds, \quad (8)$$

где V - скорость потока, отнесенная к скорости невозмущенного потока, а индекс “ Σ ” означает полную составляющую скорости потока.

4. Результаты численного эксперимента

На первом этапе численного эксперимента определялся характер распределения особенностей по пластине. На рис. 3 приведена картина распределения особенностей для случая $\alpha = 90^\circ$.

На втором этапе численного эксперимента определялись характеристики силового взаимодействия пластины с потоком и их сравнение с экспериментальными данными, взятыми из работы [2].

На рис. 4 приведена зависимость коэффициента нормальной силы c_{n_a} от угла атаки, полученная в результате расчетов и экспериментальная зависимость $c_{n_a}(\alpha)$.

На втором этапе численного эксперимента определялись характеристики силового взаимодействия пластины с потоком и их сравнение с экспериментальными данными, взятыми из работы [2].

На рис. 4 приведена зависимость коэффициента нормальной силы c_{n_a} от угла атаки, полученная в результате расчетов, и экспериментальная зависимость $c_{n_a}(\alpha)$.

В табл. 1 приведены относительные погрешности теоретических данных по силовому взаимодействию по сравнению с экспериментом.

На третьем этапе численного эксперимента определялись скорости потока в плоскости течения и строилась картина линий тока вокруг пластины.

На рис. 5 показана картина линий тока вокруг пластины для случая $\alpha = 90^\circ$.

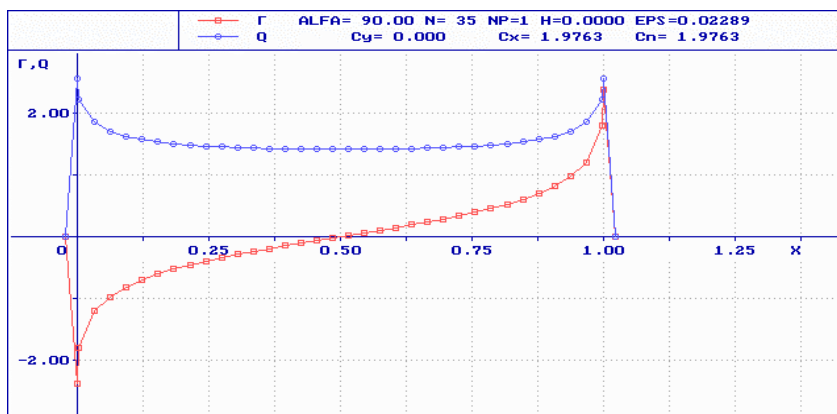


Рис. 3. Картины распределения особенностей по пластине для случая $\alpha = 90^\circ$

Таблица 1

Относительное расхождение расчетных и экспериментальных данных при различных углах атаки

α	20	50	90
$\Delta\%$	15	3	2

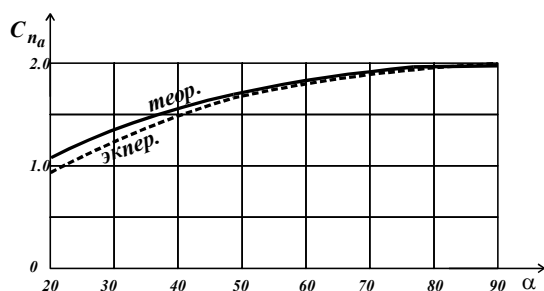


Рис. 4. Графики зависимости коэффициента нормальной силы от угла атаки

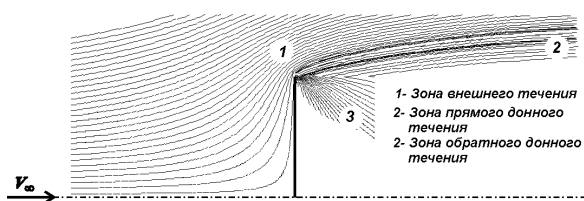


Рис. 5. Картина линий тока вокруг пластины для случая $\alpha = 90^\circ$

Заключение

Полученные результаты свидетельствуют о том, что предложенная автором статьи модель отрывного обтекания пластины может быть с успехом использована в дальнейшем при исследовании обтекания тонких тел различных форм.

Литература

1. Роуч П. Вычислительная гидродинамика. – М.: Мир, 1980. – 616 с.
2. Таганов Г.И. Модель происхождения циркуляции у крыла бесконечного размаха с острой задней кромкой при больших числах Рейнольдса – М.: Москва, 1980.
3. Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В. Теоретическая гидромеханика – М.: ГИФМЛ, 1963.
4. Белоцерковский С. М., Ништ М.И. Отрывное и безотрывное обтекание тонких крыльев идеальной жидкостью. – М.: Наука, 1978. – 352 с.
5. Гуревич М.И. Теория струй идеальной жидкости. – М.: ГИФМЛ, 1961. – 496 с.
6. Санжаревский Л.Г., Захаренко В.А. Струйное обтекание тонкой пластины бесконечного размаха // Вопросы проектирования и производства конструкций летательных аппаратов: Темат. сб. научн. тр. – Х.: Гос. аэрокосм. ун-т «ХАИ», 1998. – Вып. 12. – С. 33-39.
7. Захаренко В.А. Непрерывное обтекание тонкого профиля // Авіаційно-космічна техніка і технологія: Зб. наук. праць. – Х.: Держ. аерокосм. ун-т «ХАИ», 1999. – Вип 14. - С. 12-17.

Поступила в редакцию 14.01.2004 г.

Рецензент: д-р техн. наук, профессор Солодов В.Г., Харьковский государственный автомобильно-дорожный университет, г. Харьков.