

УДК 539.3

В.А. БАЖЕНОВ, Н.А. СОЛОВЕЙ, О.П. КРИВЕНКО*Киевский Национальный университет строительства и архитектуры, Украина***УСТОЙЧИВОСТЬ ПОЛОГИХ ОБОЛОЧЕК ВРАЩЕНИЯ
ЛИНЕЙНО-ПЕРЕМЕННОЙ ТОЛЩИНЫ**

Рассмотрена задача устойчивости тонких пологих оболочек вращения переменной толщины в геометрически нелинейной постановке. По конечноэлементной методике исследовано влияние переменности толщины на напряженно-деформированное состояние, устойчивость и закритическое поведение защемленных по контуру сферических панелей при действии равномерно распределенного нормального давления. Обоснована достоверность полученных результатов. Изучены вопросы рациональности повышения несущей способности оболочек за счет увеличения толщины.

оболочка, переменная толщина, нелинейное деформирование, равновесные формы, устойчивость, метод конечных элементов

Введение

Потеря устойчивости часто определяет несущую способность тонких оболочек, что особенно характерно для гибких пологих оболочек вращения [1], широко применяемых в различных областях техники, в частности в авиационных и космических аппаратах, в виде элементов несущих конструкций: днищ топливных баков, люков, обтекателей и др. Обычно из соображений простоты изготовления эти конструкции выполняются с постоянной толщиной. Задачи устойчивости для пологих оболочек вращения постоянной толщины являются классическими в геометрически нелинейной теории оболочек и поэтому отражены достаточно широко в литературе [1 – 8]. На этих оболочках изучаются нелинейные задачи, исследуются и тестируются методы и алгоритмы их решения.

При проектировании для повышения несущей способности имеется ряд способов увеличения общей жесткости всей конструкции за счет более рационального распределения материала в объеме оболочки. Одним из таких приемов является конструирование оболочки с переменной толщиной [2]. Иногда оказывается необходимым соединить две оболочки неравной толщины или с разными радиусами кривизны. Прочность конструкции в этой зоне обычно повышают, плавно меняя толщину. Для ре-

шения упомянутых проблем необходимо использовать эффективные численные методы нелинейного расчета на устойчивость оболочек переменной толщины и выполнять исследования при варьировании законов изменения толщины изучаемой конструкции. Переменность толщины значительно усложняет в теории оболочек разработку методов расчета и само решение задач устойчивости гибких оболочек [3]. Задачи устойчивости для пологих осесимметричных панелей переменной толщины при действии силовых нагрузок даже в осесимметричной постановке слабо изучены [2 – 5] и поэтому выполненные исследования не дают полной и цельной картины о влиянии хотя бы линейного изменения толщины на устойчивость рассматриваемого класса оболочек. Авторами в целях заполнения указанного пробела предпринята попытка оценить эффективность таких оболочек и, в частности, в сравнении с оболочками постоянной толщины.

1. Формулирование проблемы

Изучается влияние линейных законов распределения толщины по меридиану на устойчивость пологих осесимметричных панелей в целях поиска рациональных форм и оценки способов повышения их несущей способности. Исследование напряженно-деформированного состояния, устойчивости и

закритического поведения неоднородных оболочек проводится по представленной в [9 – 11] методике, основанной на геометрически нелинейных соотношениях трехмерной теории термоупругости и положениях моментной схемы метода конечных элементов [10, 12]. Такой подход позволяет исследовать на основе единой методологии тонкие оболочки с геометрическими особенностями по толщине, с неоднородностями материала, при сложном термосиловом нагружении. Вопросы численного обоснования методики для гладких, ребристых и ослабленных выемками и отверстиями гибких оболочек рассмотрены в работах [13 – 15].

2. Решение проблемы

Определенные результаты по рассматриваемой проблеме имеются в работах Б.Я. Кантора [3, 4], где с позиции теории гибких пологих оболочек исследовалась устойчивость, жестко защемленных по контуру осесимметричных сферических панелей линейно-переменной толщины, нагруженных равномерно распределенным давлением интенсивностью q . Материал оболочки изотропный. Для этих оболочек (рис. 1) в настоящей статье приведены результаты исследования сходимости и точности получаемых по методу конечных элементов (МКЭ) нелинейных решений с рассмотрением полного диапазона изменения параметра переменной толщины, в котором происходит потеря устойчивости панели.

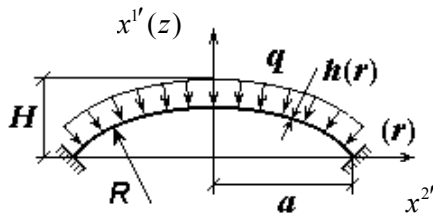


Рис. 1. Сферическая панель переменной толщины

Будем использовать безразмерные параметры:

$$\bar{r} = \frac{r}{a}; \quad \bar{h} = \frac{h}{h_{\bar{r}=0}}; \quad k = \frac{H}{h_{\bar{r}=0}}; \quad (1)$$

$$\bar{q} = \frac{q}{E} \cdot \left(\frac{a}{h_{\bar{r}=0}} \right)^4; \quad \bar{u}' = \frac{u'}{h_{\bar{r}=0}},$$

где r – радиус точки в плане; a – радиус панели в плане; $h(r)$ – толщина панели; $h_{\bar{r}=0}$ – толщина в центре панели; H – стрела подъема панели; u' – нормальное перемещение в декартовой системе координат x^i ; R – радиус срединной поверхности панели (см. рис. 1).

Приняты следующие значения упругих и геометрических параметров панели: модуль упругости $E = 19,6 \cdot 10^4$ МПа; коэффициент Пуассона $\nu = 0,3$; $a = 1$ м; $H = 0,05$ м; $h_{\bar{r}=0} = 0,01$ м.

Рассматривались панели, для которых распределение толщины $h(r)$ (рис. 2) в [3, 4] было задано линейной функцией следующего вида:

$$h(b_o, \bar{r}) = h_{\bar{r}=0} [1 + (b_o - 1)\bar{r}], \quad (2)$$

где $b_o = h_{\bar{r}=1}/h_{\bar{r}=0}$ – безразмерный параметр, задающий толщину панели на контуре и определяющий конкретный характер изменения толщины панели. На рис. 2 – 8 каждому виду изменения толщины соответствует свой значок (см. рис. 2).

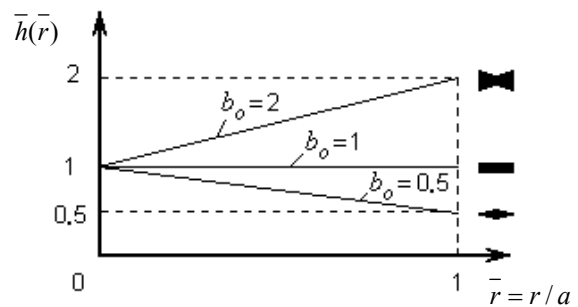


Рис. 2. Варианты переменной толщины $\bar{h}(b_o, \bar{r})$ сферической панели

Панели исследовались при разных значениях параметра переменной толщины b_o . Определялся диапазон изменения параметра b_o , в котором происходит потеря устойчивости.

На рис. 3 и 4 представлены диаграммы "нагрузка – прогиб в центре панели" и зависимости верхнего $\bar{q}_{кр}^в$ и нижнего $\bar{q}_{кр}^н$ критических давлений от величины параметра толщины b_o . Установлено, что потеря устойчивости панели происходит в диапазоне $0 \leq b_o \leq 2,5$. При $b_o > 2,5$ на диаграммах "нагрузка – прогиб" критические точки отсутствуют и панель становится устойчивой.

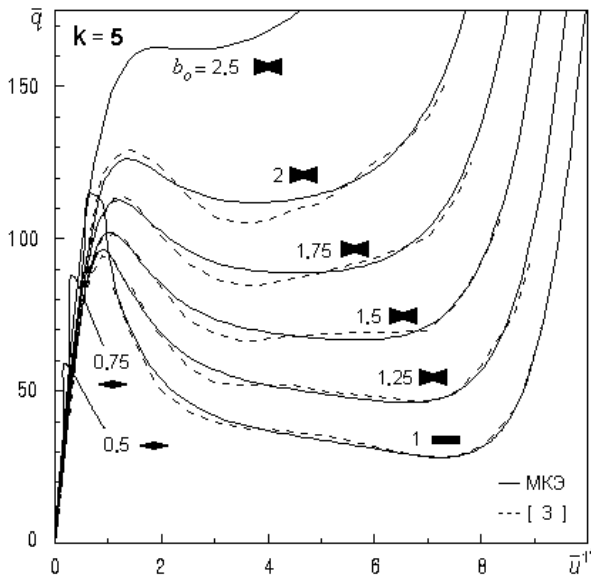


Рис. 3. Диаграммы "нагрузка – прогиб" для сферической панели переменной толщины

Из [3, 4] следует, что деформирование рассматриваемых оболочек происходит по осесимметричным формам. Поэтому за расчетную модель для МКЭ принята четверть сферической панели. Исследование сходимости показало, что расхождение решений по верхней критической нагрузке для разных значений параметра b_o составило, например для сеток 12×12 КЭ и 20×20 КЭ, 2 – 6%. Исходя из того, что деформирование оболочки в закритической области имеет более сложные формы, чем в докритическом состоянии, за расчетную принята сетка 20×20 КЭ.

Сравнение полученных результатов показывает хорошее совпадение не только верхнего и нижнего критических давлений (рис. 4), но и практически

полное совпадение диаграмм "нагрузка – прогиб" (рис. 3) на рассмотренном в [3, 4] интервале изменения параметра b_o ($1 \leq b_o \leq 2$).

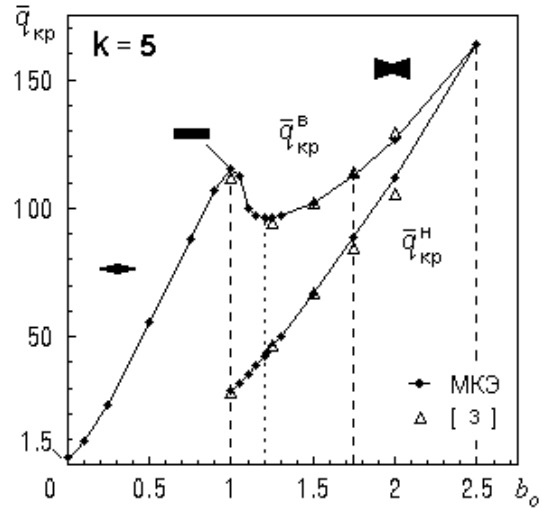


Рис. 4. Зависимость $\bar{q}_{кр}^в$ и $\bar{q}_{кр}^н$ от параметра толщины b_o

На первом участке ($0 \leq b_o < 1$) такому линейному увеличению объема соответствует практически линейное возрастание верхней критической нагрузки. Для первого участка характерные формы деформирования и потери устойчивости представлены на рис. 5, а, б.

На втором участке ($1 \leq b_o \leq 1,75$) увеличение объема панели не ведет к возрастанию верхнего критического давления: на интервале до $b_o = 1,2$ оно уменьшается, а на интервале от 1,2 до 1,75 – увеличивается. При этом происходит последовательное трансформирование форм деформирования и потери устойчивости (рис. 5, в, г).

На третьем участке ($1,75 \leq b_o \leq 2,5$), которому соответствует единственная форма деформирования и потери устойчивости (рис. 5, г), с увеличением объема панели последовательно возрастает верхняя критическая нагрузка.

Полученный эффект падения на втором участке верхней критической нагрузки, очевидно, можно объяснить происходящей на этом участке сменой

формы деформирования. Это подтверждается тем, что, начиная со значения параметра $b_o = 1,2$, когда устанавливается стабильная форма деформирования панели (рис. 5, г), величина верхнего критического давления последовательно возрастает.

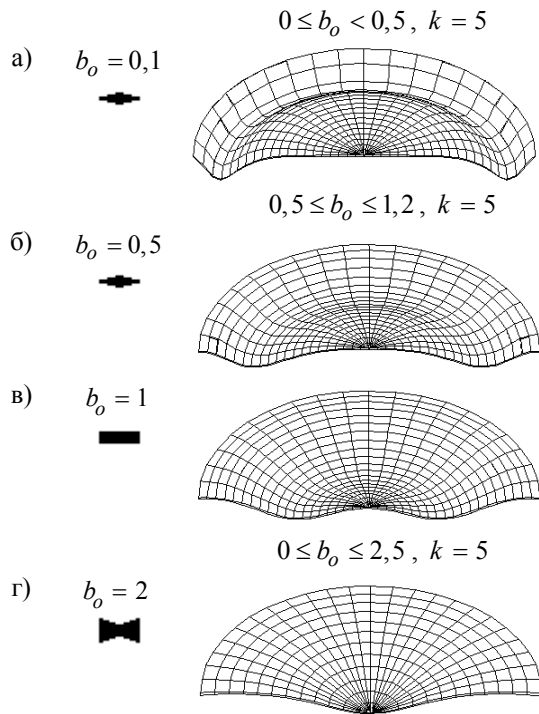


Рис. 5. Формы потери устойчивости оболочек различной переменной толщины

При увеличении параметра толщины b_o имеем последовательное увеличение величины нижней критической нагрузки (рис. 4). Точка слияния кривых для $\bar{q}_{кр}^e$ и $\bar{q}_{кр}^H$ дает предельное значение параметра $b_o = 2,5$, при котором панель перестает терять устойчивость.

Более полно и детально картина перестройки форм деформирования и потери устойчивости панелей представлена на рис. 6.

Для количественного и качественного анализа деформированных форм штрих-пунктирной линией изображена исходная форма оболочки. На меридианах осесимметричных оболочек отмечены характерные места деформирования – центры образовавшихся вмятин и середина панелей.

нах осесимметричных оболочек отмечены характерные места деформирования – центры образовавшихся вмятин и середина панелей.

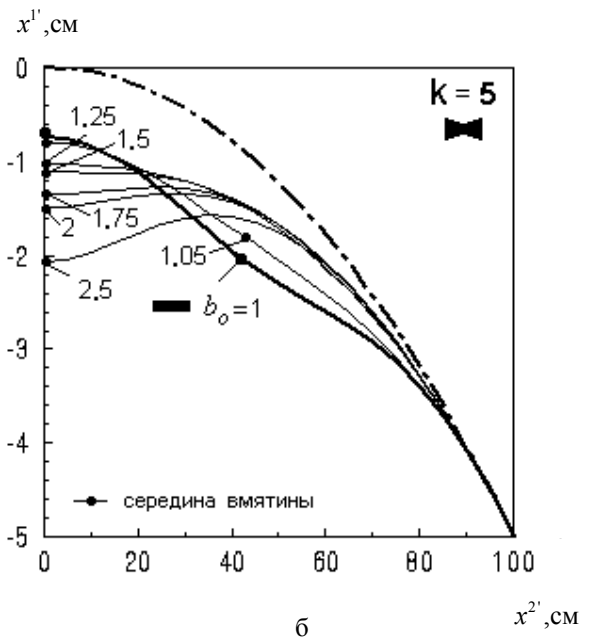
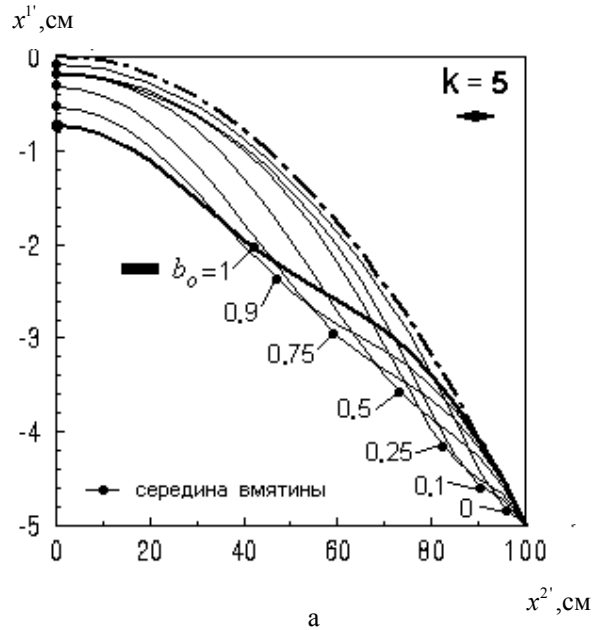


Рис. 6. Эволюция форм потери устойчивости оболочек при изменении параметра b_o : а – при $0 \leq b_o \leq 1$; б – при $1 \leq b_o \leq 2,5$

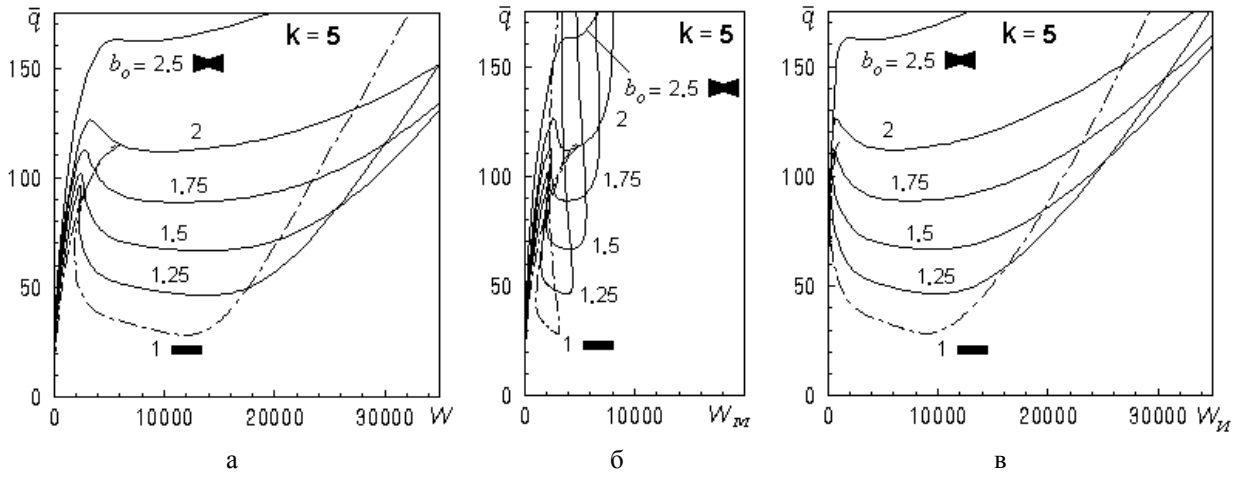


Рис. 7. Диаграммы “нагрузка – энергия деформирования”

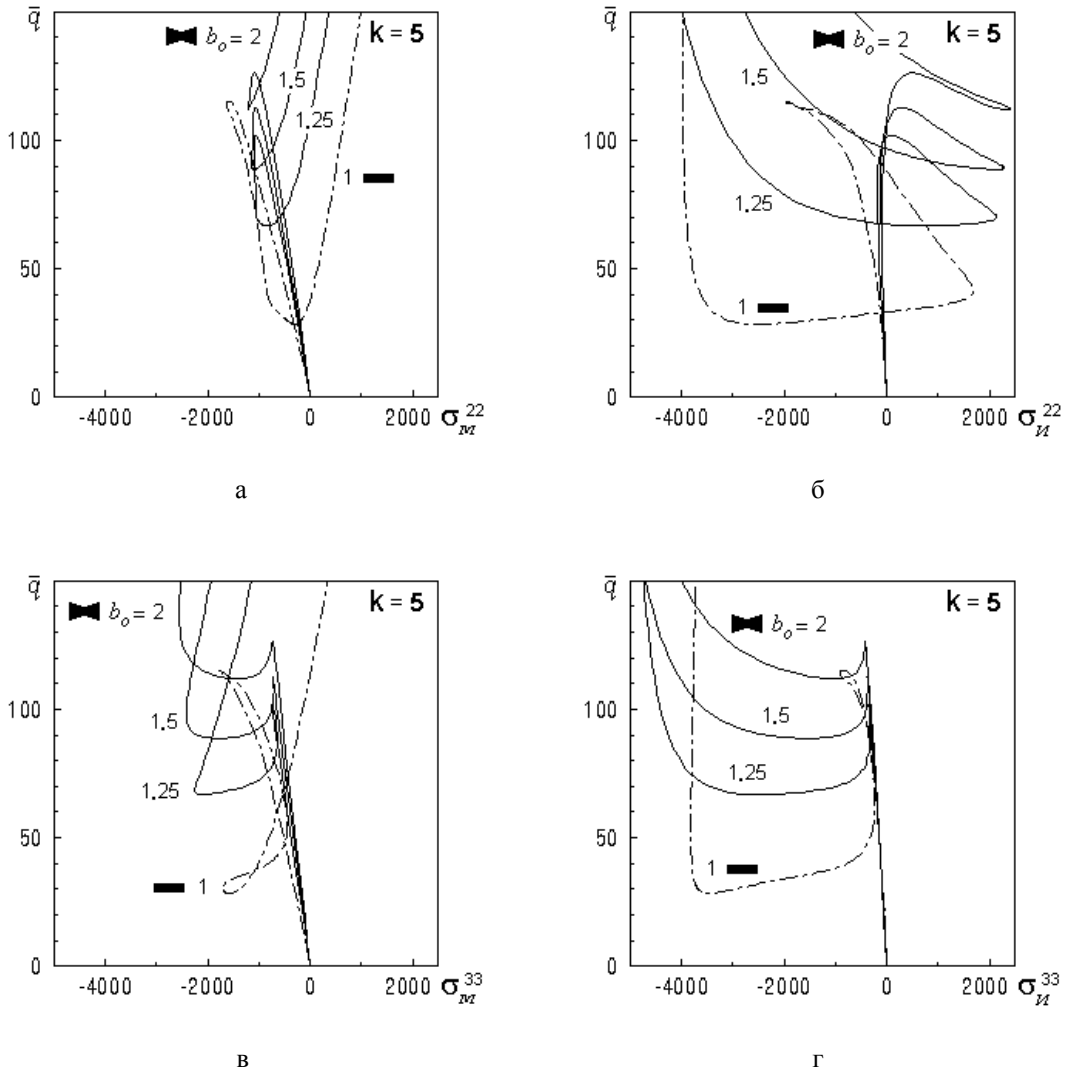


Рис. 8. Диаграммы “нагрузка – напряжения”

При изменении параметра b_o от 0 до 2,5 происходит смещение центра вмятины от края к середине панели. При $b_o > 1,2$ вмятина локализуется в центре оболочки. Перемещения центральной части панели при $b_o \leq 0,5$ незначительны; при $b_o > 0,5$ наблюдается проседание центра панели, которое, начиная с $b_o > 1,2$, принимает определяющий характер – становится местом выхлопа. Описанные изменения месторасположения вмятины в формах деформирования и потери устойчивости оболочек соответствуют направлению смещения участка панели с наименьшей жесткостью.

Рассмотрим результаты анализа полной W , мембранной W_m и изгибной W_u энергий деформирования (рис. 7). В докритической области изгибная энергия относительно невелика, а деформирование оболочки определяется в основном нелинейным возрастанием мембранной энергии. На закритическом участке происходит преобладающее возрастание изгибной энергии при относительной стабилизации мембранной.

Приведенное распределение энергий деформирования соответствует установившемуся представлению об изменении мембранной и изгибной составляющих для пологих панелей при действии распределенной нагрузки.

Для демонстрации изменения напряженного состояния оболочки при варьировании параметром b_o на рис. 8 приведены диаграммы “нагрузка – напряжение” для мембранных и изгибных компонент тензора напряжений (меридиональных σ^{22} и окружных σ^{33}), которые взяты у защемления. В докритической стадии малые по величине мембранные и изгибные напряжения увеличиваются линейно с заметным преобладанием мембранных компонент. На закритическом участке изгибные напряжения изменяются в существенно большем диапазоне, чем мембранные. Можно отметить, что после потери

устойчивости наблюдается тенденция к стабилизации мембранных и изгибных напряжений.

Заключение

Достоверность и точность полученных результатов обоснована численными исследованиями сходимости конечноэлементных нелинейных решений и сопоставлением с нелинейными результатами работ Б.Я. Кантора.

Проанализирована несущая способность пологих панелей в процессе последовательного изменения характера распределения переменной толщины. Полученные результаты можно использовать для рационального проектирования пологих оболочек вращения.

Результаты решения задачи оптимизации объема материала для подобных сферических панелей непрерывно-переменной толщины при ограничении по устойчивости, полученные в [2], показывают, что более рациональным является утолщение оболочки в ее центральной (менее жесткой) части, а не по краям, где оболочка защемлена. Подобный вывод сделан в одной из первых работ для цилиндрических свободно опертых оболочек с линейно изменяющейся толщиной при внешнем равномерном давлении [17], где отмечено, что оболочки, утончающиеся к краям, выдерживают более высокие критические давления, чем оболочки с утолщением по контуру. Таким образом, установлено, что менее жесткая средняя часть оболочек более нуждается в усилении, чем края оболочки у опор. Этот эффект подтверждается и в нашей работе [18], где приведены результаты исследований устойчивости и закритического поведения пологих сферических панелей, у которых на краях толщина зафиксирована и не меняется, а в центре последовательно (от одной задачи к другой) увеличивается. В той же работе [18] выполнено сравнение с оболочками постоянной толщины, изучено напряженно-деформированное состояние, приведены формы нелинейного дефор-

мирования и потери устойчивости. По результатам сравнений оболочек с равным расходом материала, но с различными законами линейной толщины, проведен анализ их эффективности.

Для крупных оболочечных форм (особенно металлических) полученные результаты можно понимать как "нетехнологичные", так как криволинейная форма и переменная толщина (даже простейшая линейная) создают практически непреодолимые препятствия при изготовлении конструкции. Сохранить рациональность распределения материала в оболочках линейно-переменной толщины при неизменном расходе материала можно, если от криволинейной формы срединной поверхности панели перейти к вписанной в нее граненной форме и заменить гладкую линейно-переменную толщину ступенчато-переменной. В этом случае при изготовлении, например, стальных оболочек используется плоский листовой прокат из существующего стандартного сортамента [19]. Проведенные исследования подобных граненных пологих сферических панелей ступенчато-переменной толщины [20] показали, что, регулируя эксцентricность соединения граней оболочек, можно существенно изменять (увеличивать или уменьшать) величину критических нагрузок. При проектировании такой подход рекомендуется применять как дополнительный прием для рационального распределения материала.

Обобщая изложенное, можно сделать вывод, что использование линейной и ступенчато-переменной толщин дает проектировщикам эффективные способы существенного повышения несущей способности тонких пологих оболочек. Полученные результаты расширяют наши знания о нелинейном деформировании, потере устойчивости, закритическом поведении и рациональном распределении материала для таких важных для практики конструктивных элементов, как пологие сферические оболочки вращения.

В дальнейшем представляется необходимым изучение влияния различных законов температурного нагрева на напряженно-деформированное состояние, потерю устойчивости и закритическое поведение рассмотренных оболочек.

Литература

1. Вольмир А.С. Устойчивость деформируемых систем. – М.: Наука, 1967. – 984 с.
2. Гуляев В.И., Баженов В.А., Гоцуляк В.А. Устойчивость нелинейных механических систем. – Л.: Выща шк. Изд-во при Львов. ун-те, 1982. – 255 с.
3. Кантор Б.Я. Нелинейные задачи теории неоднородных пологих оболочек. – К.: Наук. думка, 1971. – 136 с.
4. Кантор Б.Я. Деформация гибкой полой оболочкой переменной толщины // Строительная механика и расчет сооружений. – 1968. – № 2. – С. 11 - 13.
5. Валишвили Н.В. Методы расчета оболочек вращения на ЭЦВМ. – М.: Машиностроение, 1976. – 278 с.
6. Григолюк Э.И., Кабанов В.В. Устойчивость оболочек. – М.: Наука, 1978. – 360 с.
7. Феодосьев В.И. Об устойчивости сферической оболочки, находящейся под действием внешнего равномерно распределенного давления // Прикладная математика и механика. – 1954. – Т. 18. – № 1. – С. 35 – 42.
8. Григоренко Я.М., Василенко А.Т. Теория оболочек переменной жесткости. Методы расчета оболочек. – К.: Наук. думка, 1981. – Т. 4. – 544 с.
9. Баженов В.А., Соловей М.О., Кривенко О.П. Нелінійні рівняння деформування тонких багатощарових оболонок при термосилових навантаженнях // Опір матеріалів і теорія споруд: Наук.-техн. зб. – К.: КДТУБА. – 1998. – Вип. 64. – С. 116 – 127.
10. Баженов В.А., Соловей М.О., Кривенко О.П. Співвідношення моментної схеми скінченних елементів у задачах стійкості неоднорідних оболонок при термосилових навантаженнях // Опір

матеріалів і теорія споруд: Наук.-техн. зб. – К.: КНУБА. – 1999. – Вип. 66. – С. 22 – 25.

11. Баженов В.А., Соловей Н.А., Кривенко О.П. Нелинейные уравнения МКЭ в задачах устойчивости неоднородных оболочек // Математическое моделирование в механике сплошных сред на основе методов граничных и конечных элементов: Докл. XVII Междунар. конф. – СПб.: НИИХ СПбГУ. – 1999. – С. 40 – 44.

12. Сахаров А.С., Кислоокый В.Н., Киричевский В.В. Метод конечных элементов в механике твердых тел. – К.: Выща шк. Головное изд-во, 1982. – 480 с.

13. Моментная схема метода конечных элементов в задачах прочности и устойчивости гибких оболочек при термосиловых воздействиях / Баженов В.А., Сахаров А.С., Соловей Н.А., Кривенко О.П., Аят Н. // Проблемы прочности. – 1999. – № 5. – С. 96 – 100.

14. Баженов В.А., Соловей М.О., Кривенко О.П. Стейкність гладких ребристих та послаблених вирізами гнучких пологих панелей // Опір матеріалів і теорія споруд: Наук.-техн. зб. – К.: КНУБА. – 2000. – Вип. 67. – С. 92 – 103.

15. Баженов В.А., Соловей М.О., Кривенко О.П. Стейкність гнучких пологих панелей ступінчато-змінної товщини // Системні технології. Математичні проблеми технічної механіки: Зб. наук. пр. – Дніпропетровськ: Сист. тех. – 2001. – Вип. 2(13). – С. 7 – 11.

16. Баженов В.А., Соловей М.О., Кривенко О.П. Вплив параметрів ребер на стейкність гнучких панелей // Опір матеріалів і теорія споруд: Наук.-техн. зб. – К.: КНУБА. – 2001. – Вип. 69. – С. 18 – 24.

17. Радхамохан С.К., Сетлур А.В. Выпучивание цилиндрических оболочек переменной толщины под действием поперечного давления // Ракетная техника и космонавтика. – 1976. – № 1. – С. 114 – 116.

18. Баженов В.А., Соловей М.О., Кривенко О.П. Вплив змінної товщини на стейкність пологих панелей при дії рівномірного тиску // Системні технології. Математичні проблеми технічної механіки: Регіон. міжвуз. зб. наук. пр. – Дніпропетровськ: Сист. тех. – 2003. – Вип. 4(27). – С. 15 – 20.

19. ГОСТ 82-70. Прокат стальной горячекатаный широкополосный универсальный.

ГОСТ 19903-74. Прокат листовой горячекатаный. Сортамент.

ГОСТ 19904-90. Прокат листовой холоднокатаный. Сортамент.

20. Соловей М.О., Кривенко О.П. Аналіз стейкності гладких лінійно-змінної та гранованих ступінчато-змінної товщини пологих сферичних оболонок // Опір матеріалів і теорія споруд: Наук.-техн. зб. – К.: – КНУБА, 2003. – Вип. 72. – С. 83 – 96.

Поступила в редакцію 21.01.04

Рецензент: д-р техн. наук, ст. науч. сотр. В.К. Цыхановский, Национальный авиационный университет, г. Киев