

УДК 539.373

А.Г. НАРЫЖНЫЙ

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина

НАКОПЛЕНИЕ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ В ТОЛСТОСТЕННОМ ЦИЛИНДРЕ, ОБУСЛОВЛЕННОЕ УДАРАМИ ОБОЛОЧЕК

Теоретически изучены закономерности изменений размера и формы внутренней поверхности толстостенного цилиндра конечной длины, вызванных циклическим ударно-контактным взаимодействием с последовательным рядом оболочек, испытывающих действие импульсного давления.

перемещения остаточные, деформации пластические, удар оболочек, нагружение импульсное

Введение

При импульсной штамповке деталей аэрокосмической техники и двигателей вследствие ударов заготовок по матрице в последней возникают и накапливаются пластические деформации [1], а следовательно, изменяются размеры и форма контактной поверхности. Во избежание брака предельные изменения размеров контактной формирующей поверхности матрицы ограничиваются допуском. Подобные процессы и ограничения наблюдаются, например, в казенной части артиллерийского орудия при ударах гильз во время выстрелов.

В литературе явления накопления деформаций и перемещений в механических системах соударяющихся твердых тел описаны с качественной стороны [2], но отсутствуют количественные исследования и описания методик таких исследований.

Механико-математические модели (МММ) таких механических систем существенно нелинейны в связи с формулированием контактных условий и условий пластичности в виде неравенств относительно искомых функций НДС и не имеют аналитических решений. Метод численной реализации МММ должен позволять анализировать процессы в широком диапазоне, включая свободное движение оболочки, удар и волновую картину напряжений, продуцирующих пластические деформации, ударно-колебательные движения элементов, вплоть до ус-

тановления стационарных НДС для определения остаточных полей деформаций, перемещений и напряжений.

Статья посвящена теоретическому анализу процессов накопления остаточных перемещений, прогнозу изменения перемещений и методике определения предельного по допуску на изменение размеров количества циклов взаимодействия оболочек и толстостенного элемента упомянутых выше механических систем.

1. Описание МММ

Рассмотрена модельная осесимметричная механическая система, состоящая из толстостенного цилиндра и двенадцати тонкостенных цилиндрических оболочек (рис.1). В течение одного цикла взаимодействия очередная оболочка, деформируемая импульсным давлением изнутри (1), взаимодействует ударным способом с цилиндром, вследствие чего в последнем откладываются пластические деформа-

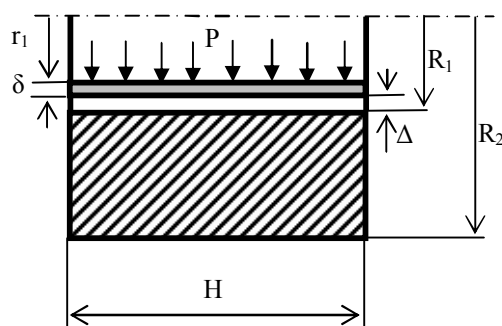


Рис. 1. Схема и обозначения

ции и изменяются размеры и форма. В следующем цикле цилиндр взаимодействует с новой оболочкой и так далее. В результате взаимодействия с множеством оболочек в цилиндре *накапливаются* пластические деформации и перемещения.

Каждая оболочка с внутренним радиусом $r_1 = 68$ мм, толщиной $\delta = 1$ мм и высотой $H = 80$ мм нагружается изнутри импульсным давлением, характерным для гидродинамической штамповки или выстрела,

$$P(t) = \begin{cases} p_0 \sin \lambda t, & 0 \leq t \leq \pi/\lambda, \\ 0, & t > \pi/\lambda, \end{cases} \quad (1)$$

где t – время от начала цикла взаимодействия; $p_0 = 1,492 \times 10^8$ Па – расчетная амплитуда давления; $\lambda = 9,28 \times 10^3$ с⁻¹ – расчетная постоянная времени. Полный цилиндр высотой H с внутренним и наружным радиусами $R_1 = 70$ мм и $R_2 = 102,2$ мм соответственно. Между оболочкой и цилиндром установлен первоначальный радиальный зазор $\Delta = 1$ мм. Элементы системы закреплены от осевых перемещений.

Оболочки изготовлены из алюминиевого сплава, деформирующегося по упруго-идеальнопластическому типу, с плотностью $\rho = 2700$ кг/м³, модулем Юнга $E = 7 \times 10^{10}$ Па, коэффициентом Пуассона $\nu = 0,33$ и пределом текучести $\sigma_T = 1,19 \times 10^8$ Па. Цилиндр стальной, деформирующийся по упруго-идеальнопластическому типу, обладает следующими характеристиками: $\rho = 7850$ кг/м³, $E = 2,1 \times 10^{11}$ Па, $\nu = 0,27$, $\sigma_T = 7,984 \times 10^8$ Па. Осесимметричное НДС элементов системы определяется по методу Уилкинса [3] с использованием искусственной вязкости для гашения

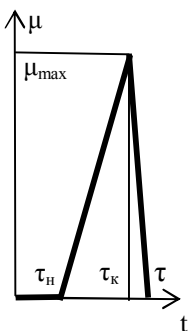


Рис. 2. Вязкость

упругих колебаний элементов системы в конце каждого цикла взаимодействия.

Закон изменения во времени, общем для всех элементов системы коэффициента искусственной вязкости μ в течение каждого цикла, пока-

зан на рис. 2. Значения параметров τ , τ_n , τ_k и μ_{\max} подбираются исходя из предварительных расчетов: $\tau = 0,001$ с, $\tau_n = 3,38 \cdot 10^{-4}$ с, $\tau_k = 6,52 \cdot 10^{-4}$ с и $\mu_{\max} = 5,0 \cdot 10^5$.

2. Особенности перемещений

На рис. 3 показаны расчетные зависимости перемещений точек образующей внутренней поверхности толстостенного цилиндра от осевой координаты после первого, четвертого, восьмого и двенадцатого циклов взаимодействия (кривые 1 – 4 соответственно).

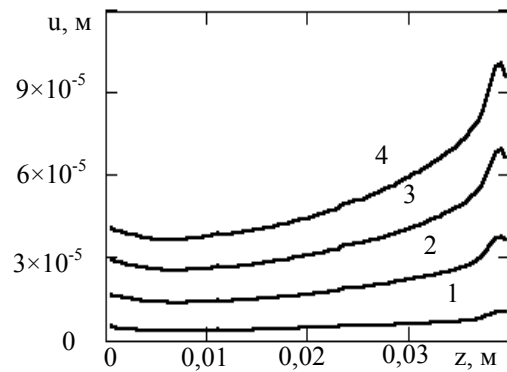


Рис. 3. Радиальные перемещения границы

Зависимости имеют подобные графики, что объясняется единой причиной – ударом оболочек. Величины перемещений растут в направлении от плоскости материальной симметрии системы (слева) к свободному торцу (справа), максимум соответствует области удара свободного торца оболочки. С ростом количества циклов взаимодействия перемещения также растут.

На рис. 4 показаны расчетные зависимости приращений перемещений за один цикл взаимодействия от номера цикла (кривые 1 – 5 соответствуют точкам образующей с координатами 5, 15, 25, 35 и 39,5 мм соответственно). В общем зависимости имеют подобные графики.

Максимальные значения приращений наблюдаются после первого или второго цикла взаимодействия, затем приращения монотонно убывают, причем зависимости имеют регулярный вид, начиная с шес-

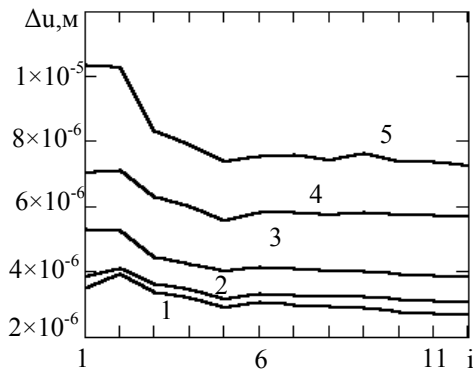


Рис. 4. Приращения радиальных перемещений

того цикла взаимодействия. Происходит своеобразное упрочнение толстостенного цилиндра на действие удара оболочек.

Движения разных оболочек практически повторяют друг друга в течение цикла, начиная с раздачи давлением, продолжаясь ударно-колебательным взаимодействием с цилиндром и завершаясь стационарным состоянием; изменения функций состояния цилиндра за один цикл, вызванные действием различных оболочек, например, приращения деформаций или перемещений, подобны. Поскольку приращения перемещений положительны при первом взаимодействии (рис. 3, кривая 1), то по подобию они должны быть положительны при любом количестве циклов. Изменчивость реакции цилиндра на действие повторяющегося возмущения связана с его пластической «памятью» в форме накопленных пластических деформаций, имеющих приповерхностное расположение, и соответствующего поля самоуравновешенных напряжений.

Перемещения контактной поверхности цилиндра обладают выраженными особенностями. Перемещения повторяют характер приращения перемещений за один цикл взаимодействия. Наибольшие перемещения наблюдаются на первых циклах, происходит «обмятие» цилиндра. Затем наблюдается уменьшение приращений перемещений или «упрочнение» цилиндра. Приращения перемещений автономны, то есть зависят только от координаты точки наблюдения. Приращения перемещений положительны. По-

ложительность и убывание приращений указывают на существование стационарного режима изменения перемещений.

3. Аппроксимации перемещений

Для дальнейшего анализа наблюдаемым закономерностям придана форма математических зависимостей с помощью аппроксимаций. Рассмотрены смещенная рациональная аппроксимация приращений перемещений (2), смещенная экспоненциальная аппроксимация перемещений (3), несмещенная экспоненциальная аппроксимация перемещений (4) и смещенная логарифмическая аппроксимация перемещений (5)

$$\Delta u_i(z) = p_1(z) \frac{1}{i - p_0(z)} + p_2(z), \quad (2)$$

$$u_i(z) = p_3(z) + \frac{p_1(z)}{p_0(z)} (1 - e^{-(i-6)p_0(z)}) + p_2(z)(i-6), \quad (3)$$

$$u_i(z) = p_3(z) + \frac{p_1(z)}{p_0(z)} (1 - e^{-ip_0(z)}) + p_2(z)i, \quad (4)$$

$$u_i(z) = p_3(z) + p_1(z) \ln(i - p_0(z)) + p_2(z)i, \quad (5)$$

где $i > 6$ – номер цикла взаимодействия; $p_0(z)$, $p_1(z)$, $p_2(z)$ – параметрические функции, определяемые отдельно для каждого варианта по методу наименьших квадратов [4] по расчетным значениям и имеющие интерполяционный характер; $p_2(z)$ соответствует асимптотическому значению приращений перемещений за один цикл; z – осевая координата.

Аппроксимации (2) – (5) отвечают принципу автономности, другими словами, предполагают независимое изменение функции в каждой точке. Анализ аппроксимаций проведен в трех отношениях. Во-первых, изучены погрешности и невязки в каждой точке вдоль оси при всех значениях цикла, а также их изменения с ростом номера цикла, то есть интерполяционные свойства. Во-вторых, аппроксимации перемещений (3) – (5) использованы для определения приращений перемещений, и наоборот, аппроксимации приращений (2) перемещений ис-

пользованы для определения перемещений. В-третьих, был проведен групповой сравнительный анализ экстраполяционных асимптотических свойств аппроксимаций.

Аппроксимации перемещений имеют более высокую точность, максимальная погрешность не превосходит 0,2 %, в то время как погрешности аппроксимации приращений достигают 1 %. Невязки аппроксимации перемещений достигают максимума после восьми циклов, а затем падают; невязки приращений перемещений монотонно растут с ростом количества циклов. Наибольшие значения погрешностей наблюдаются вблизи свободного торца, где достигают максимума аппроксимируемые поля.

Использование аппроксимаций перемещений для интерпретации приращений перемещений в диапазоне интерполяции дает высокую точность (максимальная погрешность – 4 % средневзвешенная – 0,3 %). Использование аппроксимаций приращений перемещений для интерпретации перемещений дает еще более высокую точность (максимальная погрешность – 2 % средневзвешенная – 0,1 %). В общем аппроксимация (2) имеет высокую точность интерполяции приращений перемещений, а (3) – (5) точность интерполяции перемещений.

В отношении экстраполяционных свойств аппроксимации можно разбить на группы. На рис. 5 показаны распределения перемещений, кривые А соответствуют формуле (3), Б – (4), В – (2) и Г – (5) после ста (а) и пятисот (б) циклов взаимодействия. Смещенные экспоненциальные аппроксимации приращений перемещений (2) и перемещений (3) при большом числе циклов взаимодействия дают отрицательные значения приращения перемещений вблизи плоскости материальной симметрии или повсеместно (3), последняя приводит даже к отрицательным перемещениям. Графики перемещений, описываемых выражениями (2) – (3), при больших количествах циклов взаимодействия представляют сильно неоднородные зависимости, что противоре-

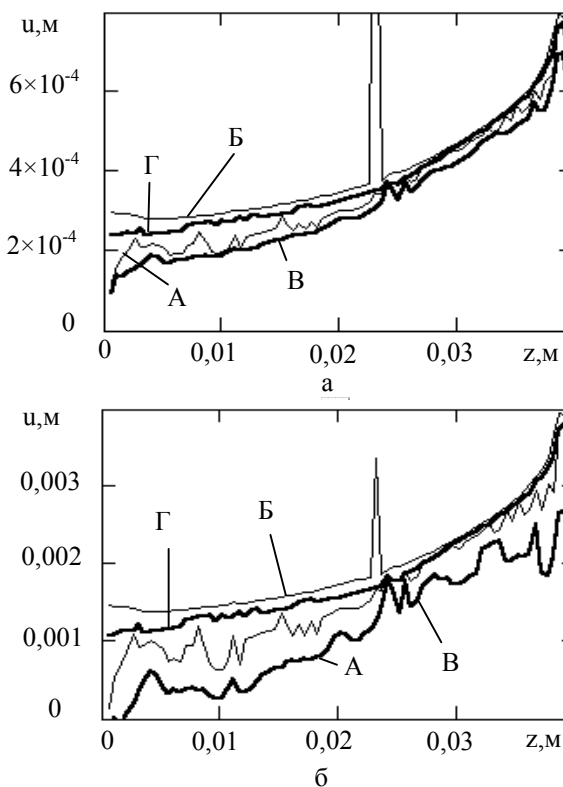


Рис. 5. Экстраполяция перемещений границы

чит характеру распределения перемещений.

Выражения (4) и (5), напротив, представляют гладкие зависимости даже при очень большом числе циклов (за исключением особенности вблизи координаты 0,025 м; впрочем, относительная величина особенности падает с ростом количества циклов). Отмеченные графики обладают одинаковым характером изменения как по координате, так и в связи с количеством циклов и очень близкими значениями, кроме того, они повторяют особенности графика приращений перемещений за один цикл (рис. 3, кривая 1), сумму которых представляют. Обе аппроксимации показывают практически равные асимптотические скорости приращения перемещений.

Высокая точность интерполяции и соответствие предположениям о поведении перемещений и приращений перемещений позволяют выбрать аппроксимации (4) и (5) для формального описания перемещений в зависимости от количества циклов и использовать их для прогноза и анализа перемещений за пределами интервала интерполяции.

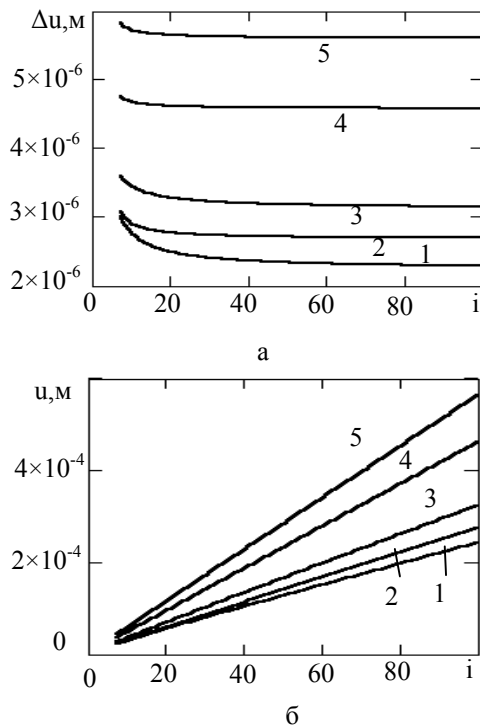


Рис. 6. Экстраполяция перемещений

На рис. 6 показаны зависимости приращений перемещений (а) и перемещений (б) точек образующей от количества циклов взаимодействия (кривые 1 соответствуют точке с координатой $z = 0,005$ м, 2 – 0,01 м, 3 – 0,02 м, 4 – 0,03 м, 5 – 0,035 м). В течение 100 циклов взаимодействия устанавливаются, хотя и не одновременно, постоянные (асимптотические) всюду положительные скорости приращений перемещений, а кривые перемещений принимают прямолинейные очертания.

Используя зависимость (4) или (5), можно определить предельное количество циклов взаимодействия, соответствующее заданному допуску на изме-

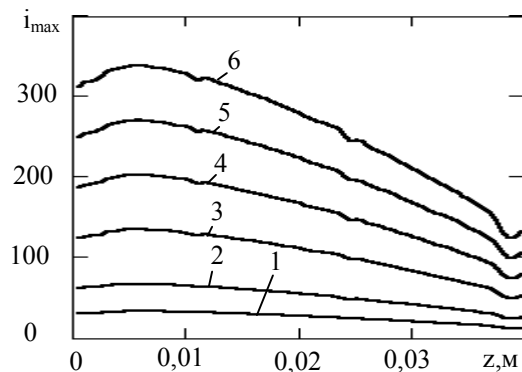


Рис. 7. Допустимое количество циклов

нение радиального размера цилиндра Δ , посредством решения неравенств

$$p_3(z) + \frac{p_1(z)}{p_0(z)}(1 - e^{-ip_0(z)}) + p_2(z)i \leq \Delta, \quad (6)$$

$$p_3(z) + p_1(z) \ln(i - p_0(z)) + p_2(z)i \leq \Delta. \quad (7)$$

На рис. 7 графически представлены решения неравенства (7) для ряда значений допусков на изменение размера цилиндра (кривая 1 соответствует $\Delta = 0,1$ мм, 2 – $\Delta = 0,2$ мм, 3 – $\Delta = 0,4$ мм, 4 – $\Delta = 0,6$ мм, 5 – $\Delta = 0,8$ мм и 6 – $\Delta = 1$ мм).

Заключение

В статье представлена методика исследования накопления перемещений в системах с циклическим ударно-контактным взаимодействием элементов.

На основе анализа результатов численного моделирования построены аппроксимационные выражения, описывающие изменение перемещений контактной поверхности цилиндра, которые удобно использовать для прогноза изменения размеров, например, матриц для импульсной штамповки.

Литература

1. Нарыжный А.Г., Сапрыкин В.Н. Моделирование механических процессов импульсной гидродинамической штамповки // *Авіаційно-космічна техніка і технологія*. – Х.: НАКУ “ХАІ”, – 2003. – Вип. 36/1. – С. 72 – 75.
2. Ионов В.Н., Огибалов П.М. Напряжения в телах при импульсивном нагружении. – М.: Высш. шк., 1975. – 463 с.
3. Уилкинс М.Л. Расчет упругопластических течений / *Вычислительные методы в гидродинамике*. – М.: Мир, 1967. – С. 232 – 263.
4. Корн Г., Корн Т. *Справочник по математике для научных работников и инженеров*. – М.: Наука, 1970. – 720 с.

Поступила в редакцию 28.04.04

Рецензент: д-р. техн. наук, проф. А.Я. Мовшович, Харьковский НИИ технологии машиностроения, г. Харьков