УДК 681.51

А.В. КАЛЯКИН, В.И. КОРТУНОВ, И.Ю. ДЫБСКАЯ

Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Украина

ОБЕСПЕЧЕНИЕ ЗАДАННОГО ПОРЯДКА АСТАТИЗМА ПО ЗАДАЮЩЕМУ ВОЗДЕЙСТВИЮ КОМБИНИРОВАННЫХ СЛЕДЯЩИХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

Рассмотрено применение комбинированной следящей системы управления, содержащей контуры управления по ошибке и по задающему и возмущающему воздействиям для обеспечения повышенной точности слежения за счет использования приближенных инверсных моделей в двух контурах управления на основе теории инвариантности. Представленные результаты численного моделирования показывают, что трехконтурная система позволяет повысить точность за счет уменьшения влияния возмущений и практически не чувствительна к изменениям параметров объекта.

астатизм, инвариантность, итерационно-инверсная модель, комбинированная система, контур управления, следящая система

Введение

Одна из основных проблем современной теории автоматического управления – проблема повышения точности автоматических, в том числе следящих систем управления (ССУ). Перспективным в этом отношении является класс следящих систем, т.е. систем, в которых одновременно реализованы принципы управления по отклонению и по задающему (возмущающему) воздействию. Большие возможности повышения точности воспроизведения задающего воздействия в этих системах объясняются отсутствием противоречий между условиями инвариантности и устойчивости [1].

Несмотря на большой интерес к комбинированным системам для повышения точности, многие важные вопросы остаются неразрешенными. В частности, не раскрыты возможности, которые появляются при построении комбинированных систем с приближенно инверсными номинальными моделями, недостаточно изучены вопросы учета влияния различного рода нелинейностей на точностные характеристики комбинированных систем, не решены задачи анализа при компенсации нелинейностей, являющихся препятствием на пути к достижению инвариантности, остаются открытыми вопросы анализа устойчивости комбинированных следящих систем с приближенно инверсными моделями [2].

В данной работе предлагается применение трехконтурной ССУ (контуры управления по ошибке, по задающему и возмущающему воздействию) для получения повышенной точности слежения за счет использования приближенных инверсных моделей в двух контурах управления на основе теории инвариантности.

1. Постановка задачи

Рассмотрим двухконтурную комбинированную следящую систему управления, показанную на рис. 1.

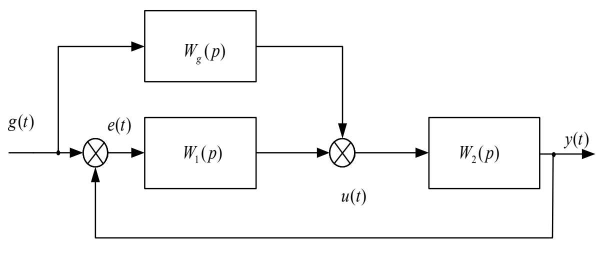

Рис. 1. Комбинированная ССУ (два контура)

Комбинированная ССУ отличается от одноконтурной (управление по отклонению) наличием связи по задающему воздействию $g(t)$ [3]. На схеме обозначены: $W_g(p)$ – передаточная функция (ПФ) по задающему воздействию; $W_1(p)$ – передаточная функция регулятора; $W_2(p)$ – передаточная функция объекта управления; p – оператор дифференцирования.

Данная схема обеспечивает инвариантность по задающему воздействию (нулевую ошибку слежения), если передаточная функция $W_g(p)$ содержит инверсную ПФ объекта [1], но в случае параметрических или внешних возмущающих воздействий данная схема не обеспечивает требуемой точности слежения.

Комбинированная ССУ (рис. 1) обладает следующим недостатками:

– при ее применении не учитывается влияние внешних возмущений;

– при ее применении не учитывается влияние внутренних возмущений;

– необходимо определить модель объекта с высокой точностью;

– при ее применении не учитываются нелинейности объекта управления.

Частично устранить перечисленные недостатки позволяет комбинированная ССУ, сочетающая три принципа управления: по отклонению, по задающему воздействию, по возмущению (косвенное измерение возмущения).

В работе предлагается комбинация инвариантного управления по возмущающему и задающему воздействию с приближенно инверсными моделями. Получаемая в этом случае трехконтурная ССУ позволяет повысить точность за счет уменьшения влияния возмущений.

2. Анализ инвариантности двухконтурной схемы

В соответствии со схемой ССУ (рис. 1) уравнения динамики системы в операторной форме имеют вид:

$$e_g(t) = g(t) - y(t);$$

$$u(t) = W_1(p)\, e_g(t) + W_g(p)\, g(t);$$

$$y(t) = W_2(p)\, u(t).$$

После исключения $y(t)$ и $u(t)$ уравнение для ошибки слежения принимает вид

$$\begin{aligned}&\left[1 + W_1(p)\, W_2(p)\right] e_g(t) = \\ &= \left[1 - W_2(p)\, W_g(p)\right] g(t).\end{aligned} \quad (1)$$

После подстановки передаточной функции дробно-рационального вида

$$W_i(p) = B_i(p) / A_i(p) \qquad (i = 1, 2, g)$$

в (1), получаем следующее выражение:

$$\begin{aligned}&\left[A_1(p)A_2(p) + B_1(p)B_2(p)\right] A_g(p)A_2(p)e_g(t) = \\ &= \left[A_2(p)A_g(p) - B_2(p)B_g(p)\right] A_1(p)A_2(p)g(t).\end{aligned} \quad (2)$$

Из полученного выражения (2) следует условие абсолютной инвариантности относительно задающего воздействия $g(t)$:

$$\left[A_2(p)A_g(p) - B_2(p)B_g(p)\right]\; A_1(p)A_2(p) = 0.$$

Если учесть, что $A_1(p) \neq 0$ и $A_2(p) \neq 0$, то условие инвариантности примет вид

$$\left[A_2(p)A_g(p) - B_2(p)B_g(p)\right] = 0. \quad (3)$$

Передаточная функция по задающему воздействию $W_g(p)$, удовлетворяющая условию абсолютной инвариантности, на основании условия (3) примет вид

$$W_g(p) = \frac{B_g(p)}{A_g(p)} = \frac{A_2(p)}{B_2(p)} = \frac{1}{W_2(p)}.$$

То обстоятельство, что передаточная функция $W_g(p)$, соответствующая абсолютной инвариантности, является физически нереализуемой, свидетельствует лишь о том, что невозможно достичь абсолютной инвариантности [1, 3]. Замена физически нереализуемой передаточной функции $W_g(p)$ на приближенную инверсную позволяет сделать систему с высокой точностью управления, в малом отличающуюся от инвариантной системы или ε-инвариантной [3]. Основным моментом реализуемости инвариантности является выбор способа приближения к инверсным моделям. В [4] описаны способы представления инверсных моделей, но в данной работе анализируется система слежения с итерационно инверсными моделями [5].

3. Анализ инвариантности трехконтурной ССУ

Рассмотрим трехконтурную ССУ, показанную на рис. 2.

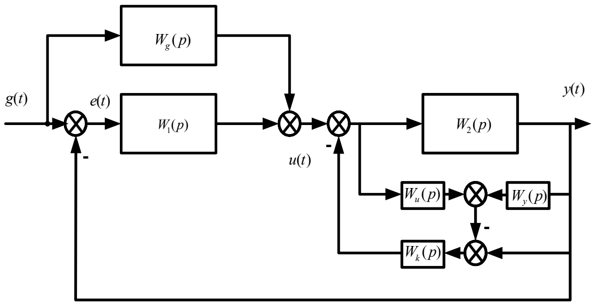

Рис. 2. Комбинированная ССУ (три контура)

Для краткости записи опустим оператор p в обозначениях передаточной функции. Передаточная функция по управлению от $u(t)$ к $y(t)$ имеет следующий вид:

$$W_{uy} = \frac{W_2}{1 + W_k W_2 - W_k W_u - W_k W_2 W_y}, \qquad (4)$$

где W_u, W_y, W_k – корректирующие передаточные звенья в соответствии с рис. 2.

При выполнении условия инвариантности $W_k = \dfrac{1}{W_u}$ ПФ (4) примет вид

$$W_{uy} = \frac{W_u}{1 - W_y}.$$

Полученное выражение показывает инвариантность системы к внутренним возмущениям, так как W_{uy} не зависит от свойств объекта. Звенья W_u, W_y могут быть представлены через ПФ наблюдателя состояния.

Следует отметить, что условие $W_k = \dfrac{1}{W_u}$ также является физически не реализуемым и может быть выполнено только приближенно.

Таким образом, для реализации инвариантной системы по задающему и возмущающему воздействиям необходимо выполнить два условия: $W_k = \dfrac{1}{W_u}$ и $W_g(p) = \dfrac{1}{W_{uy}}$, при которых $W_g = (1 - W_y) W_k$. Оба условия требуют инверсии передаточных функций. Одним из методов получения приближенной инверсной передаточной функции является ограниченный ряд Неймана [5]:

$$W^{-1}(p) \approx (1 + (1 - W(p)K_v) + (1 - W(p)K_v)^2 + \ldots$$
$$\ldots + (1 - W(p)K_v)^n) K_v,$$

где $K_v = K^{-1}$; K – статический коэффициент для $W(p)$.

Поскольку общий характер исследований затруднителен, рассмотрим в качестве примера комбинированную ССУ, следующую за объектом второго порядка. Модель объекта примем в виде

$$W_2(p) = \frac{B_2(p)}{A_2(p)} = \frac{K}{p(Tp + 1)},$$

а передаточные функции наблюдателя состояния соответственно будут равны

$$W_u = \frac{B_2(p)}{A_2(p) + L(p)};$$

$$W_y = \frac{L(p)}{A_2(p) + L(p)}.$$

Полином $L(p)$ выбирается из условия желаемого расположения полюсов наблюдателя. Для объекта примем $L(p) = l_1 p + l_0$. Таким образом, передаточные функции наблюдателя состояния получаем в следующем виде:

$$W_u = \frac{K}{Tp^2 + (l_1 + 1)p + l_0};$$

$$W_y = \frac{l_1 p + l_0}{Tp^2 + (l_1 + 1)p + l_0}.$$

Передаточную функцию вида $W_k = \dfrac{1}{W_u}$ запишем с использованием двух членов разложения ряда Неймана

$$W_k = \frac{l_0(2Tp^2 + 2(l_1+1)p + l_0)}{K(Tp^2 + (l_1+1)p + l_0)}.$$

Тогда передаточная функция

$$W_g(p) = (1 - W_y)W_k$$

соответственно запишется как

$$W_g = \frac{l_0(2Tp^2 + 2(l_1+1)p + l_0)\ p(Tp+1)}{K(Tp^2 + (l_1+1)p + l_0)^2}.$$

Примем передаточную функцию регулятора в виде $W_1 = 1,$ тогда передаточную функцию ССУ по ошибке запишем как

$$W_{ge} = \frac{1 - W_g W_{uy}}{1 + W_1 W_{uy}} = \tag{5}$$

$$= \frac{p^3(T^2p^2 + 2(l_1+1)Tp + 2l_1 + l_1^2)\ (Tp+1)}{(Tp^2 + (l_1+1)p + l_0)^2(Tp^2 + p + K)}.$$

На основании полученного выражения (5) можно сделать следующие выводы:

– ССУ имеет астатизм третьего порядка по задающему воздействию;

– полюсы системы определяются ПФ регулятора и наблюдателя состояния;

– астатизм системы обеспечивается ПФ регулятора (один порядок) и видом дополнительной связи по задающему воздействию (два порядка), что соответствует двум членам разложения инверсной модели в ряд Неймана.

Можно доказать более общее утверждение – порядок астатизма комбинированной ССУ определяется количеством членов разложения в ряд Неймана инверсной модели плюс астатизм за счет регулятора.

Следует отметить, что в рассмотренном примере не учитывались различия между реальным объектом и его моделью. При учете этих различий необходимо решать ряд дополнительных задач – выбор модели объекта, анализ влияния внешних и внутренних возмущений на качество управления и устойчивости ССУ в целом.

Рассмотрим результаты численного моделирования для данного примера. Зададим следующие значения параметров модели:

I. $K = K_o = 1;\ T = T_o = 0{,}1;$

II. $K = 1;\ T = 0{,}1;\ K_o = 1;\ T_o = 0{,}08;$

III. $K = 1;\ T = 0{,}1;\ K_o = 0{,}8;\ T_o = 0{,}08.$

На рис. 3 показаны ошибки ССУ, полученные в результате моделирования в пакете Simulink.

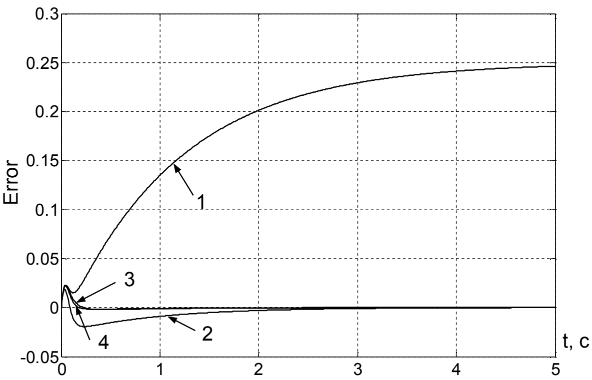

Рис. 3. Ошибки ССУ:
1 – двухконтурная система для варианта III;
2 – двухконтурная система для варианта II;
3 – двухконтурная система для варианта I;
4 – трехконтурная система для варианта III

На рис. 4 показаны ошибки ССУ в укрупненном масштабе.

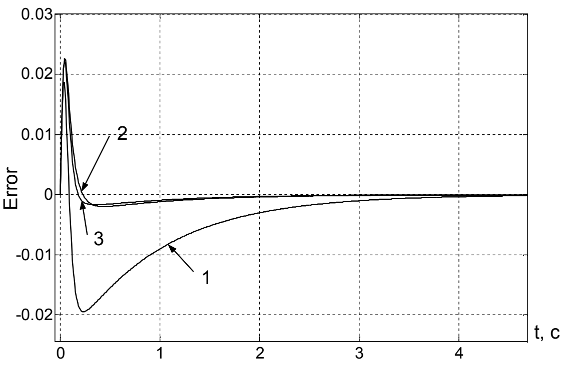

Рис. 4. Ошибки ССУ:
1 – двухконтурная система для варианта II;
2 – трехконтурная система для варианта III;
3 – двухконтурная система для варианта I

Из графиков ошибок видно, что наибольшую ошибку двухконтурной ССУ вызывает отличие статических коэффициентов модели и объекта.

При изменении статического коэффициента объекта на 20% максимальная ошибка увеличилась в 100 раз. Влияние изменения постоянной времени объекта на ошибку слежения также является существенным. При 20%-м изменении постоянной времени объекта максимальная ошибка увеличивается в 10 раз. Трехконтурная комбинированная следящая система управления практически нечувствительна к изменениям параметров объекта. При самом неблагоприятном варианте III, в котором изменяется на 20% и постоянная времени, и статический коэффициент модели, максимальная ошибка увеличилась только в 1,2 раза в сравнении с вариантом I.

Заключение

Предложенная трехконтурная схема инвариантного управления следящей системой на основе итерационно-инверсных номинальных моделей позволяет обеспечить требуемый порядок астатизма как по задающему, так и по возмущающему воздействиям. Порядок астатизма обеспечивается через представление передаточной функции наблюдателя состояния в ряд Неймана. Возможность задания требуемого порядка астатизма позволяет повысить точность следящей системы. Величина порядка астатизма выбирается по свойствам задающего и возмущающего воздействий.

Требования к наблюдателю состояния являются противоречивыми: с одной стороны полюсы наблюдателя должны располагаться левее полюсов замкнутой системы с регулятором с целью минимального влияния на динамику ССУ, с другой стороны полюсы наблюдателя должны располагаться правее неучтенных полюсов объекта с целью обеспечения устойчивости.

Результаты численного моделирования показали, что двухконтурная схема применима для объектов, параметры которых известны с высокой точностью. Трехконтурная схема обеспечивает высокую точность управления при широком диапазоне изменения значения параметров объекта управления.

Литература

1. Зайцев Г.Ф., Стеклов В.К. Комбинированные следящие системы. – К.: Техніка, 1978. – 264 с.

2. Yao B., Tomizuka M. Adaptive robust control of nonlinear systems: effective use of information // IFAC Symp. on System Identification. – 1997. – P. 913 – 918.

3. Менский Б.М. Принцип инвариантности в автоматических системах. – М.: Машиностроение, 1972. – 248 с.

4. Клейман Е.Г. Идентификация входных сигналов в динамических системах // Автоматика и телемеханика. – 1999. – № 12. – С. 3 –15.

5. Кортунов В.И. Итерационный метод восстановления возмущений в линейных стационарных динамических системах реального времени // Теория и системы управления. – 2003. – № 2. – С. 47 – 52.

Поступила в редакцию 10.09.2004

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Н. Д. Кошевой, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.