

УДК 33.6.3:629.7(075.8)

Ю.М. ТЕРЕЩЕНКО, В.В. ПАНИН, Ф.И. КИРЧУ

*Национальный авиационный университет, Украина*

## МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ ФОРМЫ ЛОПАТОК ПРИ АЭРОДИНАМИЧЕСКОМ ПРОЕКТИРОВАНИИ ОКОЛОЗВУКОВЫХ КАСКАДОВ КОМПРЕССОРОВ ГАЗОТУРБИННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ

Анализируются два алгоритма оптимизации, а именно Генетический Алгоритм (ГА) и алгоритм Модельного Отжига (МО), которые применяются при аэродинамической оптимизации трансзвукового каскада компрессора. Целью исследования было проанализировать возможность перепроектировки существующих профилей лопаток газотурбинного двигателя, для того, чтобы повысить КПД каскада, минимизируя полное давление и потери при удовлетворении множества ограничений. Это достигнуто изменением кривизны профиля при сохранении той же самой толщины профиля, массового расхода воздуха и угла поворота потока. Цель была достигнута за счет применения решателей (солверов), основанных на уравнениях Эйлера и аппроксимации средней линии профиля лопатки посредством применения неоднородных рациональных  $\beta$ -сплайнов. Методы оптимизации ГА и МО были направлены на минимизацию потерь, что на конкретном околозвуковом каскаде демонстрируется за счет существенного сокращения потерь полного давления. Сокращение потерь происходит за счет уменьшения профильного сопротивления и различных гидроударов.

**оптимизация, профиль, лопатка, целевая функция, численная газодинамика, генетический алгоритм, алгоритм модельного отжига**

### Введение

Аэродинамические методы оптимизации становятся очень привлекательным в сложившейся на сегодняшний день экономической и конкурентной ситуации в мире, поскольку их применение может уменьшить стоимость и время полного цикла проектирования, автоматизируя процесс проектирования. Аэродинамическая оптимизация формы позволяет проектировщику расширить проектируемую область (ограничения) для более полного достижения поставленных целей. Одна из возможных целей оптимизации – это минимизация потерь потока, которые могут быть измерены полной потерей давления (или изменением энтропии). Минимизация потерь потока может быть достигнута за счет изменения профиля лопатки. Автоматизация аэродинамического проектирования была достигнута объединением численной газодинамики, моделирующей поток, с численными методами оптимизации. С точки зрения оптимизации аэродинамической формы проблемой является совокупность возможных решений с множеством локальных минимумов, поэтому градиент-

ные методы могут дать ложные результаты. Это может случиться тогда, когда начальное приближение близко к глобальному минимуму. Ввиду этой причины и применяются эвристические/эволюционные глобальные алгоритмы типа ГА и алгоритма МО, использование которых гарантирует нахождение глобального минимума. Эти алгоритмы только недавно начали применяться для решения проблем данного типа; примеры использования таких алгоритмов даются в [1].

### 1. Задачи проектирования

#### 1.1. Постановка задачи

При аэродинамическом проектировании профиля лопатки одной из общих задач является модернизация существующего профиля лопатки для улучшения характеристик работы каскада.

При изменении существующего профиля требуется, чтобы были сохранены все ограничения, наложенные на перепроектируемый каскад; эти ограничения следующие. Оригинальные и новые лопатки должны иметь ту же самую осевую хорду, для того, чтобы можно было поместить новые лопатки в су-

ществующий компрессор. Углы входа и выхода потока оптимизированных лопаток должны быть теми же, что и оригинальных, иначе скоростные треугольники не будут соответствовать соседним рядам лопаток. Массовый расход газа через новый каскад должен быть тем же самым, что и в оригинальном каскаде, иначе в ГТД может нарушиться существующий расход газа, что может привести к серьезным проблемам, связанным с эффективностью ГТД, и повлиять на устойчивость газового потока. Шаг лопаток должен сохраниться установленный, как и общее количество лопаток. Распределение толщины для перепроектированного профиля должно быть то же самое, как для первоначального профиля. Таким образом, целью работы является минимизация потерь полного давления при заданных параметрах газового потока и граничных условиях.

### 1.2. Описание неоднородного рационального $\beta$ -сплайна

В данной работе профиль лопатки строится при использовании средней линии профиля и тангенциального распределения толщины.

Процедура оптимизации проводится итерационно до получения оптимальной формы профиля, которая удовлетворяла бы все ограничения и соответствовала целевой функции. Для минимизации временных и ресурсных затрат на вычисления профиль параметризуется с использованием неоднородного рационального  $\beta$ -сплайна. Кроме того, неоднородный рациональный  $\beta$ -сплайн имеет еще одно преимущество – может быть произведено локальное изменение формы профиля без затрагивания других частей того же профиля.

Главная особенность кривой неоднородного рационального  $\beta$ -сплайна состоит в том, что форма определяется набором контрольных точек и соответствующей толщиной; добавляя и перемещая одну или более контрольных точек, можно достигнуть любого локального или глобального изменения формы профиля. При помощи неоднородного рационального  $\beta$ -сплайна можно представить такие

кривые, как окружности, эллипсы, гиперболы, цилиндры, конусы.

## 2. Алгоритмы оптимизации

В данной работе используется два глобальных метода оптимизации: Алгоритм МО и Генетический алгоритм, и проведено их сравнение.

### 2.1. Генетический алгоритм (ГА)

Генетические алгоритмы – это объединение функций отбора, пересечения, объединения, изменения и элитических операторов с целью определения наилучшего решения задачи. ГА производит поиск оптимального решения до тех пор, пока не будет выполнен указанный критерий завершения работы [2].

В данной работе переменные представляются реальными значениями с использованием вещественных чисел с плавающей точкой. Представление переменных вещественными числами с плавающей точкой более предпочтительнее и удобнее, чем двоичное представление.

### 2.2. Алгоритм Модельного Отжига

Алгоритм модельной отжига назван по аналогии с процессом, который происходит при охлаждении металла и фиксации кристаллической структуры при минимальной энергии (процесс отжига) и поиске минимума в общей системе [3]. Если физическая система нагрета и затем медленно охлаждена, то кристаллическая структура системы может быть более упорядоченной и не вовлеченной в локальный минимум.

Главное преимущество алгоритма МО перед другими методами – способность избегать вовлечения в локальные минимумы. Алгоритм использует случайный поиск, который не только допускает изменения, которые уменьшают целевую функцию, но также и некоторые изменения, способствующие ее увеличению. Последние приняты с вероятностью

$$p = \exp\left(\frac{df}{T}\right),$$

где  $df$  – это прирост величины  $f$  при контролируемом параметре  $T$ .

Алгоритм МО работает следующим образом. Дана для оптимизации функция и несколько начальных значений для переменных, алгоритм МО запускается в работу при искусственно высокой температуре.

Во время медленного охлаждения неоднократно выбирается подмножество переменных и изменяется в окрестностях текущей точки. Если целевая функция имеет более низкое значение, чем новая итерация, эти новые значения принимаются исходными данными для следующей итерации. Если целевая функция имеет более высокое значение, то исходные данные выбираются заново.

Процесс продолжается до тех пор, пока значения не перестанут меняться. Окончание процесса будет свидетельствовать о том, что значение функции – возможно в ее глобальном минимуме. Глобальный минимум определяется путем выбора его значения с графика охлаждения, который включает температуру и скорость охлаждения.

### 3. Аэродинамическая проблема оптимизации

Оптимизация формы лопатки – ключевой шаг в цикле проектирования турбомашин. Эти исследования сосредоточены на доводке профиля лопатки, с целью минимизировать полную потерю давления. При оптимизации подвергают некоторым геометрическим изменениям лопатку при заданных параметрах потока.

При использовании методов оптимизации для проектирования формы лопатки необходимо выбрать переменные и по возможности уменьшить до минимума их количество при поддержании качества представления профиля (формы лопатки).

Для представления профиля были использованы неоднородные  $\beta$ -сплайны, при этом координаты по оси  $X$  используются как контрольные точки, которые остаются фиксированными при геометрической параметризации формы лопатки, в то время как ко-

ординаты  $U$  и толщина профиля были приняты как переменные.

Такая параметризация гарантирует хорошую непрерывность (обвод) профиля лопатки, также фиксирует длину хорды, а параметры, определяющие геометрию, имеют интуитивное значение, что облегчает наложение ограничений на их изменение для того, чтобы ограничить проектируемое пространство. Целевая функция в данном случае – это полная потеря давления. На эту функцию налагаются некоторые аэродинамические и механические требования, которые включают установленный массовый расход воздуха, фиксированные входные и выходные углы входа и выхода потока, установленное статическое давление, установленную хорду профиля и установленное распределение толщины профиля.

Чтобы перепроектировать данный профиль, используется следующий подход. Первоначально мы имеем околосзвуковой профиль, на спинке которого сформирован скачек уплотнения. Оригинальный профиль лопатки, который описан его средней линией и тангенциальным распределением толщины, принимается как спроектированный профиль в первом приближении. Средняя линия представляется при помощи неоднородного  $\beta$ -сплайна, использующего от 7 до 11 контрольных точек, тогда как распределение толщины остается установленным для всех последующих приближений профиля, для того, чтобы конечный профиль не получился недопустимо тонким.

Алгоритм оптимизации генерирует новый профиль лопатки, изменяя контрольные точки для средней линии профиля. Затем генерируется неструктурированная сетка для новой геометрии профиля лопатки, и применяются методы численной газодинамики, в которые входят решатели, построенные на уравнениях Эйлера, для того, чтобы смоделировать поток и вычислить: полную потерю давления, которая является целевой функцией, массовый расход воздуха и углы выхода потока, которые являются ограничениями. Эти шаги повторяются, пока полная потеря давления не уменьшится до ми-

нимума, что подразумевает под собой то, что скачек уплотнения или устранен, или, по крайней мере, ослаблен, и массовый расход воздуха, и угол выхода потока установлен в соответствии с требованиями и находятся в пределах допуска.

Целевая функция состоит из прироста расхода воздуха, прироста угла выхода потока, и других ограничений, обусловленных граничными условиями, которые задаются в методах численной газодинамики, ими являются полное давление, полная температура и входной угол, а также статическое давление на выходе. Математическое представление целевой функции  $E$  может быть выражено как

$$E = \Delta P_t + C_1 |\Delta m| + C_2 |\Delta \beta_2|,$$

где  $\Delta P_t$  – полная потеря давления;  $\Delta \beta_2$  – разница между вычисленным и заданным значениями угла выхода потока;  $\Delta m$  – разница между вычисленным и заданным расходом воздуха.

Величины  $C_1$  и  $C_2$  – это штрафные коэффициенты и они принимают следующие значения.

Для ГА,  $C_1$  и  $C_2$  равны нулю при установленных граничных условиях, иначе им присваиваются следующие значения:

$$C_1 = 1000, \text{ когда } |\Delta m| > 0,01;$$

$$C_2 = 10, \text{ когда } |\Delta \beta_2| > 1^\circ.$$

Для алгоритма ИО  $C_1 = 0,5$  и  $C_2 = 0,002$ ; они выбраны так, чтобы в равной степени ограничивать целевую функцию.

Двухмерный невязкий околосзвуковой поток в плоской решетке моделируется при помощи метода конечных элементов с использованием неструктурированной сетки с треугольными элементами.

При описании потока используются уравнения Эйлера, а для их решения применяется пятиуровневая схема Ранге – Кута. Затем моделировался вязкий поток. Использовался метод характеристик для наложения входных и выходных граничных условий.

#### 4. Околосзвуковой каскад компрессора

Это – каскад с острой передней и задней кромкой. Отношение шага к хорде равно 0,8, а распреде-

ление толщины соответствует двухдуговой форме с максимальной толщиной 10% по отношению к хорде и совпадает с ее серединой. Входной угол потока  $43,6^\circ$ . Для ГА целевая функция уменьшилась с 0,0043 до 0,0025 за шесть приближений, каждое приближение включало 30 итераций, результат был достигнут за 180 вычислений целевой функции.

Для алгоритма МО целевая функция уменьшилась с 0,0043 до 0,0026, результат был достигнут за 118 вычислений целевой функции. Для данных вычислений по каждому из алгоритмов было затрачено по 8 минут машинного времени, и использовались четырехугольные конечные элементы, общее число узловых точек – 2 800.

На рис. 1 и 2 показано распределение числа Маха вдоль оригинального профиля и для оптимизированного ГА алгоритмом профиля. Также можно увидеть, что у оригинального профиля возмущение больше, чем у оптимизированного. На рис. 3 и 4 показано распределение числа Маха вдоль оригинального профиля и для оптимизированного МО алгоритмом профиля.

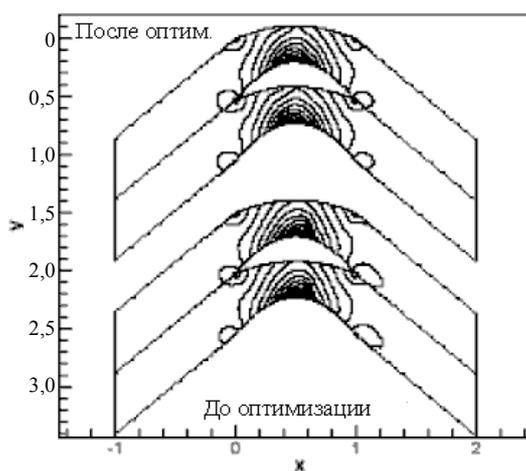


Рис. 1. Контурное распределение числа Маха для каскада компрессора с использованием ГА

Как видно из графиков, число Маха на входе и на выходе, как у оптимизированного профиля, так и оригинального, одинаково. Из рис. 5 видно, что изменение формы профиля после оптимизации относительно невелико, такого изменения довольно трудно было бы достигнуть при помощи ручного расчета. Также можно отметить, что оба проекта

имеют изменение формы профиля как на спинке, так и на корытце, что не приводит к изменению массового расхода воздуха.

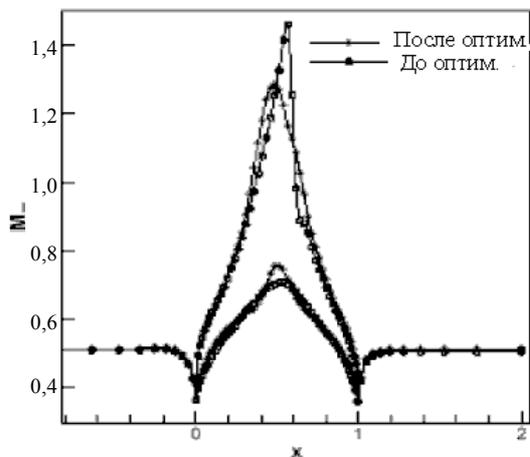


Рис. 2. Распределение числа Маха вдоль профиля для каскада компрессора с использованием ГА

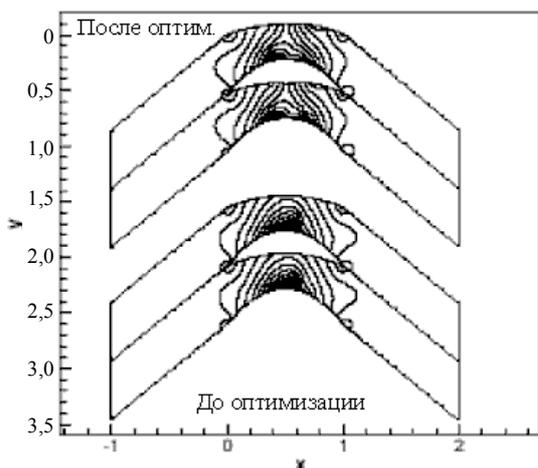


Рис. 3. Контурное распределение числа Маха для каскада компрессора с использованием алгоритма МО

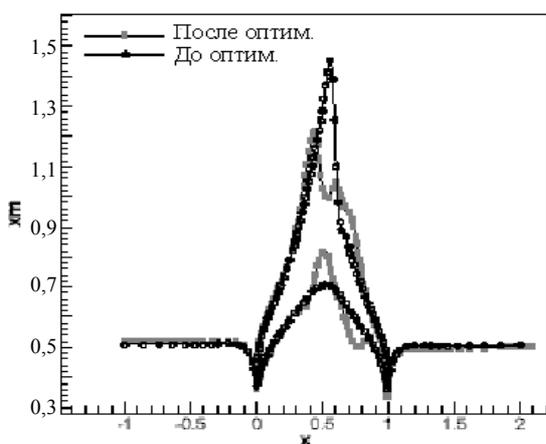


Рис. 4. Распределение числа Маха вдоль профиля для каскада компрессора с использованием МО

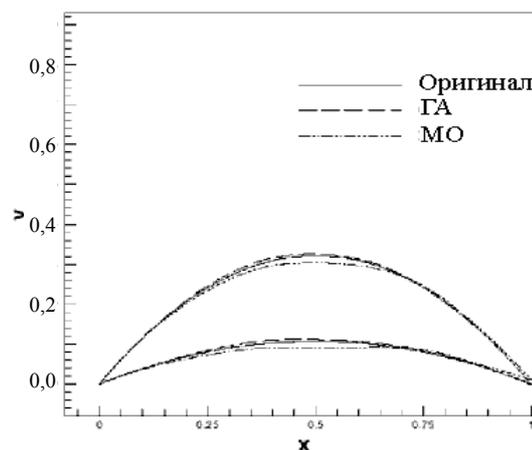


Рис. 5. Оригинальный и перепроектированный профиль лопатки

### Заключение

В данной работе были проанализированы два метода аэродинамической оптимизации: генетический алгоритм и алгоритм модельного отжига. Из проведенных исследований видно, что ГА эффективен при предварительном проектировании (решении задач с большим количеством переменных), в то время, как алгоритм МО более точен и дает выигрыш в производительности при решении задач с малым числом переменных и соответственно данный алгоритм предпочтительнее для решения задач, связанных с перепроектированием исходного профиля.

### Литература

1. Dennis B.H., Dulikravich G.S., Han Z.-X. Constrained Shape Optimization of Airfoil Cascades Using a Navier-Stokes Solver and a Genetic/SQP Algorithm // ASME Paper. – 1999. – No. 99-GT-441.
2. Gen M., Cheng R. Genetic Algorithm and Engineering Design. – Wiley, 1997.
3. Kirkpatrick S., Gelatt Jr. C.D., Vecchi M.P. Optimization by Simulated Annealing // Science. – 1983. – Vol. 220, No. 4598. – P. 671 – 680.

Поступила в редакцию 28.05.2004

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. А.В. Самков, начальник управления научного центра ВВС Украины, Киев.