

УДК 629.7.036:539.4

А.В. ШЕРЕМЕТЬЕВ, А.В. ПЕТРОВ

ГП «Ивченко - Прогресс», Украина

ВЫБОР НЕОБХОДИМЫХ ПАРАМЕТРОВ КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНЫХ СЕТОК ПРИ РАСЧЕТАХ НА ПРОЧНОСТЬ ЛОПАТОК АВИАДВИГАТЕЛЕЙ

Рассмотрено обоснование выбора необходимых параметров конечно-элементных сеток при расчетах на прочность лопаток компрессоров авиационных газотурбинных двигателей в трехмерной постановке. Предлагается методика оценки погрешностей, связанных с дискретизацией сеток и пересчетом граничных условий на субмодель. Оценивается влияние различных типов объемных конечных элементов на напряженное состояние лопатки.

метод конечных элементов, лопатки авиационных ГТД, прочность, конечно-элементные сетки, типы элементов, трехмерный анализ, субмодель, погрешность, дискретизация, граничные условия

В настоящее время метод конечных элементов (МКЭ) [1 – 3] является одним из наиболее часто используемых методов для расчета статической и динамической прочности двигателей в проектно-конструкторских организациях. Разработан ряд универсальных (коммерческих) конечно-элементных программных пакетов, в первую очередь – это NASTRAN, ANSYS, COSMOS, ABAQUS и др.

Они обладают обширными библиотеками конечных элементов и решателей систем уравнений, позволяющих моделировать и решать широкий круг задач прочности, газовой динамики, теплопередачи и др.

Однако за их универсальностью скрывается один существенный недостаток – эти программные пакеты требуют адаптации для решения конкретных инженерных задач.

Под адаптацией понимается выбор типа конечного элемента, степени густоты конечно-элементной сетки, подбор граничных условий и способа приложения нагрузок. Полученные таким образом расчетные результаты сравниваются с данными эксперимента и вырабатываются методические рекомендации для расчета тех или иных деталей. Так, например, в работе [3] приводится анализ сходимости численных расчетов по МКЭ для простейших задач изгиба балок и пластин.

Целью данной работы является обоснование выбора необходимых параметров конечно-элементных моделей (типа элемента и степени дискретизации сеток) при расчетах на прочность лопаток компрессоров авиационных газотурбинных двигателей (ГТД) в трехмерной объемной постановке.

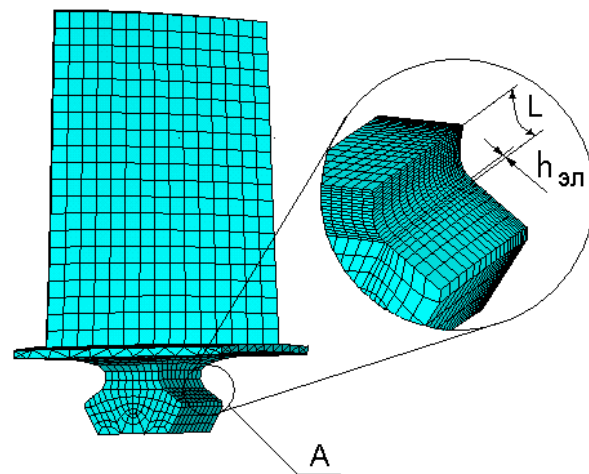


Рис. 1. Конечно-элементные модель и субмодель лопатки

Поскольку применение крупной сетки приводит к заниженным, неконсервативным оценкам (т.е. не идущим в запас), то к полученным результатам следует относиться с осторожностью.

Точность результата зависит от типа, размера и размещения конечных элементов. Использование моделей с крупной сеткой может давать результаты,

заниженные на 20 – 40% по сравнению с действительными значениями [4]. Уменьшение размеров элемента до приемлемого уровня обеспечивает нужную детализацию расчетной модели и получение достоверных результатов.

В свою очередь применение увеличения количества узлов и элементов в модели вызывает увеличение времени расчета и требует вычислительных машин с более высокими характеристиками. В некоторых случаях эти машинные затраты оказываются необоснованными. Поэтому выбор параметров конечно-элементных сеток в моделях требует оптимизации.

Одним из методов, позволяющих повысить точность расчетов МКЭ, является метод субмоделирования [5]. В соответствии с этим методом расчет проводится в два этапа. Сначала выполняется расчет с достаточно грубой сеткой, чтобы определить локализацию зон максимальных напряжений, затем в районе максимальных напряжений вычленяется субмодель (см. рис. 1), имеющая значительно большую плотность сетки. При этом граничные условия берутся из полной (грубой) модели. Пересчет граничных условий (перемещений) из полной модели на границу субмодели осуществляется при помощи интерполяции по функциям форм элементов [1, 2].

В данной работе рассматривается выбор необходимой сетки при расчете лопатки компрессора авиационного ГТД, имеющей хвостовик типа “ласточкин хвост” кольцевого типа.

Для проверки сходимости результатов по величине максимальных напряжений, используется последовательность расчетов по трем систематически улучшенным конечно-элементным сеткам полной модели лопатки, условно называемым: грубая, средняя и мелкая. При необходимости используются три аналогичные субмодели.

В работе [5] предлагается использовать дискретизацию этих сеток по принципу деления сторон элементов пополам.

Однако, считаем этот подход достаточно экстенсивным, требующим больших затрат машинных ресурсов, при уточнении напряжений в зоне концентрации. Предлагается использовать дискретизацию сеток способом “деления пополам”, но не всей модели, а только в зоне концентрации напряжений.

Для данной конструкции лопатки зона максимальных напряжений находится в ножке хвостовика (зона А на рис. 1). В табл. 1 приведен характерный размер конечного элемента в зоне концентрации для сеток с различной степенью дискретизации, в процентах от протяженности зоны максимальных напряжений (длины дуги L на ножке хвостовика лопатки, показанной на рис. 1).

О сходимости по максимальным напряжениям σ_{\max} можно судить, если выполняются следующие два условия [5]:

$$\left| \sigma_{\max}^c - \sigma_{\max}^g \right| > \left| \sigma_{\max}^m - \sigma_{\max}^c \right|; \quad (1)$$

$$\left| \frac{\sigma_{\max}^m - \sigma_{\max}^c}{\sigma_{\max}^m} \right| < \varepsilon, \quad (2)$$

где σ_{\max} – максимальные напряжения (в данном случае они определялись по теории Мизеса); индексы означают степень дискретизации: “г” – грубая, “с” – средняя, “м” – мелкая; ε – заданная погрешность.

В работе [5] ε определяет результат, как

$$\varepsilon = \begin{cases} 0,01 - \text{отличный;} \\ 0,05 - \text{хороший;} \\ 0,10 - \text{удовлетворительный.} \end{cases}$$

Если условия (1) и (2) выполняются, то расчет можно считать законченным. В противном случае необходимо переходить к процедуре субмоделирования.

В этом случае, дополнительным источником погрешностей является пересчет граничных условий (перемещений) из полной модели на границу субмодели. Тогда погрешность расчета будет определяться следующим образом [5]:

$$\varepsilon = \varepsilon_d + \varepsilon_{\Gamma Y}, \quad (3)$$

где ε_d – погрешность, связанная с дискретизацией между “мелкой” и “средней” сетками;

$\varepsilon_{\Gamma Y}$ – погрешность, связанная с пересчетом граничных условий на субмодель;

$$\varepsilon_d = \frac{\sigma_{\max}^M - \sigma_{\max}^C}{\sigma_{\max}^M}. \quad (4)$$

Аналогично определяется ошибка дискретизации между “средней” и “грубой” сетками для полных моделей и субмоделей

$$\varepsilon_{\Gamma Y} = \frac{\sigma_{\max}^{\Gamma Y_M} - \sigma_{\max}^{\Gamma Y_C}}{\sigma_{\max}^{\Gamma Y_M}}, \quad (5)$$

где $\sigma_{\max}^{\Gamma Y_M}$ и $\sigma_{\max}^{\Gamma Y_C}$ – максимальные напряжения, определенные на субмодели с “мелкой” сеткой с граничными условиями, взятыми из “мелкой” и “средней” сеток полной модели соответственно.

Аналогично определяется ошибка, связанная с пересчетом граничных условий для субмоделей.

Из выражения (3) следуют две различные ситуации:

1) когда ε_d и $\varepsilon_{\Gamma Y}$ имеют противоположные знаки и, в некоторой степени, компенсируют друг друга;

2) когда ε_d и $\varepsilon_{\Gamma Y}$ имеют один знак и складываются.

Чтобы обеспечить меньшую величину полной погрешности, чем заданную для расчета, примем:

$$|\varepsilon_{\Gamma Y}| < \varepsilon \text{ и } |\varepsilon_d| < \varepsilon, \text{ если } (\varepsilon_{\Gamma Y} \cdot \varepsilon_d) < 0; \quad (6)$$

$$|\varepsilon_{\Gamma Y}| < \alpha \cdot \varepsilon \text{ и } |\varepsilon_d| < (1 - \alpha) \cdot \varepsilon, \quad (7)$$

если $(\varepsilon_{\Gamma Y} \cdot \varepsilon_d) > 0$,

где $0 < \alpha < 1$ - коэффициент.

В работе [5] рекомендуется использовать $\alpha = 0,5$.

В работе [5] рассматриваются только элементы кубической формы 1 порядка. В данной работе, наряду с различной степенью дискретизации конечно-элементных моделей и субмоделей, исследуется влияние различных типов конечных элементов на напряженное состояние лопатки.

На рис. 2 схематически показаны типы исследуемых конечных элементов.

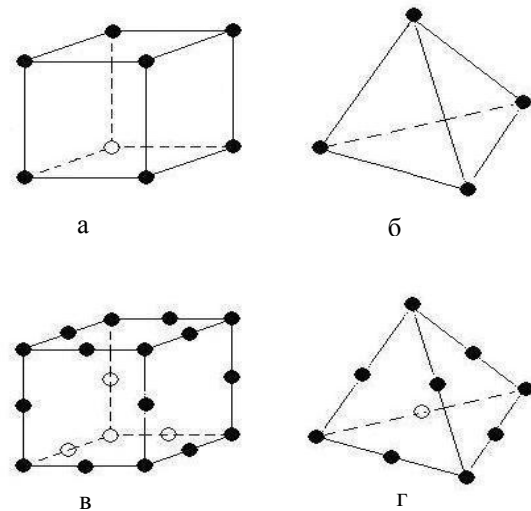


Рис. 2. Исследуемые типы конечных элементов:

- а – куб первого порядка;
- б – тетраэдр первого порядка;
- в – куб второго порядка;
- г – тетраэдр второго порядка

В табл. 2 приведены результаты расчета на прочность лопатки компрессора ГТД с различными типами конечных элементов и степенью дискретизации сетки, а также относительная погрешность дискретизации ε_d . Напряжения приведены в безразмерном виде. За единицу взяты максимальные эквивалентные напряжения в хвостовике лопатки из расчета грубой модели с использованием элементов кубической формы второго порядка.

В табл. 3 приведены погрешности, связанные с пересчетом граничных условий на границы субмоделей $\varepsilon_{\Gamma Y}$ для различных типов конечных элементов и степени дискретизации сеток субмоделей. Эта погрешность определяется ошибкой интерполяции

Таблица 1

Характерный размер конечного элемента,
в % от протяженности зоны максимальных напряжений

Тип модели	Грубая	Средняя	Мелкая
Полная модель	50,0	25,0	12,5
Субмодель	6,25	3,125	1,5625

Таблица 2

Влияние степени дискретизации конечноэлементной сетки
на напряженное состояние лопатки

Тип элемента	Тип модели	Тип сетки	Эквивалентные напряжения	ϵ_d , %
Кубической формы 1 порядка	Полная модель	грубая	0,896	
		средняя	1,024	12,50
		мелкая	1,056	3,03
	Субмодель	грубая	1,076	1,86
		средняя	1,080	0,37
		мелкая	1,082	0,18
Тетраэдр 1 порядка	Полная модель	грубая	0,790	
		средняя	0,999	20,92
		мелкая	0,971	- 2,88
	Субмодель	грубая	0,968	- 0,31
		средняя	0,990	2,22
		мелкая	0,992	0,20
Кубической формы 2 порядка	Полная модель	грубая	1,000	
		средняя	1,036	3,47
		мелкая	1,089	4,87
	Субмодель	грубая	1,089	0
		средняя	1,089	0
		мелкая	1,089	0
Тетраэдр 2 порядка	Полная модель	грубая	1,025	
		средняя	1,037	1,16
		мелкая	1,052	1,43
	Субмодель	грубая	1,051	- 0,10
		средняя	1,053	0,19
		мелкая	1,054	0,09

Таблица 3

Влияние граничных условий на напряженное состояние лопатки

Тип элемента	Тип сетки субмодели	Граничные условия взяты из полной модели лопатки типа		$\epsilon_{гy}$, %
		мелкая	средняя	
Кубической формы 1 порядка	грубая	1,076	1,046	2,79
	средняя	1,080	1,057	2,13
	мелкая	1,082	1,061	1,94
Тетраэдр 1 порядка	грубая	0,968	1,002	- 3,51
	средняя	0,990	1,022	- 3,23
	мелкая	0,992	1,003	- 1,11
Кубической формы 2 порядка	грубая	1,089	1,065	2,20
	средняя	1,089	1,065	2,20
	мелкая	1,089	1,065	2,20
Тетраэдр 2 порядка	грубая	1,051	1,055	- 0,38
	средняя	1,053	1,057	- 0,38
	мелкая	1,054	1,058	- 0,38

граничных условий и показывает, насколько далеко находится граница субмодели от зоны максимальных напряжений. Применение элементов кубической формы является более предпочтительным, чем элементов, имеющих форму тетраэдра. Так как в случае применения элементов тетраэдральной формы могут иметь место случаи выхода на поверхность модели всего одного узла, в котором соединяются несколько элементов (больше, чем в случае элементов кубической формы). А это, в свою очередь, может вызвать накопление погрешности экстраполяции значений напряжений из точек интегрирования в узлы конечного элемента. Однако, применение качественного равностороннего тетраэдра лучше, чем применение слишком искаженного вытянутого куба.

Заключение

1. Характерный размер конечного элемента в зоне максимальных напряжений важнее, чем количество элементов в модели.

2. В зоне концентрации напряжений предпочтительно использование элементов кубической формы второго порядка, как дающих большую точность и обладающих лучшей сходимостью результатов. В рассматриваемом случае, применение конечного элемента данного типа при расчете на прочность лопатки компрессора авиационного ГТД не потребовало процедуры субмоделирования после последовательности из трех расчетов по полным моделям лопатки.

3. Достаточно высокую точность решения можно получить, используя элементы кубической формы первого порядка, но с не менее, чем вдвое большей плотностью, чем аналогичных элементов второго порядка.

4. Конечные элементы тетраэдральной формы в субмоделях имеют отрицательную погрешность граничных условий и частично компенсируют погрешность дискретизации сетки. Поэтому, на границе субмодели допустимо использовать элементы типа тетраэдров, достаточно далеко от зоны максимальных напряжений. При этом тетраэдры второго порядка дают меньшую погрешность.

5. Конечные элементы тетраэдральной формы первого порядка обладают меньшей точностью и менее устойчивой сходимостью решения.

6. В случае возникновения трудностей при разбишке на конечные элементы сложных частей лопаток (полки хвостовика, радиуса перехода от пера к полке и др.) допускается применение элементов типа тетраэдр второго порядка.

7. Границы субмодели необходимо выбирать таким образом, чтобы суммарная погрешность не превышала 5%.

Литература

1. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике / Пер. с англ. – М.: Мир, 1975. – 544 с.
2. Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов / Пер. с англ. – М.: Мир, 1979. – 428 с.
3. Галлагер Р. Метод конечных элементов. Основы / Пер. с англ. – М.: Мир, 1984. – 392 с.
4. Crawford J., Evaluating Mesh Density // ANSYS Solutions. – Vol. 1, No. 2. – 1999.
5. Beisheim J.R., Sinclair G.B., On the Free-Dimensional Finite Element Analysis of Dovetail Attachments // Proceedings of ASME TURBO EXPO. – 2002. – GT-2002-30305.

Поступила в редакцию 19.04.2004

Рецензент: д-р техн. наук, проф. С.В. Елифанов, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского “ХАИ”, Харьков.