

УДК 681.518

Д.И. ВОЛКОВ

ОАО «Элемент», Одесса, Украина

ОПТИМАЛЬНЫЙ НАБЛЮДАТЕЛЬ КРУТЯЩЕГО МОМЕНТА ВЕРТОЛЁТНОГО ТВАД

Проведены теоретические исследования, разработан и опробован оптимальный наблюдатель крутящего момента вертолётного турбовального газотурбинного двигателя. Разработана и опробована методика сбора априорной статистической информации.

оптимальный наблюдатель, фильтр Калмана, оценка крутящего момента, математическая модель, априорная статистическая информация

Введение

Оптимальное управление в замкнутой системе управления ГТД реализуется как функция всех координат состояния. Однако ряд параметров, необходимых для управления ГТД, в настоящее время не измеряется или измеряется недостаточно точно. Это такие параметры, как тяга (механическая мощность или крутящий момент), удельный расход топлива. Доступная информация о движении объекта может быть получена только по вектору выходных переменных. Следовательно, необходимо построение алгоритма оценки неизмеряемых координат объекта, то есть алгоритма оценки состояния системы. Такая задача решается устройствами – наблюдателями.

1. Формулирование проблемы

В настоящее время существует обширная литература [1 – 5], освещающая теоретические основы и практические рекомендации по синтезу наблюдателей. Широко освещены вопросы структурного синтеза и расчёта оптимальных настроек наблюдателей (фильтров Калмана) на основе математической модели и априорной статистической информации. Также в достаточной мере представлены теоретические и практические рекомендации по анализу устойчивости наблюдателей. Наблюдается максимальное использование наработок по устойчивости

контуров автоматического регулирования. Отражены вопросы идентификации математической модели ГТД [4].

Однако в литературе недостаточно отражены методики сбора априорной информации для синтеза оптимальных наблюдателей. Отсутствуют требования к достоверности данной информации.

Целью настоящих исследований является решение следующих задач:

- выбор структуры наблюдателя координат вектора состояния и методики параметрической оптимизации;
- разработка методики сбора априорной информации для синтеза оптимальных наблюдателей;
- опробование разработанной методики при синтезе наблюдателя крутящего момента ТВаД.

2. Решение проблемы.

Синтез оптимального наблюдателя

ГТД как объект управления (ОУ) может быть [4] представлен парой уравнений: уравнением состояния

$$\frac{dX(t)}{dt} = A(t) \cdot X(t) + B(t) \cdot U(t) + W(t) \quad (1)$$

и уравнением наблюдения

$$Y(t) = C(t) \cdot X(t) + D(t) \cdot U(t) + V(t), \quad (2)$$

где X – вектор состояния;

U – вектор наблюдения;

U – вектор входных воздействий;

A, B, C, D – матрицы;

W – вектор возмущения;

V – вектор шумов измерения.

Соответствующая уравнениям (1,2) структура приведена на рис. 1.

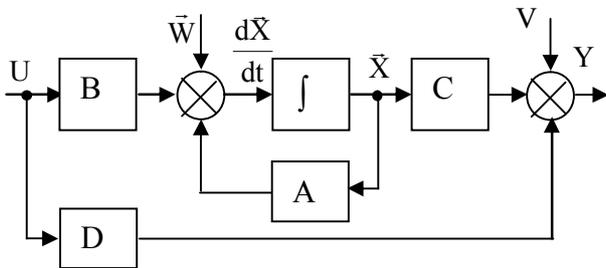


Рис. 1. Структурная схема ГТД как ОУ

Наблюдатель вектора состояния может быть реализован в соответствии со следующим дифференциальным уравнением [3]:

$$\frac{d\hat{X}(t)}{dt} = A(t) \cdot \hat{X}(t) + B(t) \cdot U(t) + K(t)[Y(t) - C \cdot \hat{X}(t) - D \cdot U(t)], \quad (3)$$

где K – матрица коэффициентов усиления.

Соответствующая структурная схема наблюдателя приведена на рис. 2.

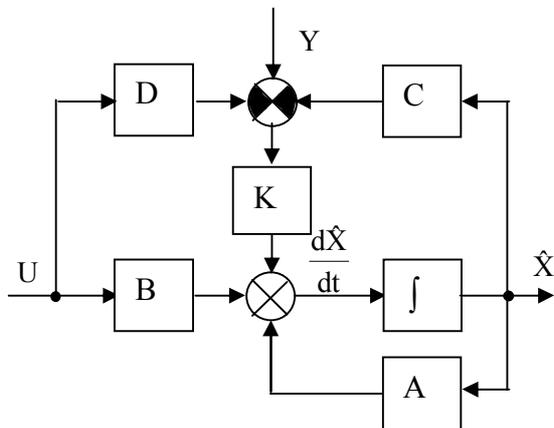


Рис. 2. Наблюдатель вектора состояния

Анализ схемы наблюдателя показывает, что коэффициенты матрицы K определяются дисперсией возмущения в координате состояния и дисперсией шума измерения соответствующих координат наблюдения. Наблюдение неизмеряемых или измеряемых с недостаточной точностью координат со-

стояния необходимо выполнять с использованием информации о координатах входных воздействий.

Однако измерение вектора входных воздействий также не всегда возможно или выполняется с недостаточной точностью измерения. К таким воздействиям относится, например, расход топлива. В таком случае требуется использование наблюдателя вектора входных воздействий следующей структуры (рис. 3).

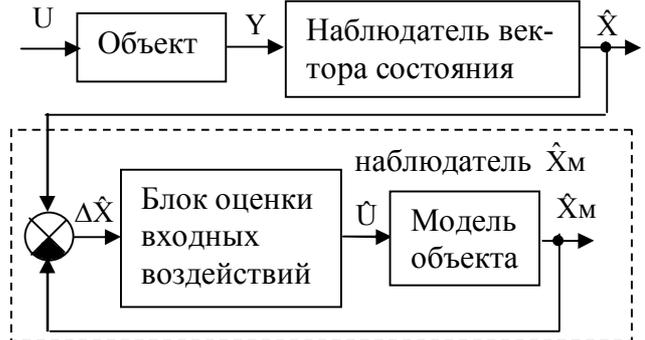


Рис. 3. Наблюдатель вектора входных воздействий

Цель функционирования такого наблюдателя заключается в определении оценки \hat{U} , удовлетворяющей условию $\hat{U} = U$ при $t \gg t_{tr}$. В статике настоящее условие соблюдается, если невязка $\hat{U} = U$ между оценкой вектора состояния объекта \hat{X} и вектора состояния модели объекта \hat{X}_m , соответствующего равна нулю $\Delta\hat{X} = \hat{X} - \hat{X}_m = 0$. На переходных режимах добавляется также условие равенства нулю не только невязки, но и её производных. Автоматический поиск оценки \hat{U} выполняется при помощи регулятора, то есть задача оптимального наблюдения сводится к задаче оптимального управления.

Реализация наблюдателя приведенной структуры возможна только при условии, что наблюдение вектора координат мало зависит от измерения вектора входных воздействий U.

Поэтому, количество координат в векторе входных воздействий не должно превышать число координат, оценка которых возможна без измерения входных воздействий.

Так, например, возможна оценка таких координат, как частоты вращения роторов ГТД и температуры за турбиной, при отсутствии достоверной информации о входных воздействиях – расходе топлива, температуре и давлении воздуха на входе в ГТД.

Таким образом, по результатам наблюдения частот вращения роторов ГТД, температуры за турбиной и их производных может определяться расход топлива. А при более точной оценке расхода топлива и наличии математической модели двигателя возможно оценивание, например, такой координаты, как крутящий момент на валу турбовального газотурбинного двигателя.

Оптимальная настройка [1, 4] наблюдателя (3) выполняется на основании априорной информации

$$K(t) = P(t)C^T(t)R^{-1}(t), \quad (4)$$

где $P(t)$ – корреляционная матрица ошибок оценивания, является решением матричного дифференциального уравнения Риккати:

$$\begin{aligned} \dot{P}(t) = & A(t)P(t) + P(t)A^T(t) - \\ & - P(t)C^T(t)R^{-1}(t)C(t)P(t) + Q(t). \end{aligned} \quad (5)$$

Наблюдатель является оптимальным фильтром Калмана.

Для стационарной системы A, C являются матрицами коэффициентов. В таком случае матрица коэффициентов усиления фильтра определяются выражением

$$K = PC^T R^{-1}, \quad (6)$$

а уравнение Риккати сводится к алгебраическому виду

$$0 = AP + PA^T - PC^T R^{-1} CP + Q. \quad (7)$$

Модель вертолётного двигателя АИ-450 [4] в окрестности стационарного режима может быть представлена в виде

$$\begin{vmatrix} \frac{dn_{TK}}{dt} \\ \frac{dn_{CT}}{dt} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} n_{TK} \\ n_{CT} \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} +$$

$$+ \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} G_T \\ N_{нагр} \\ G_{отб} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} w_1 \\ w_2 \end{vmatrix}; \quad (8)$$

$$\begin{vmatrix} n_{TK} \\ n_{CT} \\ T_T \\ T_T \\ P_K \\ N \\ K_{у.квд} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \\ c_{31} & c_{32} \\ c_{41} & c_{42} \\ c_{51} & c_{52} \\ c_{61} & c_{62} \\ c_{71} & c_{72} \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} n_{TK} \\ n_{CT} \end{vmatrix} +$$

$$+ \begin{vmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} \\ d_{41} & d_{42} & d_{43} \\ d_{51} & d_{52} & d_{53} \\ d_{61} & d_{62} & d_{63} \\ d_{71} & d_{72} & d_{73} \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} G_T \\ N_{нагр} \\ G_{отб} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \\ v_6 \\ v_7 \end{vmatrix}; \quad (9)$$

$$\begin{aligned} 0 = & \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{vmatrix} + \\ & + \begin{vmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \end{vmatrix} - \\ & - \begin{vmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} c_{11} & c_{21} \\ c_{12} & c_{22} \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} 1/\sigma_{w1}^2 & 0 \\ 0 & 1/\sigma_{w2}^2 \end{vmatrix} \times \\ & \times \begin{vmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sigma_{v1}^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{v2}^2 \end{vmatrix}. \end{aligned} \quad (10)$$

Для решения матричного уравнения (10) требуется знание параметров математической модели и априорной статистической информации Υ и σ_w .

Оценка данной априорной статистической информации (дисперсии возмущающих воздействий в векторе состояния и дисперсии шума измерения) была выполнена при помощи полосового фильтра (рис. 4).

Для выделенных шума измерения и возмущения определяется среднеквадратичное отклонение (априорная информация при оптимальной настройке коэффициентов наблюдателя).

Рассмотрим оценку среднеквадратического отклонения возмущения и шума измерения для наблюдае-

мой координаты – частоты вращения турбокомпрессора двигателя АИ-450.

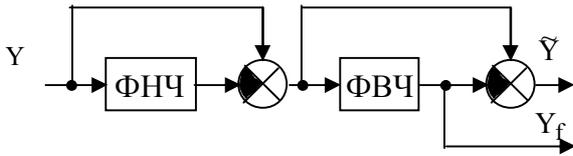


Рис. 4. Структура фильтра для выделения шума измерения и возмущений в наблюдаемом сигнале: ФНЧ – фильтр низких частот, ФВЧ – фильтр высоких частот; Y – наблюдаемый сигнал; \hat{Y} – шум измерения; Y_f – возмущения вектора состояния

Зная АЧХ контура управления частотой вращения турбокомпрессора (рис. 5), был выполнен синтез фильтра.

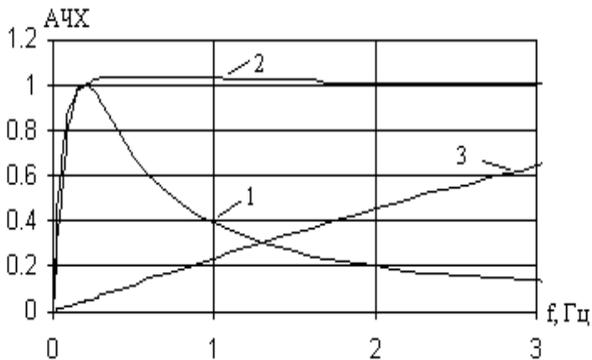


Рис. 5. Амплитудно-частотные характеристики: 1 – контура поддержания частоты вращения турбокомпрессора; 2 – фильтра низких частот; 3 – фильтра высоких частот

При использовании фильтра фактически выделяется совокупность шума измерения частоты вращения и высокочастотной составляющей, вызванной переходными процессами в контуре поддержания расхода топлива. Однако наблюдение высокочастотной составляющей не требуется ни в задачах управления (например, собственная частота колебаний контура управления частотой вращения турбокомпрессора двигателя АИ450 ≈ 0.25 Гц), ни в ещё более «медленных» задачах диагностики.

При помощи указанного фильтра было выполнено выделение возмущения и шума измерения из выборки измеренных значений частоты вращения ротора турбокомпрессора двигателя АИ-450.

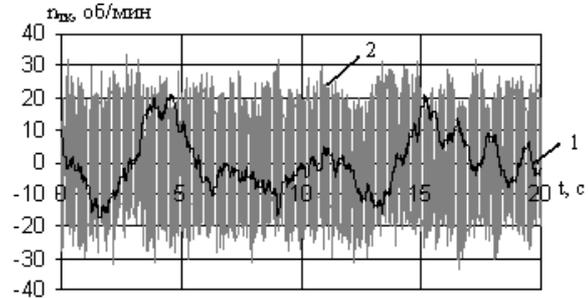


Рис. 6 Возмущение (1) и шум измерения при наблюдении частоты вращения турбокомпрессора (2)

Выполнив оценку среднеквадратического отклонения для обеих координат вектора состояния, получаем значения среднеквадратических отклонений возмущения и шумов измерения:

$$\begin{vmatrix} \sigma_{w1} \\ \sigma_{w2} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 21.04 \\ 29.19 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} \sigma_{v1} \\ \sigma_{v2} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 4.37 \\ 2.67 \end{vmatrix}. \quad (11)$$

Решение уравнения (10) было выполнено численным методом (рис. 6).

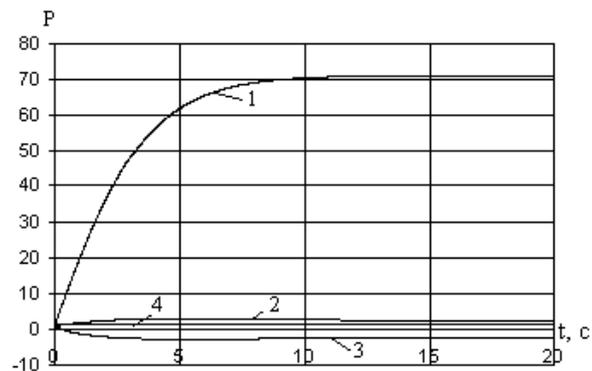


Рис. 7. Решение уравнения Риккати: 1 – p_{11} ; 2 – p_{12} ; 3 – p_{21} ; 4 – p_{22}

Итак, получаем значения корреляционной матрицы ошибок оценивания

$$\begin{vmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 71.24 & 2.37 \\ -2.29 & 1.51 \end{vmatrix}. \quad (12)$$

Соответственно матрица коэффициентов усиления наблюдателя:

$$\begin{vmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0.166 & 0.0864 \\ -0.00176 & -0.000918 \end{vmatrix} \quad (13)$$

На рис. 8 приведен график переходного процесса наблюдения частоты вращения ротора турбокомпрессора. Для сравнения приведено использование фильтра первого порядка, эквивалентного рассматриваемо-

му наблюдателю по степени сглаживания. Использование фильтра приводит к появлению сдвига фаз между наблюдаемым и сглаженным сигналами. При использовании наблюдателя сдвиг фаз минимален.

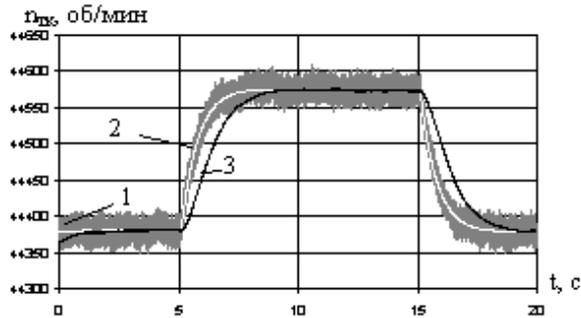


Рис. 8. Переходный процесс в наблюдателе частоты вращения турбокомпрессора при ступенчатом изменении расхода топлива:

- 1 – наблюдаемый процесс (с шумом измерения);
- 2 – процесс на выходе наблюдателя;
- 3 – процесс на выходе сглаживающего фильтра

Разработанный наблюдатель вектора состояния (рис. 2) был интегрирован в наблюдатель вектора входных воздействий (рис 3). Наблюдатель вектора входных воздействий позволяет выполнять не только оценку входных воздействий, но и других параметров работы двигателя, в частности крутящего момента $M_{кр}$. Разработанный наблюдатель был опробован для оценки расхода топлива и крутящего момента на валу свободной турбины вертолётного двигателя АИ-450. Результаты представлены на рис. 9, 10:

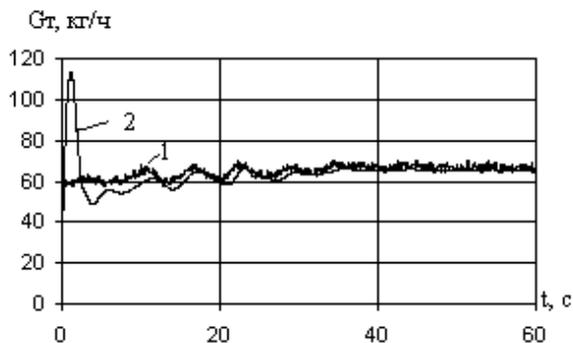


Рис. 9. График переходного процесса в наблюдателе расхода топлива G_t :

- 1 – измеренный G_t .
- 2 – оцененный при помощи наблюдателя G_t

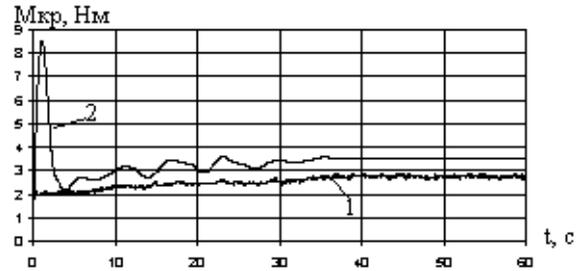


Рис. 10. График переходного процесса в наблюдателе крутящего момента $M_{кр}$:

- 1 – измеренный $M_{кр}$.
- 2 – оцененный при помощи наблюдателя $M_{кр}$

Заключение

Таким образом, теоретически обоснована и подтверждена экспериментально возможность оценивания измеряемой с недостаточной точностью координаты состояния ГТД – крутящего момента. Перспективы дальнейших исследований заключаются в учёте априорной неопределённости относительно параметров модели двигателя.

Литература

1. Ройтенберг Я.Н. Автоматическое управление. – М.: Наука, 1978. – 552 с.
2. Эйкхофф П. Основы идентификации систем управления. Оценивание параметров и состояния – М.: Мир, 1975. – 685 с.
3. Богуславский И.А. Прикладные задачи фильтрации и управления. – М.: Наука, 1983. – 400 с.
4. Синтез систем управления и диагностирования газотурбинных двигателей / С.В. Елифанов, Б.И. Кузнецов, И.Н. Богаенко, Г.Г. Грабовский, В.А. Дюков, С.А. Кузьменко, Н.А. Рюмшин, А.А. Самецкий. – К.: Техніка, 1998. – 312 с.
5. Справочник по теории автоматического управления / Под ред. А.А.Красовского. – М.: Наука, 1987. – 712 с.

Поступила в редакцию 20.04.2004

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.А. Герлига, ООО «Научно-исследовательский институт АЭС», Одесса.