УДК 533.6.011

**В.А. МАКСИМЕНКО**

***Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского "ХАИ", Украина***

# ПРИБЛИЖЕННЫЙ РАСЧЕТ ИСТЕЧЕНИЯ СВЕРХЗВУКОВОЙ СТРУИ В ВАКУУМ МЕТОДОМ ПЕРЕМЕЩАЮЩЕГОСЯ ИСТОЧНИКА

Описан приближенный метод истечения сверхзвуковой струи в вакуум из конического сопла. Получена хорошая сходимость результатов расчета с экспериментальными данными и данными, полученными методом характеристик.

**метод, сверхзвуковая струя, коническое сопло, структура истечения, линии тока, число Маха**

Интерес к изучению структуры свободной сверхзвуковой струи объясняется тем, что она часто служит фоном для более сложных процессов в ряде прикладных задач.

Истечение сверхзвуковой струи в вакуум является предельным случаем истечения свободной сверхзвуковой струи в затопленное пространство. Анализ расчетов, проведенных методом характеристик [1, 2], и – результаты экспериментов [3, 5], свидетельствуют о том, что в сверхзвуковой струе, истекающей; затопленное пространство имеются зоны, в которых давление падает ниже давления окружающей среды. Это, так называемые, области расширения, т.е. области, расположенные от начала "бочки" до пересечения с осью висячего скачка. При этом истечение в них можно рассматривать аналогично истечению в вакуум из сопла с параметрами на срезе, равными параметрам входе в "бочку" [1]. Так как в реальной струе, истекавшей в затопленное пространство, величина этих зон невелика, представляет интерес создание простого метода расчета истечения сверхзвуковой струи в вакуум вблизи среза сопла.

В работах [l, 4] предложены приближенные методы расчета истечения сверхзвуковой струи в вакуум при достаточно большом удалении от среза сопла в области, так называемого, сверхзвукового источника. Эта область характеризуется тем свойством, что при интегрировании уравнения потенциала в предположении изоэнтропичности течения и прямолинейности линий тока, ортогональные поверхности являются сферическими и эквипотенциальными в области сильного падения давления (области разрежений).

В указанных работах рассмотрен идеальный случай истечения с равномерным параллельным спектром скоростей на срезе сопла.

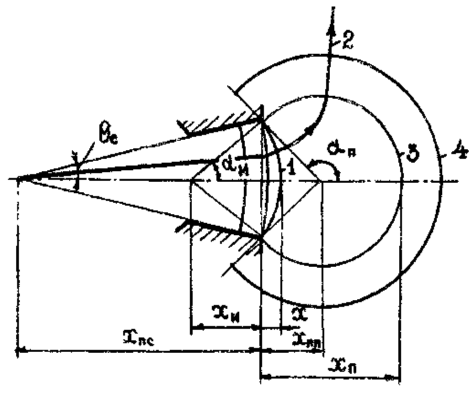

Рис. 1. Схема истечения сверхзвуковой струи

В практике наиболее часты случаи неравномерного поля скоростей на срезе сопла, вызванные как формой самого сопла, так и влиянием пристеночного слоя. Одним из возможных вариантов такого истечения является истечение из конического сопла.

Представим течение внутри конического сопла как истечение из некоторого фиктивного источника, полюс ккоторого расположен от среза тепла на расстоянии $\overline{x}_{пс}$ (рис. 1):

$$\overline{x}_{пс} = \mathrm{ctg}\theta_c, \qquad (1)$$

где $\overline{x}_{пс} = \dfrac{x_{пс}}{Rc}$ – относительное расстояние до полюса источника;

$\theta_c$ – угол полураскрытия сопла.

При таком рассмотрении линии тока в сопле будут прямолинейными, а эквипотенциальные поверхности до среза сопла сферическими с центром в полюсе источника.

Смещением полюса источника вдоль оси в сторону среза сопла можно получить ряд сферических сегментов 1, касающихся среза сопла, которые будут ортогональны линиям тока от перемещающегося источника.

Согласно такой схеме течения линия тока опишет траекторию 2.

Сравнение данной структуры истечения сверхзвуковой струи со структурой, полученной на основе метода характеристик [1, 4] для расчета истечения из идеального сопла, с равномерно распределенной скоростью на выходе свидетельствует о том, что даже в случае отсутствия ядра струи с постоянной скоростью, условие ортогональности линий тока сферическим сегментам выполняется только на срезе, оси сопла, а также в области, значительно удаленной от среза сопла. Полученные поверхности не являются эквипотенциальными в сравнении со структурой течения, определенной по методу характеристик.

Тем не менее, предлагаемая схема истечения качественно отражает картину истечения сверхзвуковой струи, является некоторой осредненной схемой реального течения. Чем больше неравномерность скорости при истечении из сопла и, чем меньше скорость на срезе сопла ($M_c \to 1$), тем ближе предложенная схема к структуре, получаемой по методу характеристик.

Воспользуемся уравнением неразрывности относительно полученных поверхностей [6]

$$q(M,\alpha) = \frac{1}{f} q(M_c,\theta_c). \tag{2}$$

Здесь применены обозначения:

$$q(M,\alpha) = \left(\frac{k+1}{2}\right)^{\frac{k+1}{2(k-1)}} \frac{M}{\left(1+\frac{k-1}{2}M^2\right)^{\frac{k+1}{2(k-1)}}} \cos\alpha \; -$$

безразмерная функция расхода;

$M$ – среднее значение числа Маха на ортогональной поверхности;

$\alpha$ – угол неравномерности распределения скоростей вдоль ортогональной поверхности;

$M_c$ и $\theta_c$ – число Маха на срезе сопла и полуугол раскрытия сопла;

$f = \dfrac{F}{F_c}$ – относительная площадь поверхности;

$F$ и $F_c$ – площадь сферического сегмента и площадь сечения сопла радиусом $R_c$.

Исходя из описанной схемы течения, путем несложных преобразований, относительную площадь выразим простым соотношением:

$$f = (1+\overline{x}^2), \tag{3}$$

где $\overline{x} = \dfrac{x}{R_c}$ – относительное расстояние от точки пересечение сегмента с осью до среза сопла.

Конусность сопла может быть учтена по формуле [1]:

$$q(M_c,\theta_c) = \frac{q(M_c)}{\cos^2\frac{\theta_c}{2}}. \tag{4}$$

Для определения среднего значения числа Маха, на ортогональной поверхности используем одномерную теорию истечения [6]. Для участка, близкого к оси сопла, запишем

$$\alpha = \frac{\alpha_м}{2}, \tag{5}$$

где $\alpha_м$ – угол, образуемый радиусом, соединяющим полюс с кромкой сопла, и осью течения.

Угол $\alpha_м$ выразим через безразмерную координату $\overline{x}$:

$$\cos\alpha_{\text{м}} = \frac{1-\bar{x}^2}{1+\bar{x}^2}. \qquad (6)$$

После несложных преобразований определим зависимость $\alpha$ от текущей безразмерной координаты $\bar{x}$:

$$\cos\alpha = \left(\sqrt{1+\bar{x}^2}\right)^{-1}. \qquad (7)$$

Подставив полученные выражения (2) – (4), (7) в уравнение неразрывности (1) получим соотношение, позволяющее найти усредненное значение числа Маха на участках, близких к оси струи:

$$q(M) = \frac{1}{\sqrt{(1+\bar{x}^2}\cos^2\frac{\theta_c}{2}} q(M_c). \qquad (8)$$

Очевидно, что это уравнение применимо до случая, когда радиус, соединяющий полюс сферы с кромкой сопла, отклонится на максимальный угол $\alpha_{\text{п}}$, равный максимальному углу отклонения потока при расширении в вакуум и определяемый по теории Прандтля–Майера [6].

Максимальное значение $\bar{x}_{\text{п}}$, при котором справедлив расчет по уравнению (8), будет равно:

$$\bar{x}_{\text{п}} = \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi-\alpha_{\text{п}}}{2}\right). \qquad (9)$$

Например, в случае k = 1,4 предельное значение $\bar{x}_{\text{п}} = 2{,}1667$.

Дальнейшее течение происходит при фиксированной положении полюса источника, которое определяется максимальным углом отклонения потока $\alpha_{\text{п}}$, что соответствует работе [4]:

$$\bar{x}_{\text{пп}} = \operatorname{ctg}(\pi-\alpha_{\text{п}}). \qquad (10)$$

Ортогональные сферические поверхности будут иметь форму 4 (рис.1). Относительная площадь этих поверхностей выразится зависимостью:

$$f = 2(\bar{x}\cdot \operatorname{tg}\beta_{\text{п}} - 1)^2(1+\cos\beta_{\text{п}})\operatorname{ctg}^2\beta_{\text{п}}, \qquad (11)$$

где $\beta_{\text{п}} = \pi - \alpha_{\text{п}}$.

Подставив выражение (11) в (2), получим уравнение, позволяющее определить усредненное значение числа Маха на участках, близких к оси струи, при расстояниях от среза сопла больших $\bar{x}_{\text{п}}$ (12):

$$q(M) = \frac{q(M_c)\operatorname{tg}^2\beta_{\text{п}}}{2(1+\cos\beta_{\text{п}})(\bar{x}\cdot\operatorname{tg}\beta_{\text{п}}-1)^2\cos\frac{\alpha_{\text{п}}}{2}\cos^2\frac{\theta_c}{2}}.$$

Сравнение результатов расчетов по формулам (8) и (12) с экспериментальными [3] и расчетными данными, полученными методом характеристик [1] на оси сопла, свидетельствуют об их достаточно хорошей сходимости (рис. 2).

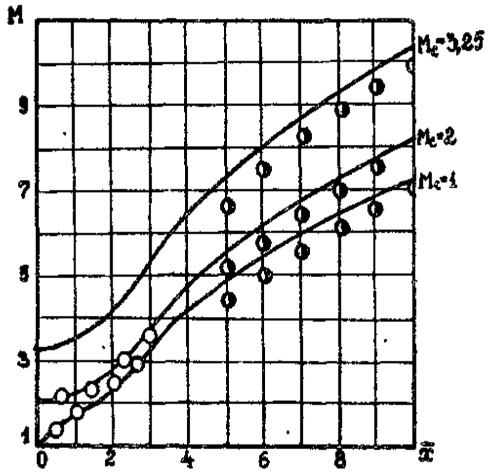


Рис. 2.Распределение чисел Маха по оси сверхзвуковой струи, истекающей в вакуум, k = 1,4:

◐ – расчет методом характеристик [1],

o – экспериментальные значения [3]

К сожалению, автор не располагал экспериментальными данными для более высоких чисел Маха, равно как и рассчитанными по методу характеристик данными для малых чисел Маха. Это и обусловило возможности проверки предлагаемого метода приближеного расчета сверхзвуковой струи.

Как и следует из вышеизложенных положений, наиболее точное совпадение с экспериментальными данными [3] происходит при относительно небольших числах Маха.

При больших числах Маха на значительном удалении от среза сопла, при сравнении с результатами

[1], полученными методом характеристик, предлагаемый приближенный метод расчета даёт несколько завышенные значения (на 5 – 10%). Возможно это объясняется различием граничных условий в постановке расчетных задач данного метода и метода характеристик [1] и изначальной приближенностью предлагаемого метода.

На основании вышеизложенного сравнения предлагаемого расчета с результатами, полученными другими авторами, предложенный относительно простой метод достаточно верно отражает усредненную физическую картину истечения и позволяет получить удовлетворительные результаты, не прибегая к громоздким методам численных расчетов.

## Заключение

Метод приближенного расчета истечения сверхзвуковой струи в вакуум может быть применен как простой и достаточно эффективный способ определения газодинамических параметров сверхзвуковой струи плазменных и ракетных двигателей при решении ряда прикладных задач теплового, газодинамического и прочих типов воздействия и влияния струй высоких энергий на окружающее пространство.

Истечение в затопленное пространство слабонедорасширенных сверхзвуковых струй происходит с образованием волновой структуры, состоящей из областей расширения и сжатия («газодинамический участок»), в которых за счет потерь на скачках уплотнения происходит постепенный переход от сверхзвукового к дозвуковому течению.

Волновая структура «газодинамического» участка истечения слабонедорасширенных сверхзвуковых струй в затопленное пространство в зонах расширения, близких к оси струи, имеет аналогичные истечению в вакуум области расширения, ограниченные «висячими» скачками уплотнения. Эти зоны чередуются с областями сжатия. Поэтому данный метод приближенного расчета истечения сверхзвуковой струи может быть применен и для расчета газодинамических параметров зон расширения таких струй, близких к оси струи, с учетом потерь давления на скачках уплотнения, перед этими зонами, в зонах сжатия.

## Литература

1. Аверенкова Г.Т, Ашратов Э.А. Истечение сверхзвуковой струи в вакуум / В кн.: Вычислительные методы и программирование. Выл. 7. – М.: Наука, 1967. – С. 225 – 241.

2. Сверхзвуковые струи идеального газа / Г.Т. Аверенкова, Т.Г.Волконская, Ю.Й. Дьяконов и др. – М.: МГУ, 1979. – 279 с.

3. Глазнев В.Н., Сулейманов Ш. Газодинамические параметры слабонедорасширенных свободных струй. – Сиб. отд.АН СССР, Наука, I960. – 120 с.

4. Юшенкова Н.И. Исследование структуры осесимметричной сверхзвуковой струи в вакууме / В кн.: Проблемы энергетики. – М., 1969. – С. 343 – 354.

5. Анцупов А.В., Благосклонов В.И. 0 структуре сверхзвуковой струи, истекающей в затопленное пространство // Тр.ЦАГИ. – 1976. – Вып. 1781. – 24 с.

6. Абрамович Г.Н. Прикладная газовая динамика. – М.: Наука, 1976. – 888 с.

*Поступила в редакцию 25.04.2004*

**Рецензент:** д-р техн. наук А.В. Бастеев, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского, Харьков.