

УДК 681.586.54

Д.И. ВОЛКОВ, В.Ф. МИРГОРОД

ОАО «Элемент», Одесса, Украина

## ФОРМИРОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ СОВМЕСТНОЙ РАБОТЫ ДВУХ ТВАД С РЕДУКТОРОМ И ДВУХРЯДНЫМ ВИНТОМ В СОСТАВЕ ДВУХДВИГАТЕЛЬНОЙ УСТАНОВКИ ВЕРТОЛЕТА

Предлагается математическая модель двухдвигательной силовой установки вертолета с соосными винтами, учитывающая динамические характеристики двигателей и крутильную жесткость соединительных валов трансмиссии. Выполнен анализ условий возникновения колебательных режимов при совместной работе двух двигателей на динамическую нагрузку.

**математическая модель, двухдвигательная установка, трансмиссия, колебательный режим**

### Введение

Построение адекватных математических моделей сложных динамических объектов авиационной техники является в настоящее время необходимым этапом при создании современных систем управления, выполняемых в профиле систем с полной ответственностью. Одним из таких объектов является силовая установка, состоящая из двух ГТД, трансмиссии и соосных винтов.

Основным вопросом для такого типа силовых установок является исключение возбуждения колебательных режимов, вызванных конечной крутильной жесткостью соединительных валов трансмиссии и нагрузки. Отработка алгоритмов цифровой системы управления ГТД обуславливает необходимость создания численно реализуемой математической модели силовой установки, учитывающей в полном виде ее динамические свойства.

### Формулирование проблемы

Разработанные и апробированные на практике математические модели ГТД [1, 2] достигли в настоящее время высокой степени совершенства и позволяют адекватно прогнозировать динамику двигателя для различных режимов функционирования и с различными управляющими воздействиями. В

наибольшей степени соответствуют задачам синтеза цифровых систем управления кусочно-линейные динамические модели [2], в которых достигается компромисс между требуемой точностью воспроизводства характеристик реальных ГТД и сложностью численной реализации.

Модели динамики нагрузки строятся в виде классических уравнений Лагранжа [3, 4]. В то же время недостаточное внимание уделяется описанию реальной трансмиссии как многозвенной составной механической системы с учетом крутильной жесткости соединительных валов и особенностями работы двух двигателей на общую динамическую нагрузку переменного характера. Известная особенность такого рода силовых установок состоит в возможном возбуждении слабо демпфированных колебаний при несоответствующем выборе алгоритмов управления режимами ГТД.

Дополнительные проблемы возникают в связи с необходимостью синхронизации ГТД по крутящему моменту. Указанный комплекс задач обуславливает необходимость разработки математической модели двухдвигательной силовой установки, учитывающей как характеристики и возможную неидентичность двигателей, так и динамические и статические параметры нагрузки, что и является **целью настоящей статьи**.

**Решение проблемы**

Динамическая модель, учитывающая моменты инерции редуктора, нижнего и верхнего винтов, а также коэффициенты крутильной жесткости валов, имеет следующую структуру (рис. 1).

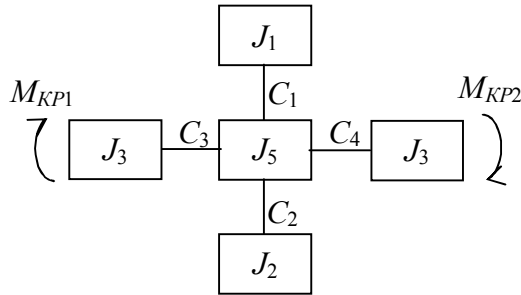


Рис. 1. Динамическая (механическая) модель несущего винта с редуктором

Представленная модель характеризуется следующими параметрами:  $J_1$  – момент инерции верхнего винта;  $J_2$  – момент инерции нижнего винта;  $J_3$  и  $J_4$  – моменты инерции свободных турбин двигателей № 1 и № 2;  $J_5$  – момент инерции редуктора;  $C_1$  – коэффициент крутильной жесткости вала верхнего винта;  $C_2$  – коэффициент крутильной жесткости вала нижнего винта;  $C_3 = C_4$  – коэффициент крутильной жесткости вала, соединяющего свободную турбину и редуктор вертолета.

Приведенной структуре (рис. 2, 3) соответствует Лагранжева система дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} J_1 \ddot{\varphi}_1 = c_1(\varphi_5 - \varphi_1) - M_{c1}; \\ J_2 \ddot{\varphi}_2 = c_2(\varphi_5 - \varphi_2) - M_{c2}; \\ J_3 \ddot{\varphi}_3 = c_4(\varphi_5 - \varphi_3) + M_{кр1}; \\ J_4 \ddot{\varphi}_4 = c_4(\varphi_5 - \varphi_4) + M_{кр2}; \\ J_5 \ddot{\varphi}_5 = c_1(\varphi_1 - \varphi_5) + c_2(\varphi_2 - \varphi_5) + \\ + c_3(\varphi_3 - \varphi_5) + c_4(\varphi_4 - \varphi_5). \end{cases} \quad (1)$$

Для механической системы, состоящей из верхнего и нижнего винтов при жесткой заделке вала в области редуктора, схема представлена на рис. 2.

Уравнение собственного движения соответствует первым двум уравнениям системы (2):

$$\ddot{\varphi}_i = \frac{1}{J_i} (M_i - c_i \varphi_i). \quad (2)$$

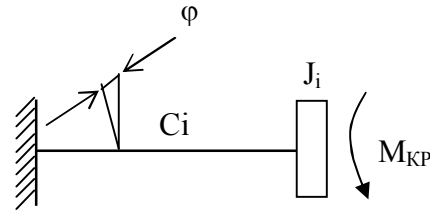


Рис. 2. Механическая схема винта при жесткой заделке редуктора

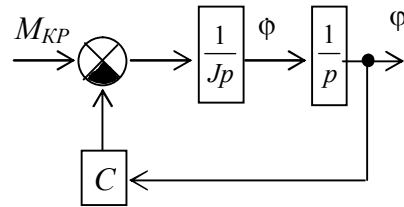


Рис. 3. Структурная схема системы при жесткой заделке винта

Рассмотрим структурную схему системы (рис. 3).

Передаточная функция имеет следующий вид:

$$W_i(p) = \frac{1}{J_i \cdot p \cdot p + C}. \quad (3)$$

Запишем передаточную функцию (3) в виде Фурье-преобразования

$$W_i(p) = \frac{1}{C_i - J_i \cdot \omega^2}. \quad (4)$$

Амплитудно-частотная характеристика соответственно (рис. 4) равна

$$A = \frac{|R(j\omega)|}{|Q(j\omega)|} = \frac{\sqrt{(\text{Re } R(j\omega))^2 + (\text{Im } R(j\omega))^2}}{\sqrt{(\text{Re } Q(j\omega))^2 + (\text{Im } Q(j\omega))^2}}, \quad (5)$$

где  $R(j\omega)$  – оператор воздействия;  $(j\omega)$  – собственный оператор.

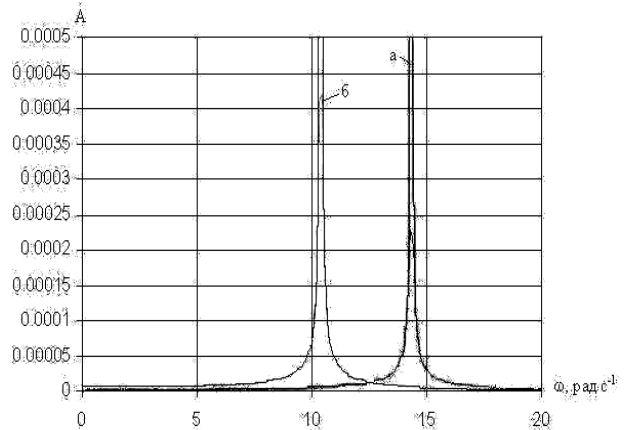


Рис. 4. Амплитудно-частотная характеристика: а) верхнего винта; б) нижнего винта.

Для трехмассовой системы, состоящей из двух винтов (нижнего и верхнего), а также редуктора с жесткой заделкой свободных турбин двигателей, схема представлена на рис. 5.

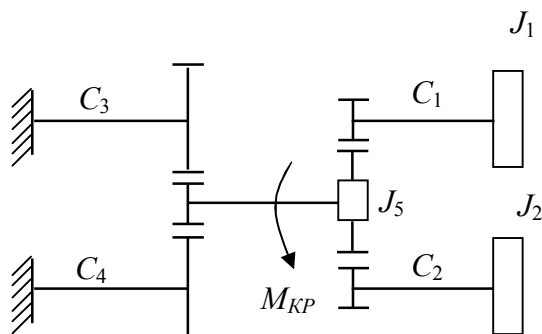


Рис. 5. Механическая схема редуктора и винтов вертолета при жесткой заделке свободных турбин

Данной схеме (рис. 5) соответствует структурная схема, показанная на рис. 6.

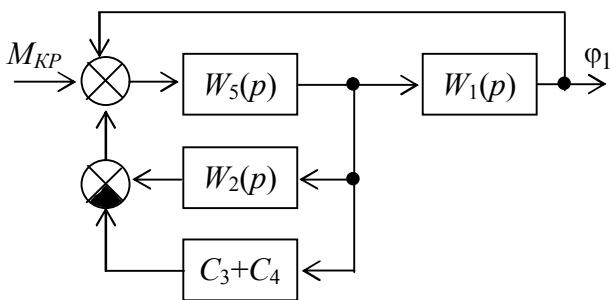


Рис. 6. Структурная схема системы, состоящей из редуктора и винтов вертолета при жесткой заделке свободных турбин

На схеме рис. 6:

$$W_1(p) = \frac{C_1^2}{J_1 \cdot p \cdot p} = \frac{C_1^2}{J_1 \cdot p \cdot p + C_1};$$

$$W_2(p) = \frac{C_2^2}{J_2 \cdot p \cdot p + C_2}; \quad W_5(p) = \frac{1}{J_5 \cdot p \cdot p + C_1 + C_2}.$$

Соответственно передаточная функция системы

$$W(p) = \frac{W_1(p)}{\frac{1}{W_5(p)} - W_2(p) + C_3 + C_4 - W_1(p)}. \quad (6)$$

В соответствии с (5) получим амплитудно-частотную характеристику данной системы, представленную на рис. 7.

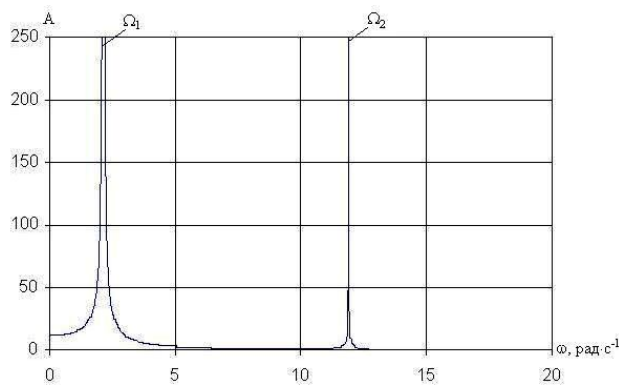


Рис. 7. Амплитудно-частотная характеристика редуктора и винтов при жесткой заделке валов свободных турбин

Для пятимассовой системы, состоящей из двух винтов (нижнего и верхнего), а также редуктора с жесткой заделкой свободных турбин двигателей механическая и структурная схемы представлены на рис. 8 и 9 соответственно.:

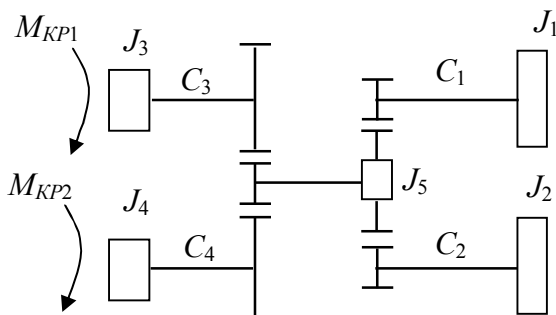


Рис. 8. Механическая схема редуктора и винтов вертолета при жесткой заделке свободных турбин

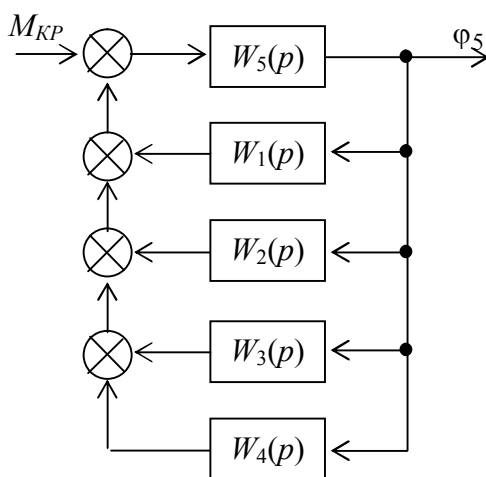


Рис. 9. Структурная схема системы, состоящей из двух винтов (нижнего и верхнего), а также редуктора с жесткой заделкой свободных турбин двигателей

На схемах рис. 8 и 9:

$$W_1(p) = \frac{C_1^2}{J_1 \cdot p \cdot p + C_1}; \quad W_2(p) = \frac{C_2^2}{J_2 \cdot p \cdot p + C_2};$$

$$W_3(p) = \frac{C_3^2}{J_3 \cdot p \cdot p + C_3};$$

$$W_4(p) = \frac{C_4^2}{J_4 \cdot p \cdot p + C_4};$$

$$W_5(p) = \frac{1}{J_5 \cdot p \cdot p + C_1 + C_2 + C_3 + C_4}.$$

Для упрощения рассмотрен канал  $M_{KP-\varphi_5}$  и  $M_{KP}$  приложен к редуктору. При частотном анализе это допустимо, так как собственные частоты системы одинаковые для всех точек системы. Изменяется только коэффициент усиления (и соответственно амплитуда колебаний).

Передающая функция  $M_{KP-\varphi_5}$  имеет следующий вид:

$$W(p) = \frac{W_5(p)}{1 - (W_1(p) + W_2(p) + W_3(p) + W_4(p))W_5(p)}. \quad (7)$$

Амплитудно-частотная характеристика системы, состоящей из двух винтов (нижнего и верхнего), а также редуктора с жесткой заделкой свободных турбин двигателей представлена на рис. 10.

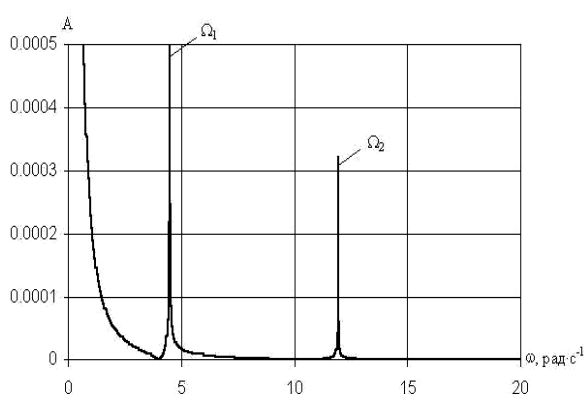


Рис. 10. Амплитудно-частотная характеристика системы

Данная пятимассовая система имеет две основные собственные частоты колебания, что необходимо учитывать при синтезе контура управления мощностью двигательной установки.

## Заключение

Основной задачей, решаемой при построении математической модели двухдвигательной силовой установки, является достижение ее соответствия реальным характеристикам двигателей и нагрузки, позволяющей выполнить численное моделирование выполнения алгоритмов управления мощностью. При работе перечисленных алгоритмов должно быть исключено возбуждение крутильных колебаний трансмиссии с частотами близкими к собственным частотам колебания системы, состоящей из винтов, редуктора и свободных турбин двигателей.

Перспективы дальнейших исследований заключаются в детализации нелинейных статических характеристик нагрузки и уточнении параметров разработанной модели по данным стендовых испытаний двухдвигательной силовой установки.

## Литература

1. Марковские модели сложных динамических систем идентификация, моделирование, и контроль состояния / Куликов Г.Г., Флеминг П.Дж. и др. – Уфа: Уфимск. гос. авиац. техн. ун-т, 1998. – 104 с.
2. Синтез систем управления и диагностирования газотурбинных двигателей / С.В. Епифанов, В.Л. Кузнецов и др. – К.: Техніка, 1998. – 312 с.
3. Рутковский В.Ю., Земляков С.Д., Глузов В.М., Епифанов С.В. Информативные признаки, предшествующие обрыву вала трансмиссии // ТВД. – 2004. – №7 (15). – С. 174 – 178.
4. Рутковский В.Ю., Суханов В.М., Епифанов С.В. Задача согласования лагранжевой модели упругой трансмиссии ТВД с моделями индукционного датчика оборотов и моментов винтов // Авиационно-космическая техника и технология. – Х.: НАКУ «ХАИ». – 2004. – Вып. 4/12. – С. 43 – 49.

Поступила в редакцию 31.05.2005

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. С.В. Епифанов, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.