УДК 629.735.083(045)

Н.С. КУЛИК, А.А. ТАМАРГАЗИН

Национальный авиационный университет, Украина

ОЦЕНКА ТЕХНИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ АВИАЦИОННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ С УЧЕТОМ СЛУЧАЙНЫХ ОШИБОК В ДИАГНОСТИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ

Рассмотрен метод использования функций риска при решении некорректных задач оценки технического состояния двигателей со случайными ошибками в диагностической информации.

авиационный двигатель, техническое состояние, условия эксплуатации

Введение

Основной из центральных проблем теории и практики диагностирования авиационных двигателей является учет случайных ошибок, возникающих в диагностической информации, получаемой в результате обработки данных, записанных на различного типа бортовые регистраторы полетной информации. Учитывая, что к оценке технического состояния двигателя предъявляются очень высокие требования в точности получаемых результатов, а методики, используемые при этом должны позволять также прогнозировать при заданных условиях эксплуатации это состояние как минимум на несколько полетных циклов, становится ясно, что при обработке полетной информации необходимо применять специальные алгоритмы, оценивающие эти погрешности.

1. Формирование проблемы

В большинстве случаев полетную информацию о работе различных систем и узлов двигателя можно представить в виде операторных уравнений первого рода

$$Ax = y\ , \qquad (1)$$

где x – искомый элемент сепарабельного гильбертового пространства X;

y – искомый элемент сепарабельного гильбертового пространства Y.

Будем считать, что гильбертовы пространства X и Y являются пополнением одного и того же счетно-гильбертова пространства Ф. Будем выбирать в качестве Ф пространства $R^{(0)}$ пространство всех бесконечных числовых последовательностей, в которых конечное число членов отлично от нуля.

Часто при решении уравнении вида (1) в бесконечномерных пространствах нас интересует не само решение $x \in X$, а либо некоторый набор функционалов от решения, либо значение некоторого оператора B на искомой решении. Пусть B есть такой оператор, действующий из X в некоторое сепарабельное гильбертово пространство Z. В практических приложениях в качестве пространства Z часто выбирается либо конечномерное евклидово пространство E_n, либо пространство последовательностей L_2, либо само пространство (или некоторое подпространство) X, а оператор B предполагается непрерывным однозначным оператором. Будем считать оператор B: $X \to Z$ линейным ограниченным.

Априорную информацию будем выбирать в виде принадлежности искомого решения x уравнения (1) некоторому замкнутому множеству W:

$$x \in W \subset Dom(A) \subseteq X\ , \qquad (2)$$

называемому множеством корректности. Задача вычисления значения оператора B на решении уравнения (1) с априорной информацией (2) и есть основной задача оценки погрешностей диагностической информации. С технической точки зрения удобно рассматривать основную задачу с тождественным оператором B и $X = Z$, а задачу вычисления значения оператора B на решении уравнения (1) как дополнительную задачу.

2. Решение проблемы

Исходные данные для решения уравнения (1) чаще всего заданы с аддитивной случайной погрешностью, т.е. вместо точного значения элемента $y \in Y$ имеем его приближенное значение

$$\widetilde{y} = y + u\ . \qquad (3)$$

Следуя [1], погрешности в задании исходных данных и будем считать реализациями некоторой слабой случайной величины ξ со значениями в пространстве Y. Слабая случайная величина ξ, моделирующая случайные погрешности, является слабой случайной величиной с нулевым средним, т.е. для всех $u \in Y$:

$$M[\xi,u] = \int_Y [z,u]\mu_\xi(dz) = 0$$

и с конечным вторым моментом, т.е. существует ограниченный корреляционный оператор

$$[Ru,v] = M[\xi,u][\xi,v] = \int_Y [y,u][y,v]\mu_\xi(dy)$$

для всех u, $v \in Y$.

Не ограничивая общности, можно считать слабое распределение μ_ξ, представляющее модель ошибок в задании исходных данных, невырожденным, т.е. для любого собственного подпространства $K \subset Y$ $\mu_\xi(K) = 0$.

В случае вырожденного распределения μ_ξ, задачу решения уравнения (1) можно редуцировать к более простой с невырожденным распределением случайной погрешности.

Действительно, пусть μ_ξ – вырожденное слабое распределение в пространстве Y. Тогда существует собственное подпространство $K_1 \subset Y$ такое, что $\mu_\xi(K_1) = 1$.

Рассмотрим линейное множество

$$Y_0 = \mathrm{Ran}(A) = Y.$$

Между множеством Y_0 и подпространством K_1 возможно одно из следующих четырех отношений включения:

1) $Y_0 \subset K_1$;

2) $K_1 \subset Y_0$;

3) $K_1 \cap Y_0 = \{\theta\}$, θ – нулевой элемент Y;

4) $K_1 \cap Y_0 \neq \varnothing$, но не выполнены отношения 1), 2) и 3).

Проанализируем каждое из этих отношений.

Учитывая результаты анализа этих отношений [2], не ограничивая общности, можно считать, что случайные погрешности в задании исходных данных имеют невырожденное распределение, а корреляционный оператор R является строго положительным ограниченным оператором.

При детерминированном подходе к некорректным задачам величина ошибки в задании исходных данных характеризуется заданием максимально допустимой нормы элемента и, представляющего в (3) ошибки.

В общем случае мы не можем задать величину максимально допустимой нормы ошибки. Например, если слабая случайная величина ξ, реализации которой моделируют погрешности в задании исходных данных, не является обычной случайной величиной, то

$$M\|\xi\|^2 = \int_Y \|y\|^2 \mu_\xi(dy) = \infty\ .$$

Норма единичной реализации слабой случайной величины ξ также не дает представления об абсолютной величине ошибки.

С другой стороны, корреляционный оператор случайной погрешности R (дисперсия в одномерном случае) характеризует как бы "размазывание" величины ξ по пространству. С этой точки зрения норма корреляционного оператора $R=\sigma^2\hat{R}$ является характеристикой абсолютной величины случайной погрешности.

Оператор $\hat{R}$ характеризует корреляционные связи слабой случайной величины ξ, моделирующей погрешности.

Параметр $\sigma^2=\|R\|$ будем называть мощностью слабой случайной величины ξ. Мощностью погрешности в задании исходных данных (шума) соответственно назовем мощность слабой случайной величины, моделирующей данную погрешность. Мощность погрешности будем считать основной характеристикой малости (величины) ошибки в задании исходных данных.

Слабую случайную величину ξ со значениями в пространстве Y будем называть сильно (слабо) сходящейся к нулю, если при стремлении ее мощности к нулю она сама в среднем квадратичном сильно (слабо) сходится к нулю. Если ξ – слабая случайная величина с конечным вторым моментом, то она слабо сходится к нулю, так как для всех $y\in Y$ при $\sigma\to 0$

$$M[\xi,y]^2=[Ry,y]\le\|R\|\|y\|^2=\sigma^2\|y\|^2\to 0\,.$$

Если ξ имеет корреляционный оператор ($R(\xi)$ является обычной случайной величиной), то она сильно сходится к нулю, так как при $\sigma\to 0$

$$M\|\xi\|^2=tr(R)=\sigma^2 tr(\hat{R})\to 0\,.$$

В теории некорректных задач с детерминированной моделью ошибок в исходных данных существенную роль в построении множеств корректности играют компактные операторы, переводящие слабо сходящиеся последовательности в сильно сходящиеся.

При рассмотрении случайных элементов роль компактных операторов выполняют операторы Гильберта-Шмидта: они переводят случайные элементы, слабо сходящиеся к нулю, в сильно сходящиеся к нулю, так как для любого $G\in\wp_{\mathrm{HS}}(Y)$

$$M\|G\xi\|^2=tr(G\times RG)\le\|R\|\|G\|_{HS}^2\,.$$

Следуя теории статистических решающих функций [4], введем понятие решающей процедуры (метода решения) для основной задачи.

Произвольное непрерывное отображение

$$d\colon Y\to Z$$

из пространства измерений Y в пространство решений Z будем называть решающей процедурой для определения приближенного решения основной задачи (приближенного вычисления значения оператора B на решении уравнения (1)).

Отметим, что в приведенном определении речь идет о приближенном решении основной задачи. Следовательно, неотъемлемой частью характеристики произвольной решающей процедуры является ее погрешность.

Именно погрешность дает связь решающих процедур с уравнением (1) и позволяет сравнивать между собой различные решающие процедуры.

Согласно теории статистических решающих функций, погрешность произвольной решающей процедуры будем характеризовать функцией риска.

Функцией риска $\Re(x,d)$ произвольной решающей процедуры, d: Y $\to$ Z будем называть функцию

$$\Re(x,d)=M\|Bx-d(Ax+\xi)\|^2\,. \qquad (7)$$

Ввиду того, что любое непрерывное отображение пространства измерений Y в пространство решений Z является $\Re$-измеримым, каждая решающая процедура $d\colon Y\to Z$ порождает в измеримом пространстве (Z, $\Re$) слабую случайную величину $\xi=d(Ax+\xi)$.

Ввиду того, что норма в гильбертовом пространстве есть интегрируемая по слабому распределению функция [5], операция математического ожидания в (7) определена корректно.

В силу этого замечания ограничение класса решающих процедур непрерывными отображениями не является принципиальным.

В общем случае в качестве решающих процедур можно рассматривать любые $\mathfrak{R}$-измеримые отображения.

Функция риска $\mathfrak{R}(x,d)$ произвольной решающей процедуры d имеет смысл средней погрешности решающей процедуры d при условии, что точное решение уравнения (1) равно x. А наша цель заключается в том, чтобы выбрать такую решающую процедуру, которая имеет наименьшую в определенном смысле функцию риска.

Фактически функция риска решающей процедуры d зависит не только от точки $x \in X$, но и от операторов A, B и распределения μ_ξ:

$$\mathfrak{R}(x,d) = \mathfrak{R}\left(x,d;A,B,\mu_\xi\right).$$

Для сравнения различных решающих процедур по качеству нужно уметь сравнивать исходные данные вида (3), отвечающие различным элементам множества корректности, т.е. сравнивать слабые случайные величины вида $\zeta(x) = Ax + \xi$, $x \in W$, и соответствующие им слабые распределения μ_x. Для однородности такого сравнения в математической статистике обычно предполагается, что $\{\mu_x\}_{x \in W}$ – доминируемое семейство распределений [1, 2], т.е. существует такое распределение ν в пространстве Y, что для любого $x \in W$ распределение μ_x является абсолютно непрерывным относительно распределения ν. Это предположение позволяет избежать информационной неопределенности, связанной с ортогональностью распределений.

Заключение

Представленная методика учета случайных ошибок в диагностической информации при оценке технического состояния авиационных двигателей по полетной информации с использованием функций риска позволяют, как показало компьютерное моделирование, технически упростить выявление особенностей эксплуатации двигателей на надежность их деталей и узлов.

Литература

1. Венцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория вероятностей и ее инженерные приложения. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. – 480 с.

2. Ченцов Н.Н. Статистические решающие правила и оптимальные выводы. – М.: Наука, 1972. – 520 с.

Поступила в редакцию 30.05.2005

Рецензент: д-р техн. наук, проф. С.А. Дмитриев, Национальный авиационный университет, Киев