УДК 629.7.03.036.3.001.42

## А.В. ОЛЕЙНИК, Н.А. ШИМАНОВСКАЯ

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина

## СТРУКТУРНО-ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ МОНИТОРИНГОВОЙ МОДЕЛИ ДИНАМИКИ ТЕМПЕРАТУРНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В КРИТИЧЕСКОЙ ТОЧКЕ УЗЛА ГАЗОТУРБИННОГО ДВИГАТЕЛЯ

Предложена математическая модель динамики температурных напряжений в точке узла ГТД для системы мониторинга выработки ресурса. Основу модели составляют параметризованные переходные характеристики напряжений при различных уровнях теплоотдачи. Точность обеспечивается параметрической идентификацией модели по конечно-элементной модели высокого уровня. На переходах типа «малый газ – взлетный – малый газ» погрешность расчета пикового значения напряжения в диске турбины составила ~2 МПа.

## температурные напряжения, мониторинг ресурса

Точность мониторинга выработки ресурсов авиационных газотурбинных двигателей (ГТД) во многом зависит от точности оперативного расчета температурных напряжений, возникающих в деталях на установившихся и неустановившихся режимах. Создание мониторинговой — легко алгоритмизуемой и одновременно достаточно точной математической модели динамики температурных напряжений в произвольном полетном цикле особенно актуально для двигателей, работающих в быстро изменяющихся условиях — на истребителях, противопожарных и спортивно-пилотажных самолетах и др. В представляемой работе рассматривается структура параметризованной мониторинговой модели температурных напряжений в выбранной точке узла двигателя.

В качестве граничных условий теплообмена для мониторинговых моделей может быть принято допущение о подобии на различных режимах двигателя распределений абсолютной температуры среды (газа и воздуха):

$$T(x_n, y_n, z_n) = \frac{T(x_n, y_n, z_n)_{\delta}}{T_{u_{\delta}}} \cdot T_u$$
 (1)

и коэффициентов теплоотдачи:

$$\alpha(x_n, y_n, z_n) = \alpha(x_n, y_n, z_n)_{\delta} \cdot k_{\alpha}, \qquad (2)$$

где  $x_n, y_n, z_n$  – координаты точек поверхности дета-

лей;

 $T_u$  — измеряемая, «управляющая» тепловыми процессами, температура газа;

 $k_{\alpha}$  — коэффициент подобия режима по теплоотдаче;

индекс «б» отмечает значения величин на некотором «базовом» режиме.

Известны зависимости, связывающие  $k_{\alpha}$  с контролируемыми параметрами двигателя: частотой вращения роторов, давлением воздуха, его температурой и другими [1, 2].

Задача расчета компоненты  $\sigma$  тензора локального температурного напряжения в детали узла ГТД в момент  $\tau$  неустановившегося режима обычно формулируется как квазистатическая задача термоупругости для соответствующей области пространства V с нестационарным температурным полем  $t(x,y,z,\tau)$ . Решение ее при переменных по пространству, но независящих от температуры свойствах материалов, можно представить в виде [3]:

$$\sigma(\tau) = \frac{\beta \cdot E}{1 - 2\mu} \left[ \widetilde{t}(\tau) - t(\tau) \right], \tag{3}$$

где  $t(\tau)$  – локальная температура;

$$\widetilde{t}(\tau) = \int_{(V)} k(x, y, z) \cdot t(x, y, z, \tau) \cdot dv$$
 – осредненная

по узлу двигателя температура;

k(x,y,z) — зависящая от пространственного распределения свойств весовая функция;

 $\beta$ ,  $\mu$ , E — локальные свойства: коэффициент линейного расширения, коэффициент Пуассона, модуль упругости;

dv – элементарный объем.

Линейность связи (3) температурного напряжения с температурным полем и подобие граничных условий (1), (2) позволяют создавать мониторинговую модель температурного напряжения на основе метода переходных характеристик [4, 5]. Согласно ему температурное напряжение при изменении  $k_{\alpha}$  во времени по закону  $k_{\alpha} \mid_{\tau=0}^{\tau}$  находится интегрированием процессов изменения напряжения, порожденных скачками управляющей температуры в предшествующие моменты:

$$\sigma(\tau) = \sigma(0) + \int_{0}^{\tau} G\left(\tau - \eta, k_{\alpha_n}\Big|_{\eta=0}^{\eta}\right) dT_u(\eta), \qquad (4)$$

где 
$$k_{\alpha_n}\Big|_{\eta=0}^{\eta} = k_{\alpha}\Big|_{\tau=\eta}^{\tau}$$
;

 $G(\eta, k_{\alpha_n}|_{\eta=0}^{\eta})$  — переходная характеристика температурного напряжения — его динамика  $\sigma(\eta)$  после единичного ступенчатого изменения  $T_u$  в момент  $\eta=0$  при изменении  $k_{\alpha}$  по закону, заданному функцией  $k_{\alpha_n}|_{\eta=0}^{\eta}$ ;

 $T_u(\tau)$  и  $dT_u(\tau)$  — обобщенные функции, содержащие конечные скачки значений.

В случае постоянной теплоотдачи расчет температурного напряжения по формуле (4) требует знания  $G(\eta, k_{\alpha})$  – переходной характеристики температурного напряжения при соответствующем постоянном значении  $k_{\alpha}$ .

Расчет ее по модели высокого уровня обычно не вызывает затруднений и может быть проведен предварительно. После этого использование формулы (4) обеспечивает практически полное совпадение ре-

зультатов с расчетами  $\sigma(\tau)$  по модели высокого уровня при очевидной простоте алгоритма и малости вычислительных затрат.

Переходную характеристику температурного напряжения при постоянном  $k_{\alpha}$  можно интерпретировать как решение несвязанной задачи термоупругости для нестационарного температурного поля, созданного отнулевым ступенчатым измененем  $T_{u}$ , при нулевой начальной температуре и неизменной теплоотдаче, отнесенное к  $T_{u}$ . Решение уравнения теплопроводности для локальной и осредненной температур при перечисленных условиях имеет вид экспоненциальных рядов [6]:

$$t(\tau) = \left[ A_0 - \sum_{i=1}^{\infty} A_i \exp\left(-\frac{\tau}{v_i}\right) \right] T_u;$$
$$\widetilde{t}(\tau) = \left[ B_0 - \sum_{i=1}^{\infty} B_i \exp\left(-\frac{\tau}{v_i}\right) \right] T_u.$$

Это позволяет, учитывая связь температурного напряжения с температурами (3), представить подобным рядом и переходную характеристику:

$$G(\tau, k_{\alpha}) = \frac{\sigma(\tau, k_{\alpha})}{T_{u}} =$$

$$= C_{0} - \frac{\beta \cdot E}{1 - 2\mu} \sum_{i=1}^{\infty} C_{i} \exp\left(-\frac{\tau}{v_{i}}\right). \tag{5}$$

Для мониторинговых моделей неизвестные параметры  $C_0$ ,  $C_i$ ,  $V_i$  можно найти методами параметрической идентификации, обеспечивающими поиск их оценок, минимизирующих интегральную квадратичную функцию невязки переходной характеристики (5) и ее расчета по модели высокого уровня:

$$\Phi(C_0...C_i...v_i) = \int_0^\infty \left\{ G(\tau, k_\alpha) - \frac{\sigma(\tau, k_\alpha)}{T_u} \right\}^2 d\tau =$$

$$= \int_0^\infty \left\{ C_0 - \sum_{i=1}^\infty C_i \exp\left(-\frac{\tau}{v_i}\right) - \frac{\sigma(\tau, k_\alpha)}{T_u} \right\}^2 d\tau.$$

Параметр  $C_0$  может быть найден отдельно от остальных на основе расчета по модели высокого уровня температурного напряжения на установившемся режиме:

$$C_0 = \sigma(\infty, k_\alpha)/T_\mu$$
.

На рис. 1 показаны переходные процессы окружного температурного напряжения внутри ступицы диска турбины высокого давления двухконтурного турбореактивного двигателя.

Расчет проводился по газодинамическим, тепловым и термопрочностным моделям высокого уровня при температурах газа и воздуха взлетного режима и коэффициентах теплоотдачи различных режимов от малого газа до взлетного.

По сравнению с монотонными процессами локальной температуры, полученными в работе [5], переходные процессы температурных напряжений имеют более сложный, немонотонный вид. Описание их с погрешностью 3...5 МПа требует 4 – 6 экспонент в представлении (5), т.е. на 1 – 3 больше чем потребовалось для описания процессов температуры.

Использование переходных характеристик при постоянной теплоотдаче приводит к значительной погрешности в случаях, когда теплоотдача существенно изменяется до завершения предшествующих переходных процессов.

Необходимость рассчитывать предварительно или в ходе мониторинга переходные характеристики для всевозможных вариантов изменения теплоотда-

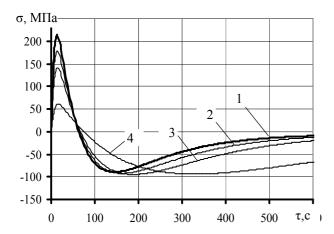


Рис. 1. Переходные процессы окружного температурного напряжения в диске турбины при постоянной теплоотдаче:

$$1 - k_{\alpha} = 1$$
;  $2 - k_{\alpha} = 0.75$ ;  $3 - k_{\alpha} = 0.55$ ;  $4 - k_{\alpha} = 0.2$ 

чи является основной проблемой метода переходных характеристик.

В работе [5] предложен компактный алгоритм получения переходных характеристик при изменении теплоотдачи в ходе процесса из характеристик при постоянной теплоотдаче. Он использовался для переходных характеристик температуры, но может использоваться и для переходных характеристик температурных напряжений.

Расчетные исследования подтверждают асимптотическое подобие переходных процессов температурных напряжений при ступенчато изменяющейся и постоянной теплоотдаче. Если в момент  $\tau_s$  после начала процесса распределение коэффициентов теплоотдачи ступенчато изменилось от значения  $k_{\alpha s}$  до значения  $k_{\alpha s}$ , то по истечении сравнительно небольшого интервала времени после  $\tau_s$  процесс протекает как процесс с постоянным, соответствующим значению  $k_{\alpha s}$ , распределением, приближенный по времени на  $\Delta s$  (рис. 2).

Исследование большого числа переходных процессов при различных значениях  $\tau_s$ ,  $k_\alpha$  и  $\Delta k_\alpha = k_\alpha - k_{\alpha s}$  позволяет с достаточной точностью описать смещение единой зависимостью, типа

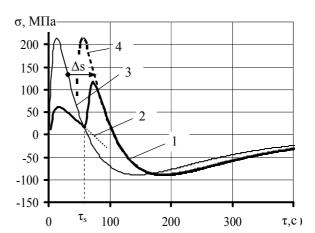


Рис. 2. Асимптотическое подобие переходных процессов окружного температурного напряжения при изменяющейся и постоянной теплоотдаче:

 $1 - k_{\alpha} = 0, 2 \div 1$ , изменение при  $\tau_s = 60$  с;  $2 - k_{\alpha} = 0, 2$ ;  $3 - k_{\alpha} = 1$ ;  $4 - k_{\alpha} = 1$ , смещение на  $\Delta s = 45$  с

$$\frac{\Delta s}{\tau_s} = \varphi \left( \frac{\Delta k_{\alpha}}{k_{\alpha}} \right) \approx \xi \frac{\Delta k_{\alpha}}{k_{\alpha}} . \tag{6}$$

При этом зависимости (6) для переходных характеристик температуры и температурных напряжений для деталей, образующих конструктивный узел, практически не отличаются (рис. 3).

Если участок перехода от одного процесса к другому описать экспонентой, то асимптотическое подобие позволяет достаточно точно описать ход переходного процесса при  $\tau \geq \tau_s$  формулой:

$$\sigma(\tau) = \left[ G(\tau - \Delta s, k_{\alpha}) - \Delta G \exp\left(-\frac{\tau - \tau_{s}}{v_{s}}\right) \right] T_{u}, \quad (7)$$
 где  $\Delta G = G(\tau_{s} - \Delta s, k_{\alpha}) - G(\tau_{s}, k_{\alpha});$ 

 $v_s$  — характерное время реакции температурного состояния на изменение теплоотдачи.

Параметр  $v_s$  уравнения (7) можно идентифицировать по расчету по модели высокого уровня переходного процесса с постоянной при  $\tau \geq 0$  температурой  $T_u$  и однократным ступенчатым изменением теплоотдачи в момент  $\tau_s$ .

Переходная характеристика при ступенчатом изменении теплоотдачи, исходя из (7), при  $\tau \ge \tau_s$  будет иметь вид:

$$G\left(\tau, k_{\alpha_n}\Big|_{\tau=0}^{\tau}\right) = \Pi(\tau - \Delta s, k_{\alpha}) - \Delta \Pi \exp\left(-\frac{\tau - \tau_s}{v_s}\right).$$
 (8)

Для процесса, начавшегося в момент  $\eta$ , и протекающего с непрерывным изменением теплоотдачи,

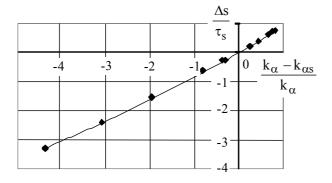


Рис. 3. Функция преобразования переходных характеристик

смещение переходной характеристики  $s_{\eta}(\tau)$  можно найти интегрированием смещений (6), произошедших в предшествующие моменты:

$$s_{\eta}(\tau) = \xi \int_{\eta}^{\tau} \left( \tau - \tau_{s} - s_{\eta}(\tau_{s}) \right) \frac{dk_{\alpha}(\tau_{s})}{k_{\alpha}(\tau_{s})}. \tag{9}$$

Функцию  $k_{\alpha}(\tau)$  в формуле (9) следует рассматривать как обобщенную функцию, скачки которой порождают скачки обобщенной функции  $s_n(\tau)$  и др.

Используя переходную характеристику (8), с помощью выражения (4) получим зависимость  $\sigma(\tau)$  при скачке управляющей температуры  $T_u$  в момент  $\eta$  и непрерывном изменении теплоотдачи. Разделив  $\sigma(\tau)$  на  $T_u$ , получим формулу соответствующей переходной характеристики:

$$G_{\eta}(\tau, k_{\alpha_n} \Big|_{\tau=0}^{\tau}) = G(\tau - \eta - s_{\eta}(\tau), k_{\alpha}(\tau)) - \int_{\eta}^{\tau} \exp\left(-\frac{\tau - \tau_s}{v_s}\right) dG_{\eta}(\tau_s), \qquad (10)$$

где 
$$dG_{\eta}(\tau) = G(\tau - \eta - s_{\eta}(\tau), k_{\alpha}(\tau)) - G(\tau - \eta - (s_{\eta} + ds_{\eta}(\tau)), k_{\alpha}(\tau) - dk_{\alpha}(\tau))$$

 разность переходных характеристик с постоянной теплоотдачей в момент изменения теплоотдачи.

Использовав переходную характеристику (10) в формуле (4), получим формулу динамики температурного напряжения при переменных  $T_u(\tau)$  и  $k_{\alpha}(\tau)$ :

$$\sigma(\tau) = \sigma(0) + \int_{0}^{\tau} G(\tau - \eta - s_{\eta}(\tau), k_{\alpha}(\tau)) dT_{u}(\eta) - \int_{0}^{\tau} \int_{\eta}^{\tau} \exp\left(-\frac{\tau - \tau_{s}}{v_{s}}\right) dG_{\eta}(\tau_{s}) dT_{u}(\eta).$$

Для экономии вычислительных ресурсов пределы интегрирования можно уменьшить до границ существенного влияния предыстории  $T_u(\tau)$  и  $k_{\alpha}(\tau)$  на текущее температурное, а следовательно, и напряженное состояние:

$$\sigma(\tau) = \sigma(\tau_0) + \int_{\tau_0}^{\tau} G(\tau - \eta - s_{\eta}(\tau), k_{\alpha}(\tau)) dT_u(\eta) -$$

$$-\int_{\tau_0 \tau_{00}}^{\tau} \int_{\tau_0 \tau_{00}}^{\tau} \exp\left(-\frac{\tau - \tau_s}{v_s}\right) dG_{\eta}(\tau_s) dT_u(\eta), \qquad (11)$$

где  $\tau_0 = \tau - 7\nu_{max}$ ;

$$\tau_{00} = \tau - 5\nu_s;$$

 $v_{\text{max}}$  – максимальное  $v_i$  в переходной характеристике (5).

Уравнения (2), (5), (9) и (11) связывают температурное напряжение в выбранной точке узла конструкции с контролируемыми параметрами двигателя, т.е. могут использоваться как мониторинговая модель температурного напряжения в этой точке.

На рис. 4 представлены расчеты изменения окружной компоненты тензора температурного напряжения в критической точке ротора ТВД по высокоуровневым моделям температурного и напряженного состояний и по мониторинговой модели при изменении режимов: малый газ (2 мин) — взлетный (2 мин) — малый газ (10 мин). Отличие напряжений на протяжении процесса не превысило 5 МПа, отличие пикового значения напряжения — 2 МПа. Отношение затрат машинного времени ~5300:1.

Таким образом, математические модели температурных напряжений на основе асимптотического

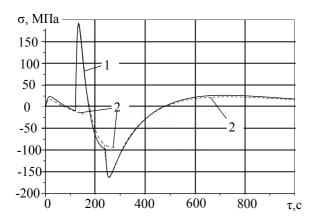


Рис. 4. Цикл «малый газ — взлетный — малый газ». Изменение окружного температурного напряжения в диске турбины высокого давления:

- 1 по высокоуровневым моделям двигателя и термонапряженного состояния ротора;
- 2 по идентифицированной мониторинговой модели

подобия переходных характеристик, идентифицированные по моделям высокого уровня, обеспечивают расчет температурных напряжений на неустановившихся режимах с погрешностью менее 5 МПа относительно моделей высокого уровня, при более чем 5000-кратном уменьшении затрат машинного времени. Это позволят рекомендовать их в качестве мониторинговых моделей температурных напряжений для систем учета выработки ресурсов ГТД.

## Литература

- 1. Крикунов Д.В., Симбирский Д.Ф., Олейник А.В. Модель граничных условий конвективного теплообмена роторных деталей ГТД для систем учета выработки ресурса. // Авиационно-космическая техника и технология: Сб. научн. тр. Х.: Нац. аэрокосм. ун-т «ХАИ», 2001. Вып. 23. С. 139 141.
- 2. Копелев С.З., Слитенко А.Ф. Конструкции и расчет систем охлаждения ГТД. Х.: «Основа» при Харьк. ун-те, 1994. 240 с.
- 3. Биргер И.А., Мавлютов Р.Р. Сопротивление материалов. М.: Наука, 1986. 580 с.
- 4. Модель термонапряженного состояния диска турбины на основе его переходных характеристик / А.В. Олейник и др. // Авиационно-космическая техника и технология: Сб. научн. тр. Х.: Гос. аэрокосм. ун-т "ХАИ", 2000. Вып. 19. С. 228 235.
- 5. Олейник А.В. Сравнительная оценка погрешностей методов мониторинга выработки ресурсов авиационных газотурбинных двигателей // Авиационно-космическая техника и технология: 2005. Вып. 8 (24). С. 40 44.
- 6. Лыков А.В. Теория теплопроводности. М.: Высшая школа, 1967. 614 с.

Поступила в редакцию 4.06.2005

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. Д.Ф. Симбирский, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.