

УДК 621.01:629.7.01

В.А. ВЬЮНОВ<sup>1</sup>, С.М. СТЕПАНЕНКО<sup>1,2</sup>, А.В. ТОМАШЕВСКИЙ<sup>2</sup>

<sup>1</sup>ГП «Ивченко-Прогресс», Запорожье, Украина

<sup>2</sup>Запорожский национальный технический университет, Украина

## СРАВНЕНИЕ НЕКОТОРЫХ СТАТИСТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА РЕМОНТА АВИАДВИГАТЕЛЕЙ

Рассматривается применение методов математической статистики к анализу параметров авиационного двигателя, получаемых при приемо-сдаточных испытаниях. Приводятся данные анализа замеров среднего удельного расхода топлива для одного типа двигателей.

**авиационный двигатель, качество ремонта, статистика, выборка, критерий Манна-Уитни**

### Постановка проблемы и ее связь с научно-практическими задачами

Оценки качества ремонта авиадвигателей проводятся по значениям параметров, достигнутых при приемо-сдаточных испытаниях (ПСИ) после ремонта при соблюдении требований рабочей конструкторской документации и без учета наработки с начала эксплуатации. К числу таких параметров относятся: средний удельный расход топлива  $C_r$ , средние частоты вращения вентилятора  $n_g$ , ротора высокого давления  $n_{гд}$ , ротора среднего давления  $n_{гд}$  и др. Научно-практический интерес представляет разработка методов для сравнения оценок качества ремонта двигателей по данным ряда выполненных ремонтов, а также по данным, полученным на различных ремонтных предприятиях. Подобные сравнения могут говорить о стабильности обеспечения контролируемых параметров двигателей, получаемых после ремонтов, границах их изменения, соответствии требованиям технической документации. Создание подобных методов должно базироваться на методах математической статистики.

**Постановка задачи данного исследования.** Для решения задач связанных с обработкой и анализом результатов ПСИ авиационных двигателей необходимо создать методику, содержащую полностью описанные алгоритмы обработки и интерпретации

статистических данных. Задачей данного исследования было сравнение различных статистических методов оценки на примере анализа одного параметра из контролируемых при ПСИ.

### Изложение материалов исследования и анализ полученных результатов

**Особенности применения критериев.** При сравнении средних значений выборок предполагается, что выборки подчиняются нормальному распределению. Если это не так, то для сравнения выборок предлагается использовать непараметрический тест. Наиболее часто для проверки гипотезы о равенстве генеральных средних двух независимых несвязанных выборок применяют t-критерий Стьюдента (так называемый двухвыборочный t-критерий). При этом должно выполняться требование нормальности распределения исследуемого признака в каждой из сравниваемых групп. Однако это требование является необходимым, но не достаточным для применения t-критерия Стьюдента. Следующее требование, которое должно выполняться – это равенство генеральных дисперсий в сравниваемых группах. Для проверки гипотезы о равенстве двух генеральных дисперсий нормально распределенных совокупностей используются различные критерии, один из них – F-критерий Фишера. Причем, чем больше различаются между собой дисперсии и объемы выборок,

тем сильнее отличается распределение «вычисляемого t-критерия» от распределения истинного «t-критерия Стьюдента». Пренебрежение приведенными выше условиями допустимости использования t-критерия Стьюдента, приводит к существенному искажению результатов проверки гипотез о равенстве средних. Поэтому, целесообразно применять непараметрические критерии, не требующие знания вида распределения исследуемых параметров. Предлагается для сравнения двух совокупностей (выборок) использовать критерий Манна-Уитни (U-критерий) [1 – 3].

**Математическая постановка вопроса.** U-критерий является непараметрическим критерием и может быть использован для произвольных функций распределений, т.е. без предположений о виде закона распределения. Суть данного критерия в следующем. Для вычисления статистики  $U$  выборки  $A$  и  $B$  упорядочивают в порядке возрастания. Полученный номер по порядку для выборочных значений в объединенной выборке называют ранговым числом.

Каждому рангу приписывает отношение к одной из рассматриваемых в конкретном анализе выборке ( $A$  или  $B$ ).

Статистика  $U_A$  и  $U_B$  выборок  $A$  и  $B$  вычисляется по формулам:

$$\begin{aligned} U_A &= n_A n_B + \frac{n_B(n_B + 1)}{2} - R_A; \\ U_B &= n_A n_B + \frac{n_A(n_A + 1)}{2} - R_B, \end{aligned} \quad (1)$$

где:  $n_A$ ,  $n_B$  – объем выборок  $A$  и  $B$ ;  $R_A$ ,  $R_B$  – суммы рангов выборок  $A$  и  $B$ , соответственно.

Статистика  $U$  определяется как наименьшее из значений  $U_A$  и  $U_B$ .

Мерой значимости статистики  $U$  в выборках объемом больше восьми может служить величина  $Z$ , которая рассчитывается по формуле:

$$Z = \frac{U - n_A n_B / 2}{\sqrt{n_A n_B (n_B + n_A + 1) / 12}}. \quad (2)$$

Полученное значение  $Z$  сравнивается с  $P\%$  -квантилем нормального распределения. Если  $Z \leq Z_p$ , то с доверительной вероятностью  $P$  делается заключение об однородности выборок.

Значение  $Z_p$  содержится в таблицах стандартного нормального распределения. Для аппроксимации функции нормального распределения разработаны методы, позволяющие достичь высокой точности и при расчетах на ЭВМ квантили  $Z_p$  вычисляются довольно точно.

**Анализ параметров двигателей, получаемых при приемо-сдаточных испытаниях.** Для исследования было взято две совокупности результатов ПСИ одного типа двигателей разработки ГП «Ивченко-Прогресс», отремонтированных на двух ремонтных предприятиях (совокупности  $A$  и  $B$ ). Для примера статистической оценки качества ремонта и использования U-критерия взят параметр – средний удельный расход топлива  $C_r$ . На рис. 1 и 2 приведены результаты замеров значений  $C_r$  после ремонта, отнесенные к номинальному значению  $C_{rн}$  для данного типа двигателей.

Сравнения средних значений по t-критерию Стьюдента (табл.1) показало отсутствие существенного различия между результатами замеров значений  $C_r$  после ремонта.

Сравнения дисперсий по F-критерию Фишера (табл. 2) указывает на существенное различия между дисперсиями, что можно утверждать с доверительной вероятностью 99%.

В табл. 1 и 2 условно обозначены:  $P$  – доверительная вероятность;  $T$  – фактически полученное значение t-критерия;  $t$  – табличное значение t-критерия;  $df$  – количество степеней свободы;  $F$  расчетное – фактически полученное значение F-критерия;  $F$  критическое – табличное значение F-критерия при вероятности 0,99;  $\alpha$  – вероятность «нулевой гипотезы» равная 0,01.

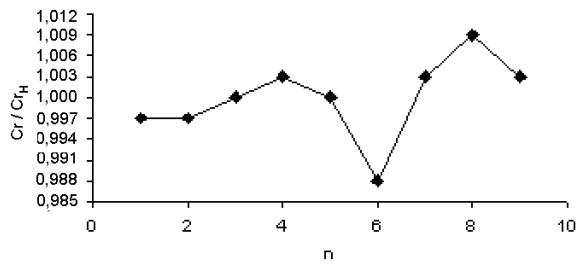


Рис. 1. Результаты замеров  $C_r$  после ремонта двигателей на ремонтном предприятии А

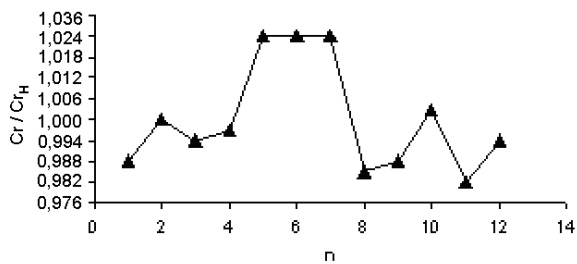


Рис. 2. Результаты замеров  $C_r$  после ремонта двигателей на ремонтном предприятии В

Таблица 1  
Результаты сравнения удельного расхода топлива  $C_r$  по t-критерию Стьюдента (двухвыборочный t-тест с различными дисперсиями)

Параметр	Совокупность А	Совокупность В
Среднее	0,3540	0,3561
Дисперсия	3,75E-06	2,68106E-05
Наблюдения	9	12
t-статистика	-1,279568128	-
$P(T \leq t)$ двух-стороннее	0,220135459	-
t критическое двухстороннее	2,131450856	-

Таблица 2  
Результаты сравнения дисперсий по F-критерию Фишера (двухвыборочный F-тест для дисперсии)

Параметр	Совокупность А	Совокупность В
Среднее	0,354	0,3561
Дисперсия	3,75E-06	2,68106E-05
Наблюдения	9	12
df	8	11
F расчетное	7,15	
F критическое (при $\alpha = 0,01$ )	5,74	

По критерию Манна-Уитни (U-критерию) выполнено уточнение полученных результатов. Расчет

по критерию Манна-Уитни показал следующее. Суммы рангов  $R_A$ ,  $R_B$  по выборкам А и В равны 91,5 и 139, соответственно. Для расчета выбирается минимальное значение величин  $U_A = 94,50$ ,  $U_B = 94,00$ . Тогда по формуле (2) получим  $Z = 2,843$ . Квантиль нормального распределения  $Z_p = 2,748$  при  $P = 0,997$ . Таким образом, с доверительной вероятностью не менее 99,7% можно говорить о наличии существенного различия выборок А и В.

## Выводы

Проведенное исследование показало, что оценка качества ремонта только по сравнению выборочных средних арифметических значений исследуемого параметра по t-критерию Стьюдента не является достаточно объективной, так как реальное несоответствие выборки нормальному распределению (о чем свидетельствует сравнение выборочных дисперсий по F-критерию Фишера) ведет к получению не объективных результатов. Поэтому использование непараметрических критериев, таких как, например, U-критерий Манна-Уитни, позволяет получать более объективную информацию. При этом необходим полный анализ всех контролируемых при ПСИ параметров.

## Литература

1. Закс Л. Статистическое оценивание. – М.: Статистика, 1976. – 598 с.
2. Боровиков В. STATISTICA: искусство анализа данных на компьютере. Для профессионалов. – СПб: Питер, 2001. – 656 с.
3. Томашевський О.В., Рісіков В.П. Комп'ютерні технології статистичної обробки даних. – Запоріжжя: Запорізький національний технічний університет, 2005. – 175 с.

Поступила в редакцию 31.05.2006

**Рецензент:** д-р физ.-мат. наук, проф. В.В. Погосов, Запорожский национальный технический университет, Запорожье.