УДК 621.01

**Д.П. ДРЯГИН**

*Сумской государственный университет, Украина*

# КОНТУРОЗВЕННЫЙ СИНТЕЗ СТРУКТУРНЫХ ГРУПП

Выполнен контурозвенный синтез двухэлементных линейных цепей примыкания с одноподвижными парами для различных соотношений избыточной связности $q$ и подвижности $W$. Определено, что только такие цепи могут быть группами. Доказано, что в кинематических цепях механизмов и машин как принужденных структур возможно существование оптимальной нормогруппы – пентады и трех видов гипогрупп – тетрады, триады и диады. Существование гипергрупп увязывается с анормальными сокращенными кинематическими цепями и эквидиконтурами.

**контурозвенный синтез групп, пентада, тетрада, триада, диада, гипергруппы**

## Введение

**Общая постановка проблемы и ее связь с научно-практическими задачами.** Кинематические цепи «с полным числом условий», т.е. статически и кинематически определимые, весьма целесообразны при решении задач структурного синтеза механизмов и машин с учетом соблюдения критерия оптимальности. Такие цепи принято называть группами. В основе существования оптимальных структур – соблюдение их нулевой избыточной связности при заданной степени изменяемости (подвижности), которая в общем случае может принимать положительные целочисленные значения, включая и нулевое значение.

**Обзор публикаций и анализ нерешенных проблем.** Группа «диада», как кинематически определимая плоская цепь, впервые упоминается английским ученым Д.Д. Сильвестром (~ 1874 г.). Поиску «многозвенных групп» посвящены работы [1, 2]. В настоящее время выбранное направление развивается в работах [3, 4].

В основе существующей теории групп – предпосылки их «нулевой подвижности» и «единости и неделимости», при этом считают вполне достаточным использовать для отыскания групп однородные структурно-функциональные формулы П.Л. Чебышева, А.П. Малышева, В.В. Добровольского [2, 5].

С точки зрения существования закона строения механизмов [6], признак «единости и неделимости» групп следует признать незакономерным, так как совершенно очевидно, что любая группа всегда подвержена делению на контуры-звенья первого и второго классов, т.е. на моноконтуры и диконтуры.

**Цель исследования.** Актуальной является задача определения соотношений множеств моноконтуров и диконтуров для различных групп.

Необходима также оценка закономерных контурозвенных групп как по признаку «нулевой подвижности», так и по критерию избыточной связности $q$ [5].

## Результаты исследования

В основу контурозвенного синтеза групп положим две следующие аналитические зависимости [7]:

$$\left.\begin{aligned} q &= S_0 n_{II}; \\ W &= n_I - (4 - S_0) n_{II}, \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

где $n_I$ и $n_{II}$ – множества моноконтуров и диконтуров с одноподвижными парами; $S_0 = 0{,}1{,}2{,}3{,}4{,}5$ – степень общей связности рассматриваемых цепей.

Допустим, что $q = 0$ и $W = 0$, а $n_{II} = 1$. Совместное решение по формулам (1) укажет на то, что поставленным условиям отвечают значения: $S_0 = 0$ и $n_I = 4$.

Синтез полученной цепи приведен на рис. 1.

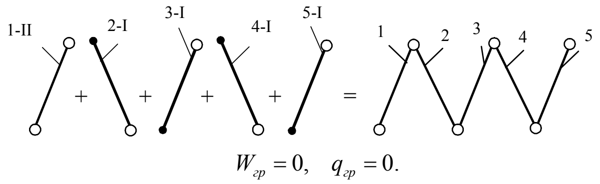


Рис. 1. Синтез нормогруппы – пентады

Эта цепь является неконсервативной двухэлементной линейной цепью примыкания, обладающей соблюдением условия двух нулей: $q = 0$ и $W = 0$. Такая цепь единственна.

Назовем полученную цепь нормогруппой, а так как она содержит пять звеньев – пентадой.

Пентада – пространственная кинематическая цепь, обеспечивающая все шесть компонент относительного движения звеньев в пространственной системе координат.

При присоединении двух свободных элементов концевых пар к стойке нормогруппа становится пространственной формой нулевой подвижности и нулевой избыточной связности, т.е. будет отвечать «полному числу условий» в их абсолютном толковании применительно к существованию цепи в трехмерном линейном пространстве без наложения общих условий связей.

Гипогруппы. Возможно существование структурных групп, отвечающих лишь одному абсолютному условию: $W = 0$, а их избыточная связность $q > 0$. Такие группы будем называть гипогруппами.

Допустим, что $W = 0$, $q = 1$ и $n_{II} = 1$. Совместное решение по формулам (1) даст следующий результат: $S_0 = 1$, $n_I = 3$. Гипогруппу, отвечающую условиям $n_{II} = 1$, $n_I = 3$ и $S_0 = 1$, назовем тетрадой.

Тетрада получается из пентады путем отнятия у последней одного моноконтура, в результате чего реализуется пять компонент относительного движения звеньев, а шестая компонента нереализуема, что указывает на существование избыточной связности $q = 1$, равной общей связности $S_0 = 1$.

Аналогичные рассуждения позволяют при значениях $W = 0$, $q = 2$, $n_{II} = 1$ получить триаду ($n_{II} = 1$, $n_I = 2$, $S_0 = 2$), а при исходных значениях в системе (1): $W = 0$, $q = 3$, $n_{II} = 1$ получается диада ($n_{II} = 1$, $n_I = 1$, $S_0 = 3$).

Условные изображения гипогрупп приведены на рис. 2.

Сравнение гипогрупп друг с другом указывает на то, что тетрада и триада – пространственные линейные двухэлементные цепи примыкания с одноподвижными парами, обеспечивающие соответственно пять и четыре компоненты относительного движения звеньев, в то время как диада, содержащая один диконтур и один моноконтур, является плоской линейной двухэлементной цепью примыкания, обеспечивающей лишь три компоненты относительного движения звеньев в плоскости.

Тетрады, триады и пентады могут содержать не только одноподвижные вращательные, но и одноподвижные поступательные и винтовые кинематические пары, при этом спектр видов этих групп получается весьма разнообразным и выходящим за рамки рассмотрения поставленных задач для данной статьи.

Таким образом, основным фактором, определяющим существование названных четырех групп, является общая связность $S_0$. От значения общей связности группы зависит количество моноконтуров, входящих в группу.

Закон контурозвенности и установленные критерии $W$ и $q$ существования названных четырех групп указывают на то, что пентада может служить основой построения однородных пентадных цепей и пентадных пространственных механизмов без общих условий связей $(S_0 = 0)$.

Тетрада – основа для построения однородных тетрадных цепей и тетрадных пространственных механизмов с одним общим условием связи $(S_0 = 1)$.

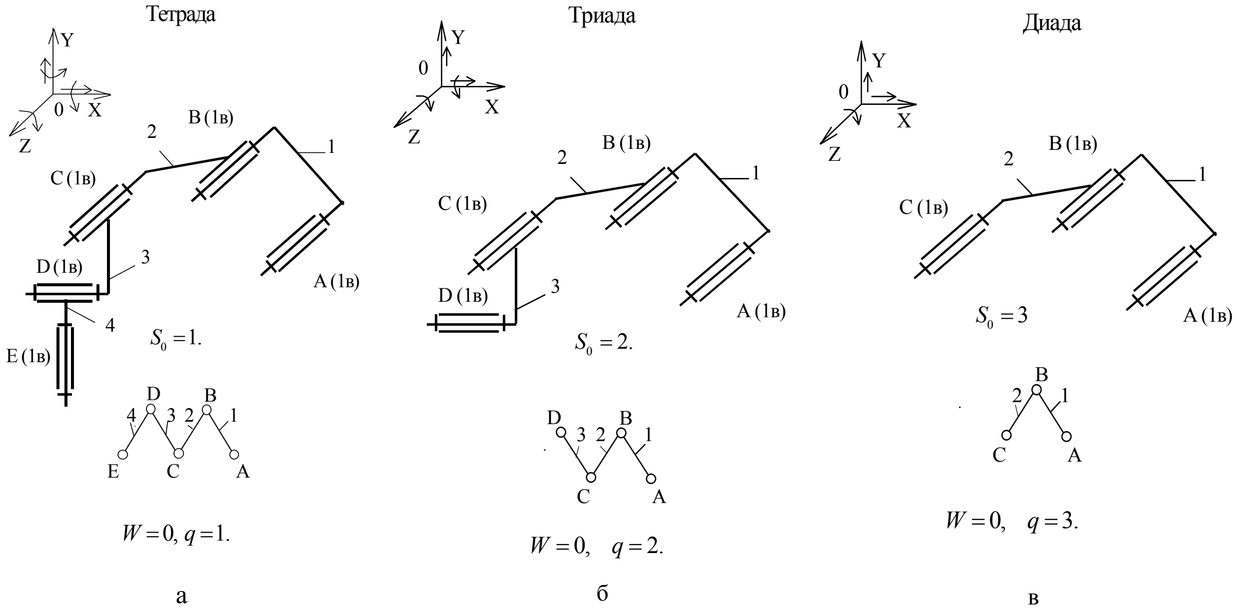


Рис. 2. Гипогруппы: а – тетрада; б – триада; в – диада

Триада – основа однородных триадных цепей и триадных пространственных механизмов с двумя общими условиями связей $(S_0 = 2)$.

Диада – основа однородных диадных цепей и диадных плоских, сферических и пространственных с поступательными одноподвижными парами механизмов с тремя общими условиями связей $(S_0 = 3)$.

Диаду можно дополнительно охарактеризовать как предельно возможную гипогруппу, содержащую при группообразующем диконтуре лишь один моноконтур.

При значениях $S_0 = 4$ и 5 диконтуры с одноподвижными парами не могут удерживать при себе моноконтуры и не могут быть группообразующими, следовательно, цепи четвертого и пятого семейств не содержат групп. В таких цепях как диконтуры, так и моноконтуры вполне автономны, т.е. являются автодиконтурами и автомоноконтурами цепей четвертого и пятого семейств[1].

В групповых цепях нулевого, первого, второго и третьего семейств автомоноконтуры и автодиконтуры могут существовать наряду с группами, придавая этим цепям свойства неоднородности.

Заметим, что никаких других групп, кроме диад, триад, тетрад и пентад, определяемых критерием $W_{гр} = 0$ и соответствующими условиями семейственности $S_0 = 3, 2, 1, 0$, существовать не может.

Гипергруппы. Теоретически возможно допустить существование гипергрупп, определяемых критериями: $q = 0$ и $W > 0$.

Существование гипергрупп необходимо увязывать с сокращенными анормальными цепями и эквивалентными диконтурами, которые имеют значения $n_I \le 0$, $n_{II} > 0$ и содержат неодноподвижные постоянные и переменные пары [2, 7, 8].

При добавлении к пентаде одного моноконтура получим гексаду ($q = 0, W = 1$), двух моноконтуров – гептаду ($q = 0, W = 2$) и т.д.

Ряд гипергрупп теоретически бесконечен, но уже гендекада (табл. 1) отвечает существованию предельного эквидиконтура с двумя переменными парами[2] предельно возможной степени свободы:

[1] Особенностью автодиконтуров кинематических цепей четвертого и пятого семейств является то, что они не могут быть отброшены, в то время как автодиконтуры цепей нулевого, первого, второго и третьего семейств могут быть отброшены [2], при этом статическая неопределимость уменьшается, а кинематическая функциональность сохраняется.

[2] Переменная кинематическая пара содержит изменяемое тело, например, пружину, резиновую втулку, канат, ленту, рессору и т.п.

Таблица 1

Структурные группы, эквидиконтуры и автодиконтуры

<table>
<tr><td colspan="6">Общая связность $S_0$</td></tr>
<tr><td colspan="2">0</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr>
<tr><td colspan="2">Гипергруппы</td><td>Нормогруппа</td><td colspan="3">Гипогруппы</td></tr>
<tr>
<td>Гендекада<br>$q=0$ $W=6$<br>$+\ 10\ (\ )$<br>$H_\upsilon=6$ $H_\upsilon=6$</td>
<td>Октада<br>$q=0$ $W=3$<br>$+\ 7(\ )$<br>5т 4л</td>
<td>Пентада<br>$q=0$ $W=0$<br>$+4(\ )$<br>1в 5т</td>
<td>Тетрада<br>$q=1$ $W=0$<br>$+\ 3(\ )$<br>1в 4л</td>
<td>Триада<br>$q=2$ $W=0$<br>$+\ 2(\ )$<br>1в 3с</td>
<td>Диада<br>$q=3$ $W=0$<br>$+$<br>1в 2л</td>
</tr>
<tr>
<td>Декада<br>$q=0$ $W=5$<br>$+\ 9\ (\ )$<br>$H_\upsilon=6$ 5т</td>
<td>Гептада<br>$q=0$ $W=2$<br>$+\ 6\ (\ )$<br>3с 5т</td>
<td colspan="4" rowspan="2">
<table>
<tr><td>$S_0=4$</td><td>$S_0=5$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Автодиконтуры</td></tr>
<tr><td>$q=4$ $W=0$</td><td>$q=5$ $W=1$</td></tr>
</table>
</td>
</tr>
<tr>
<td>Энада<br>$q=0$ $W=4$<br>$+\ 8\ (\ )$<br>5т 5т</td>
<td>Гексада<br>$q=0$ $W=1$<br>$+\ 5\ (\ )$<br>3с 4л</td>
</tr>
</table>

$$H_{\upsilon 1,2}=6\,,\ \Sigma H_{ПЭ}=12\,,$$

поэтому гендекаду можно принять предельной гипергруппой с характеристиками $q=0, W=6$.

В табл. 1 показаны условные изображения: нормогруппы – пентады, гипогрупп – тетрады, триады и диады, гипергрупп – гексады, гептады, октады, энады, декады и гендекады. Ниже групп условно изображены отвечающие соответствующим группам эквидиконтуры.

Область существования эквидиконтуров и соответствующих им групп ограничена значениями общей связности $S_0=0, 1, 2, 3$.

Анализ данных табл. 1 показывает, что диада – предельно возможная гипогруппа, т.к. содержит всего лишь один моноконтур.

При значениях общей связности $S_0=4$ и 5 группы, как функциональные совокупности диконтуров и моноконтуров, существовать не могут, что характерно для плоских клиновых ($S_0=4$) и осевых ($S_0=5$) механизмов.

Рассмотренный контурозвенный синтез позволяет заключить, что моноконтуры нормогруппы и гипогрупп выполняют функции преобразования движений, а «избыточные» моноконтуры гипергрупп предопределяют значения числа независимых переменных, т.е. подвижности $W$.

Для любой из групп, как контурозвенных структур, являющихся двухэлементными линейными цепями примыкания, всегда находится функционально эквивалентный диконтур. Причиной тому является структурное сродство, заключающееся в том, что структурное дробление диконтуров приводит к образованию двухэлементных цепей примыкания, т.е. контурозвенных групп, всегда содержащих по одному диконтуру при некотором множестве моноконтуров, которое не может быть пустым.

Выполненный контурозвенный синтез структурных групп и поиск условий эквивалентности между группами и диконтурами, содержащими как одноподвижные, так и неодноподвижные пары, позволяют дать определение существованию диконтура, эквивалентного группе, т.е. эквидиконтура:

если для диконтура и для группы связность $S_0$ – общая, а сумма свобод в кинематических парах диконтура равна ( $n_{Iг}+2$ ), где $n_{Iг}$ – число моноконтуров группы, то диконтур эквивалентен группе, т.е. является эквидиконтуром.

## Выводы

1. Контурозвенный синтез, основанный на существовании закономерных контуров-звеньев, позволил получить закономерные группы.

2. Закономерные группы делятся на три вида: нормогруппу, гипогруппы и гипергруппы.

3. Оптимальная нормогруппа – пентада, отвечающая условию соблюдения двух нулей: $q_{пент}=0$ , $W_{пент}=0$ , единственна.

4. Гипогруппы ( $q>0,\ W=0$ ) делятся на три вида: тетрады, триады и диады.

5. Гипергруппы ( $q=0,\ W>0$ ) охватывают эквидиконтуры и множество анормальных сокращенных цепей с постоянными и переменными кинематическими парами. Примерами таких цепей являются цепи подшипников качения и многосателлитных зубчатых механизмов.

6. Существование групп ограничивается пределами изменений общей связности $0\le S_0\le 3$ , а при значениях $S_0=4$ и $5$ группы не существуют.

7. Существование эквидиконтуров возможно лишь при значениях $S_0=0,1,2,3$ .

## Литература

1. Ассур Л.В. Исследование плоских стержневых механизмов с низшими парами с точки зрения их структуры и классификации. – М.: Изд-во АН СССР, 1952. – 529 с.

2. Артоболевский И.И. Теория механизмов. – М.: Наука, 1967. – 720 с.

3. Дворников Л.Т., Некогенев П.В. Задача о поиске многообразия восьмизвенных плоских шарнирных групп Ассура // Материалы 11-й научно-практ. конф. по пробл. механики и машиностроения. – Новокузнецк: Изд-во СибГИУ, 2001. – С. 34-52.

4. Баклушина И.С. Синтез десятизвенных групп Ассура с двумя свободными выходами // Материалы 11-й научно-практ. конф. по пробл. механики и машиностроения. – Новокузнецк: СибГИУ, 2001. – С. 76-82.

5. Кожевников С.Н. Основания структурного синтеза механизмов. – К.: Наук. думка, 1979. – 231 с.

6. Дрягин Д.П. Закон строения механизмов // Вісник Сумського державного університету. – 1999. – № 2 (13). – С. 79-80.

7. Дрягин Д.П. Аналитические основы оптимизации структуры механизмов // Вісник Сумського державного університету. – 2000. – № 19. – С. 89-93.

8. Дрягин Д.П. Исследование структурных свойств механизма с переменной кинематической парой // Вісник Сумського державного університету. – 2003. – № 3 (49). – С. 183-187.

*Поступила в редакцию 8.06.2006*

**Рецензент:** канд. техн. наук, доцент В.Г. Неня, Сумской государственный университет, Сумы.