

УДК 629.54

В.І. КРАВЦОВ, А.Ю. ЛИСИХ

*Херсонський національний технічний університет, Україна***МЕХАНІКА ЕЛЕМЕНТІВ ХВИЛЬОВОГО РУШІЯ**

Розглянуто метод числового розв'язання задачі коливання гнучкої пластини, що є складовою частиною рушія підводного робота. Для розв'язання задачі побудована система звичайних диференціальних рівнянь з нелінійними початковими умовами, порядок якої за допомогою перших інтегралів зменшений до дванадцяти. Розв'язання отримані модифікованим методом Коші із застосуванням методу продовження розв'язання по параметру. Приведено результати числових розрахунків.

**рушій, гнучкий елемент, метод продовження по параметру, числове інтегрування****Вступ**

Останнім часом у всьому світі відзначається зростання інтересу до робіт, які проводяться на континентальному шельфі і великих глибинах Світового океану з метою видобутку сировини для промисловості, харчових ресурсів, що нерозривно пов'язано з розробкою і створенням нових типів підводних технологічних машин.

В Україні роботи в цьому напрямку приділяють особливо важливе значення в зв'язку з гострою необхідністю пошуку власних джерел енергії, що добуваються на морському шельфі, ведуться інтенсивні дослідження і експлуатація шельфів Чорного і Азовського морів.

**Постановка проблеми.** Використання підводних технологічних роботів є часто єдиним можливим засобом вирішення поставлених задач. Одним з найважливіших їх елементів є рушії різних конструкцій і типів.

Останнім часом для рушіїв підводних рухаючих машин приділяється багато вимог як технологічного, так і екологічного характеру.

Традиційні гвинтові рушії завдають багато пошкоджень підводному довкіллю, окрім того вони, як правило, досить шумливі. Це спонукає до створення нових типів рушіїв, що не мають таких вад, або значно їх зменшують.

Одним з них є рушії хвильового типу. В ньому рушійна сила виникає за рахунок складного хвильового руху гнучкого елемента. При цьому рушійний елемент набуває великих переміщень, які співпадають за розмірами з самим елементом. Знання механіки таких елементів являє собою досить складну науково-технічну задачу, рішення якої неможливе без використання сучасних методів диференційної геометрії, обчислювальної математики.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Методи теоретичного дослідження гнучких елементів морського призначення і розв'язання поставлених для них задач все ще розвинені недостатньо. Це пояснюється істотною складністю розв'язувальних рівнянь, зумовленою їх високим порядком (не менш дванадцятого), змінністю коефіцієнтів, наявністю перших інтегралів і геометричною нелінійністю, викликаною значним деформуванням у процесі навантаження [1].

В багатьох роботах розглядаються задачі тільки в лінійній постановці. До цього часу вказані дослідження не отримали необхідного розвитку через відсутність достовірних математичних моделей, які досить просто і ефективно реалізуються у вигляді алгоритмів і програм для числового розв'язування задач, що розглядаються.

**Постановка завдання.** Рушійний елемент може являти собою гнучкий плоский елемент абиякої

конфігурації, що здатний деформуватися або коливатися зі змінними напруженнями.

Розглянемо найпростіший випадок такого елемента – плоску прямокутну пластину постійної жорсткості. Схема навантаження такої пластини може бути такою, як показано на рис. 1.

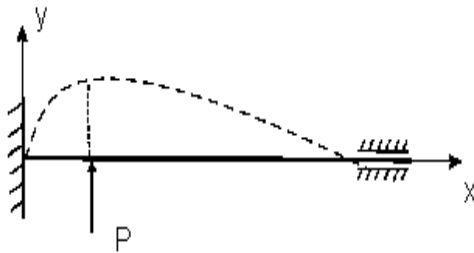


Рис. 1. Форма деформованої пластини

Сила  $P$  у загальному випадку може бути прикладена у часі де завгодно по всій довжині пластини. При цьому деформування пластини може бути статичним, квазістатичним або динамічним, в залежності від різних технологічних параметрів рушія.

Складні і важкі режими експлуатації таких елементів пов’язані, як правило, з необхідністю спеціального вивчення і визначення діючих на них сил, урахуванням сильної нелінійності розв’язувальних рівнянь, можливості втрати стійкості рівноваги і з вимогою дослідження поведінки системи в закритичних станах. Диференціальні рівняння, що описують їх деформування, мають високий порядок і містять нелінійності складного вигляду. Пошук їх розв’язку аналітично стає неможливим, що спонукає широко залучати методи обчислювальної математики.

Розв’язання таких задач виявляється можливим тільки сучасними методами нелінійного аналізу, застосування яких спонукає до вибору модифікації розв’язувальних рівнянь, що забезпечували б алгоритмічність і ефективність підходів, що використовуються.

### Виклад основного матеріалу дослідження

Для опису рівноваги і деформування будемо розрізняти зовнішню і внутрішню геометрію, прийнявши для їх визначення відповідно підходи Лагранжа і Ейлера.

Внутрішня геометрія, яка внаслідок незмінності довжини залишається постійною, задається координатою  $s$ , що вимірюється відстанню вздовж осевої лінії від початкової точки до поточної, і пересувної, жорстко пов’язаною з поперечним перерізом, що розглядається, системою координат  $u, v, w$ .

Зовнішня геометрія визначає положення кожної точки та усієї пружної лінії у системі координат  $Oxyz$ . Введемо також природний тригранник пружної лінії з одиничними ортами головної нормалі  $\bar{n}$ , бінормалі  $\bar{b}$  і дотичній  $\bar{\tau}$  [1]. Рівняння рівноваги елемента  $ds$  під дією розподіленого навантаження  $\bar{f}(s)$ , внутрішніх пружних сил  $\bar{F}$  і моментів  $\bar{M}$  в поперечних перерізах запишемо у вигляді

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{F}}{ds} + \bar{\omega} \times \bar{F} + \bar{f} &= 0; \\ \frac{d\bar{M}}{ds} + \bar{\omega} \times \bar{M} + \bar{\tau} \times \bar{F} &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

де  $\tilde{d}/ds$  – локальна похідна,

$\bar{\omega}$  – вектор кутової швидкості рухомої системи координат при руху її початку вздовж пружної лінії з одиничною лінійною швидкістю.

Спроектуювши векторні співвідношення (1) на осі  $u, v, w$  одержимо систему шести звичайних диференціальних рівнянь відносно невідомих  $F_u, F_v, F_w, M_u, M_v, M_w$ .

Проекції  $M_u, M_v, M_w$  моменту  $\bar{M}$  на відповідні осі визначаються формулами

$$\begin{aligned} M_u &= A(p - p'); \\ M_v &= B(q - q'); \\ M_w &= C, \end{aligned} \quad (2)$$

де  $A, B$  – жорсткості при згинанні;

$C$  – жорсткість при крутінні;

$p, q$  – кривина проєкцій елемента  $ds$  на площини, відповідно,  $(v, w), (u, w)$ ;

$r$  – крутіння осі елемента (штрихом помічені значення кривизн для недеформованого стану).

Систему рівнянь (1), (2) доповнимо кінематичними рівняннями Френе:

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{\tau}}{ds} &= \frac{\bar{n}}{\rho}; \\ \frac{d\bar{n}}{ds} &= -\frac{\bar{\tau}}{\rho} + \frac{\bar{b}}{T}; \\ \frac{d\bar{b}}{ds} &= -\frac{\bar{n}}{T}, \end{aligned} \quad (3)$$

яким відповідає система дев'яти скалярних звичайних диференціальних рівнянь відносно змінних  $\tau_x, \tau_y, \tau_z, n_x, n_y, n_z, b_x, b_y, b_z$ .

Тут  $\rho$  і  $T$  – радіуси кривизни і крутіння відповідно. Вектор кутової швидкості знайдемо з формули  $\bar{\omega} = \bar{b}/\rho + r\bar{\tau}$ .

Запишемо також наступні рівняння:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{ds} &= \tau_x; \\ \frac{dy}{ds} &= \tau_y; \\ \frac{dz}{ds} &= \tau_z. \end{aligned} \quad (4)$$

Зауважимо, що рівняння (1) формулюються в системі координат  $uvw$ , а рівняння (3), (4) – в системі координат  $Oxyz$ .

Зведені рівняння пружної рівноваги і кінематичні співвідношення зводяться в систему звичайних диференціальних рівнянь вісімнадцятого порядку з шостима першими інтегралами. Тому для повної постановки двоточкової крайової задачі про вигин криволінійного елемента заданими силами необхідно задати дванадцять незалежних граничних рівнянь; вони виходять з відповідних статичних або кінематичних умов опирання країв.

Для розв'язання нелінійної крайової задачі, що описується системою звичайних диференціальних рівнянь, скористаємося методом продовження розв'язку по параметру. На краю  $s = 0$  інтервалу  $0 < s < S$  зміни змінної  $s$  задаються шість незалежних крайових умов і шість витікаючих з перших інтегралів рівнянь зв'язку. Для замкнення системи розв'язальних рівнянь досить на краю  $s = S$  задати шість крайових умов, що залежать від параметру навантаження  $\lambda$ . Нехай при деякому значенні параметра  $\lambda = \lambda^{(n)}$  відомий розв'язок  $\bar{x}^{(n)}(S)$  поставленої задачі. Дамо малий приріст  $\delta\lambda^{(n)}$  параметру  $\lambda$ . Тоді відповідну варіацію  $\delta\bar{x}^{(n)}(S)$  розв'язку  $x^{(n)}(S)$  можна знайти з лінійного рівняння

$$\frac{d\delta\bar{x}^{(n)}}{ds} = \frac{\partial \bar{f}}{\partial \bar{x}} \delta\bar{x}^{(n)} + \frac{\partial \bar{f}}{\partial \lambda} \delta\lambda^{(n)}, \quad (5)$$

отриманого числовою лінеаризацією вихідних рівнянь. Крайові рівняння для функції  $\delta(x)^{(n)}$  формулюються також лінеаризацією вихідних рівнянь:

$$\frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial \bar{x}} \delta\bar{x}^{(n)}(0), \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial \bar{x}} \delta\bar{x}^{(n)}(0), \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \bar{x}} \delta\bar{x}^{(n)}(S) = 0. \quad (6)$$

Для побудови  $\delta\bar{x}^{(n)}(S)$  виберемо серед  $\delta\bar{x}_i^{(n)}(S) (i = 1, 2, 3, \dots, 18)$  такі шість компонент  $\delta\bar{x}_j^{(n)}(S)$ , значення яких  $\delta\bar{x}_j^{(n)}(0)$  не порушує перші два векторні рівняння системи (6). Перенумерувавши невідомі  $\delta\bar{x}_i^{(n)}(s) (i = 1, 2, 3, \dots, 18)$  так, щоб індекс  $j$  одержував значення  $j = 1, 2, \dots, 6$ , розв'язання задачі (5), (6) представимо у вигляді

$$\delta\bar{x}^{(n)}(s) = \bar{y}_\lambda \delta\lambda^{(n)} + Y(s) \delta\bar{c}^{(n)}, \quad (7)$$

де  $\bar{y}_\lambda(s)$  – розв'язок задачі Коши для системи

$$\frac{d\bar{y}_\lambda}{ds} = \frac{\partial \bar{f}}{\partial \bar{x}} \bar{y}_\lambda + \frac{\partial \bar{f}}{\partial \lambda} \quad (8)$$

при нульових початкових умовах;

$Y(s)$  – матриця розміру  $12 \times 6$  розв'язків системи

$$\frac{d\bar{y}}{ds} = \frac{d\bar{f}}{d\bar{x}} \bar{y} \quad (9)$$

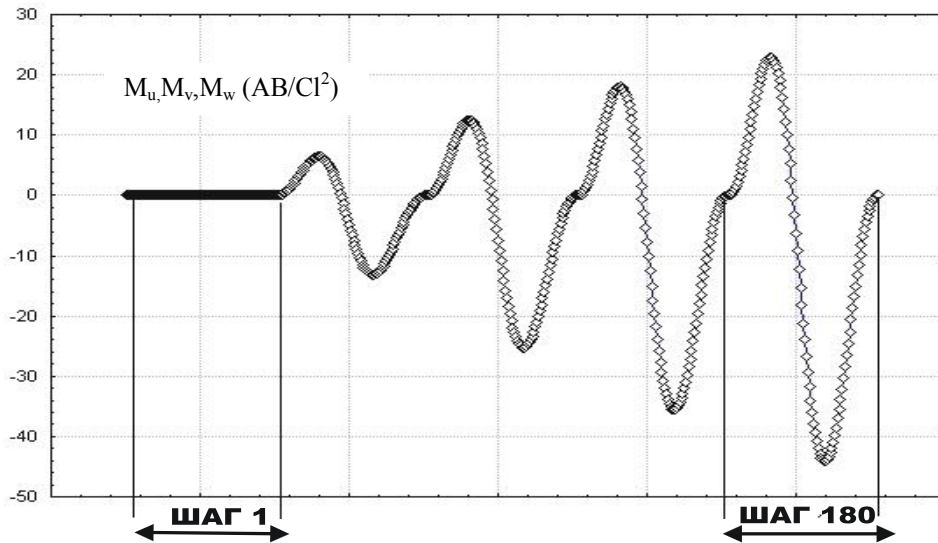


Рис. 2. Напружено-деформований стан пластини

з початковими умовами

$$y_j(0) = (\delta_1^j, \delta_2^j, \dots, \delta_6^j) \quad (j = 1, 2, \dots, 6)$$

для незалежно варійованих змінних і початковими умовами, що підбираються з перших двох рівнянь (6), для решти змінних –  $y_i(0)$  ( $i = 7, 8, \dots, 18$ ).

### Висновки

Ці положення реалізуються обчислювальними методами шляхом підстановки необхідних значень жорсткості при числовому інтегруванні. При числовому розв'язанні задачі як незалежний параметр навантаження  $\lambda$  був прийнятий параметр сили  $P$  (рис. 1), початкові значення якої дорівнювали нулю. Внаслідок реалізації описаного методу при послідовному збільшенні  $\lambda$  була побудована одна з форм деформованої пластини (рис. 1, пунктирна лінія) та один з факторів напружено-деформованого стану (рис. 2).

Слід зазначити, що за даною методикою можна одержувати будь-які фактори напружено-деформованого стану при навантаженні довільного вектору навантажень як статичного, так і динамічного,

з деякими перетвореннями, характеру, оптимізувати форму рушія тощо. Адекватність одержаних рішень перевірена обчислювальними та натурними експериментами [2]. У реальній роботі гнучких рушіїв можуть виникати, звичайно, значно складніші типи деформувань, ніж розглянуті у даній статті, однак їх розгляд потребує більш детального описування.

### Література

1. Кравцов В.І. Механіка гнучких морських конструкцій. – К.: Наук. думка, 1999. – 132 с.
2. Гадайчук В.В., Бурменко Э.Ю., Кравцов В.И., Самілов В.Н., Пилишенко И.С. Экспериментально-теоретическое исследование пространственного деформирования гибкого упругого кольца // Авиационно-космическая техника и технология. – 2005. – № 10 (26). – С. 111-115.

Надійшла до редакції 16.06.2006

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. Е.І. Блінов, Херсонський національний технічний університет, Херсон.