УДК 004.8:004.89

И.Б. СИРОДЖА

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина

ОБОБЩЕННАЯ МЕТОДОЛОГИЯ ИНЖЕНЕРИИ КВАНТОВ ЗНАНИЙ ДЛЯ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ В СИСТЕМАХ ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА
(Часть 1)

Предложены новые математические модели и методы инженерии квантов знаний (ИКЗ) для разработки интеллектуальных систем принятия решений при управлении сложными объектами. На их основе создан обобщенный по параметру δ индуктивный метод разноуровневых алгоритмических квантов знаний (δРАКЗ-метод) для принятия решений в фиксированных условиях δ-неопределенности. Обобщающий параметр $\delta \in \{t, \pi, v\}$ отвечает условиям специфических ограничений t-,π-,v-неопределенности, связанной соответственно с достоверными, приближенными и вероятностными данными.

инженерия квантов знаний, разноуровневые алгоритмические кванты знаний, принятие решений

Введение

При создании систем искусственного интеллекта (**СИИ**) используют в основном искусственные нейронные сети (**ИНС**) и методы, основанные на фреймовых, продукционных и других моделях знаний [1 – 7]. Последние недостаточно эффективны из-за несовершенства способов представления знаний и машинного манипулирования ими. Весьма перспективным сегодня считают направление, ориентированное на знания и связанное с моделированием интеллектуальных умений человека, который успешно принимает решения в условиях неопределенности, опираясь на интуицию и знания [6 – 12]. В связи с этим важное значение имеет развитие интеллектуальной информационной технологии, именуемой «**инженерией знаний».** Этот термин ввел в 1977 году Эдвард Фейгенбаум, ведущий специалист в области **СИИ** из Стенфордского университета [6]. Автором статьи введен термин «**инженерия квантов знаний**» (**ИКЗ**) в связи с предложенной им новой структуризацией знаний посредством **квантов** как порций информации различных уровней по структурной сложности. ***Кванты знаний*** допускают множественное, векторно-матричное и предикатное (*аналитическое*) представление, а также позволяют манипулировать ими с помощью *машинных* алгебр и процедур *логического вывода* [9 – 12].

Работа публикуется в 2-х частях. В 1-й части на основе математических средств **ИКЗ** изложены основы *обобщенного* **метода *разноуровневых алгоритмических квантов знаний*** (**δРАКЗ-*метод***) для вывода решений в фиксированных условиях **δ-*неопределенности*** [11]. *Обобщающий* параметр $\delta \in \{\mathbf{t}, \boldsymbol{\pi}, \mathbf{v}\}$ отвечает условиям специфических ограничений **t-,π-,v-*неопределенности*,** связанной соответственно с ***достоверными* (*точными*)**, ***приближенными*** и ***вероятностными*** данными. По сравнению с известными методами принятия решений **δРАКЗ-*метод*** выгодно отличается следующими *тремя* **особенностями**.

1. Реализована строгая формализация δ-квантов знаний (**δk-знаний**) в обобщенном классе $\mathbf{M}_\delta$ содержательных алгоритмических структур различных уровней сложности (**0-й**, **1-й, 2-й** *уровень***).** Условно **δk-знания** относятся к **0-му уровню**, если они представимы *числом* или *символом*; к **1-му уроню**, если представимы *числовым* или *символьным вектором* и ко **2-му уровню**, если представимы *числовой* или *символьной матрицей*. Обобщенный класс $\mathbf{M}_\delta=\{\mathbf{M}_t \cup \mathbf{M}_\pi \cup \mathbf{M}_v\}$ $(\delta \in \{\mathbf{t},\boldsymbol{\pi},\mathbf{v}\})$ составляют **δРАКЗ-**

модели ***знаний*** **(δk-знания)** об объектах принятия решений (**ОПР**). Модели определяются алгоритмически из *терминальных* ***δ-квантов*** посредством применения к ним операторов ***суперпозиции*** и ***конкатенации***.

2. δРАКЗ-метод обеспечивает построение *операторов* и ***обучаемых*** *квантовых сетей вывода* ***решений*** (**δ-КСВР**) в виде **δРАКЗ**-моделей ***логических рассуждений*** человека от ***посылок*** через ***промежуточные следствия*** к ***целевым заключениям*** с определением их *показателей достоверности*. **δ-КСВР** служит одновременно *обучаемой* **базой δ-квантов знаний** (**БδkЗ**) в виде системы **импликативных** и/или **функциональных** *закономерностей* и **механизмом** ***вывода*** искомых решений. *Обучение* и синтез **БδkЗ** осуществляется ***индуктивно*** на основе выборочных **таблиц эмпирических данных** (**ТЭД**) по конкретной предметной области и (или) по **сценарным примерам обучающих знаний** (**СПОЗ**), формируемых *экспертом*.

3. Объем обучающих **ТЭД** и **СПОЗ** характеризуется *количеством* **m** наблюдений за **ОПР** и *числом* **n** его признаков. Сложность **БδkЗ** как **δРАКЗ**-модели мира определяется *максимальным рангом* $\mathbf{r_{max}}$ входящих в нее ***закономерностей***. **Ранг** ***закономерности*** равен количеству $\mathbf{r \le n}$ признаков, находящихся в устойчивой **импликативной** или **функциональной** связи. **Оценки достоверности** гипотез о существовании таких закономерностей в **ТЭД** обоснованы доказанными ***теоремами*** и представлены соответствующими ***зависимостями*** между *величинами* **m**, **n** и **r**. Это позволяет формировать *выборочные* обучающие **СПОЗ** и **ТЭД** такого объема $(\mathbf{m \times n})$, при котором с заданной *надежностью* η обеспечивается *построение* **БδkЗ** или **δ-КСВР** с ***адекватной сложностью*** по *рангу* $\mathbf{r_{max}}$ и ***допустимым риском*** $\mathbf{R_d}$ принятия ***ошибочного решения*** на *контрольных* ***δk-знаниях***.

1. Постановка обобщенной задачи

Обобщенная задача состоит в создании ***методологии*** *инженерии квантов знаний* с учетом приведенных *особенностей* **δРАКЗ-метода.** Она сводится к формулировке *базовых* $\mathbf{A_\delta}$**,-**$\mathbf{B_\delta}$**,-**$\mathbf{C_\delta}$**-задач** и разработке *общих* методик их решения **δРАКЗ-методом.** *Обобщение* охватывает *частные случаи* применения **δРАКЗ-моделей** ($\delta \in \{\mathbf{t,\pi,v}\}$) для ***представления*** и ***манипулирования*** ***δk-знаниями*** в различных условиях **t-,π-,v-*****неопределенности*** [11].

Формально *обобщенную* $\mathbf{A_\delta}$**-задачу** для ***δk-знаний*** представим множественной пятеркой

$$\mathbf{A_\delta = (S_\delta, K_\delta, D_\delta, \Pi_\delta, Q_\delta)}, \qquad (1)$$

где $\mathbf{S_\delta}$ – символьный язык ***δk-знаний***, состоящий из конечного множества букв, цифр и символов операций теории алгоритмов;

$\mathbf{K_\delta}$ – конечное множество *терминальных* **δk**-*знаний*; задаваемое априори;

$\mathbf{D_\delta}$ – множество значений некоторой *функции достоверности* ***квантовых событий*** (**КС**), описываемых разноуровневыми ***δk-знаниями***, т.е. множество значений *показателей достоверности* (**ПД**) **δk**-знаний из некоторого *интервала*;

$\mathbf{\Pi_\delta}$ – правила конструирования разноуровневых ***δk-знаний***;

$\mathbf{Q_\delta}$– множество *семантических кодов* $\mathbf{\delta k_s}$ и *специальных* символов, описывающих **s**-й *уровень* и *содержание* $\mathbf{\delta k_s}$***-знаний***.

Следовательно, в *обобщенной* $\mathbf{A_\delta}$***-задаче*** требуется создать формальные средства для *представления*, *синтеза* и *манипулирования* ***δk-знаниями*** из ***класса*** $\mathbf{M_\delta}$ ($\delta \in \{\mathbf{t,\pi,v}\}$) **δРАКЗ**-моделей в языке $\mathbf{S_\delta}$ со значениями **ПД** из множества $\mathbf{D_\delta}$ на основе применения правил $\mathbf{\Pi_\delta}$ к терминальным ***δk-знаниям*** из $\mathbf{K_\delta}$**.** Под ***представлением знаний*** понимается *строгое определение* ***δk-знаний*** в ***классе*** $\mathbf{M_\delta = \{M_t \cup M_\pi \cup M_v\}}$ как **δРАКЗ**-моделей в терминах *теории алгоритмов* [11]. ***Класс*** $\mathbf{M_\delta}$ состоит из *подклассов*: $\mathbf{M_t}$ – *точных* или **t**-***квантовых*** моделей (**tРАКЗ**-моделей); $\mathbf{M_\pi}$ – *приближенных* или **π**-***квантовых*** моделей (**πРАКЗ**-моделей) и $\mathbf{M_v}$ – *вероятностных* или **v**-***квантовых*** моделей (**vРАКЗ**-моделей). ***Манипулирование зна-***

ниями – это *компьютерные* преобразования **δk-*знаний*** посредством ***формальных операций*** над ними и *операторов* ***логического*** **вывода δk-*знаний*** при *формировании* принимаемых решений.

Обобщенная **B_δ-задача** состоит в синтезе алгоритмов манипулирования **δk-*знаниями*** для *дедуктивного* ***вывода*** с заданной *надежностью* η *искомого* значения ***целевого*** **признака** *класса* **ОПР** по его *наблюдаемым признакам* из предварительно построенной *индуктивно* **идентификационной БδkЗ.** Короче, в **B_δ-задаче** требуется **распознать** *класс* **ОПР** по наблюдаемым данным, путем принятия *классификационного* ***решения***, располагая **идентификационной БδkЗ**.

Обобщенная **C_δ-задача** заключается в синтезе алгоритмов *манипулирования* **δk-*знаниями*** для предварительного *индуктивного* построения ***прогнозной*** **БδkЗ** и *дедуктивного* **вывода** из нее с заданной *надежностью* η значений *неизмеренных* **целевых** *признаков* **ОПР,** зная *измеренные* значения его других *признаков*. Иными словами, в **C_δ-задаче** нужно **экстраполировать δk-*знания*** о результатах *частичных* наблюдений за **ОПР** и вычислять *прогнозируемое* на время τ значение его целевого *признака***.** Для обеспечения возможности *прогноза* и ***экстраполяции*** *используемая* **БδkЗ** должна содержать соответствующие *закономерности*.

При решении *обобщенных* **B_δ-,C_δ-задач** средствами **ИКЗ** будем использовать как ***операторную*** **$M_{ОП}$ δРАКЗ-*модель*,** так и ***сетевую*** **$M_{КС}$ δРАКЗ-*модель вывода*** **решений.**

Операторная **$M_{ОП}$ δРАКЗ-*модель*** предполагает ***вывод*** *искомого решения* в виде *определенного* **δk-*знания*** путем ***операторной*** *редукции* **БδkЗ** по входному *наблюдаемому* **δk-знанию [**12**].**

Сетевая **$M_{КС}$ δРАКЗ-*модель*** вывода **δk-знаний** представляет собой многополюсную логическую ***квантовую сеть вывода решений*** (**δ-КСВР**). *Входные узлы* (**δ-*кванты***) **δ-КСВР** отвечают исходным (***посылочным***) характеристикам **ОПР**, *внутренние* – ***промежуточным*** **рассуждениям**, а *выходные узлы* – ***заключительным*** **следствиям**, определяющим ***искомые решения***.

Представляя ***рассуждения*** во *внутренних* и *выходных узлах сети* **δk-знаниями булевыми функциями**, получаем **функциональный механизм *вывода решений*** из ***посылок***, реализуемый в **δ-КСВР.** ***Начальное*** *формальное представление* ***моделируемых суждений*** опишем в виде ***логической сети вероятных рассуждений*** (**ЛСВР**), которой отвечает ориентированный граф **G**, обладающий *порядковой функцией*. Основу *алгоритмизации* **ЛСВР** и трансформации ее в **δ-КСВР** составляют ***алгоритм обучения*** (АЛОБУЧ) и ***алгоритм автоматического квантования*** (δАЛАКВА) [11]. На основе использования **таблицы эмпирических данных** (**ТЭД**) и/или опыта экспертов строится *последовательность* **сценарных примеров обучающих знаний** (**СПОЗ**). Формально **СПОЗ** представляют собой отдельные *фрагменты* ***сценариев принятия решений*** в виде *высказываний***:**

$$\begin{gathered}\text{ЕСЛИ}\,(\text{логическая комбинация посылок } e_i),\\ \text{ТО}\,(\text{следствие } C_j),\quad i=\overline{1,k};\ j=\overline{1,h},\end{gathered}\tag{2}$$

которые описываются **пропозициональными формулами** в базисе $\{\wedge, \vee, \neg, \Rightarrow\}$ с указанием (если требуется) *показателей достоверности* ***посылок*** **ПД(e_i)** и ***импликаций*** **ПД($\Rightarrow C_j$).**

Искомые **правила принятия решений** (**ППР**), порождаемые *операторной* **$M_{ОП}$ *моделью*** и *сетевой* **$M_{КС}$ *моделью* вывода,** должны обладать ***экстраполяционными*** *свойствами***,** т.е. работать с *логическими комбинациями* **признаков** *ранга* не более **r_{max},** адекватного ***объему*** исходных **ТЭД** или **СПОЗ**, без *ухудшения* ***качества*** **принятия решений** относительно **ОПР** той же природы, но ***не используемых*** при ***обучении*** **БδkЗ.**

В зависимости от **условий δ-неопределенности** (**δ=t,π,v**) в базовых **A_δ-,B_δ-,C_δ-задачах** будем использовать **точные tk-*знания*** при **t-*неопределенности,***

приближенные πk-*знания* при ***π-неопределенности*** **и вероятностные νk-***знания* при ***ν-неопределенности*** [11]. Для этого введем **ограничения**, конкретизирующие **условия t-,π-,ν-*неопределенностей*:**

1) данные об **ОПР** разнотипны (т.е., измерены как в количественных, так и в качественных шкалах) и достижимы в *неполных объемах* из различных источников (эксперты, техническая документация, справочники, измерения приборов и т.д.);

2) информация об **ОПР** и предметной области *неполная, неточная* и/или *вероятностная*;

3) преобладает *вероятностный* характер данных, но законы распределения характеристик **ОПР** *не известны*;

4) критерии **качества** *идентификации* и *прогнозирования* заданы неявно**;** неизвестно какие, в каком количестве и как выбрать ***информативные признаки*** **ОПР** относительно ***целей*** *принятия решений*;

5) *неизвестны правила принятия* **классификационных** и **прогнозных *решений***, а также *индуктивные принципы* их построения путем ***обучения*** на выборочных *экспериментальных* данных;

6) *невозможно определить* искомые **ППР** непосредственно *регулярными* численными методами.

Назовем **t-*неопределенностью*** *реальные условия* $\mathbf{A_t}$-,$\mathbf{B_t}$-,$\mathbf{C_t}$**-задач**, которым отвечает совокупность ограничений **(1, 4 – 6)**, допускающих возможность построения *идентификационного* или *прогнозного* **ППР** с определением приемлемой оценки его *надежности* в предположении, что **данные *достоверны***.

Будем называть ***π-неопределенностью*** реальные условия $\mathbf{A_\pi}$-,$\mathbf{B_\pi}$-,$\mathbf{C_\pi}$**-задач,** которым отвечает совокупность ограничений {**(1),(2),(4)–(6)**}, допускающих синтез соответствующего **ППР** заданной надежности и вычисление некоторого **показателя достоверности** (**ПД**) принимаемых решений при **неполных и неточных данных**.

Наконец, **ν-*неопределенностью*** назовем реальные условия $\mathbf{A_\nu}$-,$\mathbf{B_\nu}$-,$\mathbf{C_\nu}$**-задач**, которым отвечает совокупность ограничений {**(1), (3) – (6)**}, допускающих построение *идентификационного* и *прогнозного* **ППР** заданной *надежности* и определение **вероятности** искомых решений при **неполных и вероятностных данных.**

На основании изложенного ***обобщенная задача*** *создания методологии* **ИКЗ** состоит в следующем.

Заданы:

– *аксиоматический принцип формализации* алгоритмических квантовых структур знаний как содержательных порций информации **0**-го уровня, отображаемой *числом*; **1**-го уровня, представимой *вектором,* и **2**-го уровня – *матрицей*;

– *условия* ограничений при **t-,π-,ν-неопределенности в** $\mathbf{A_\delta}$-,$\mathbf{B_\delta}$-,$\mathbf{C_\delta}$**-задачах** с указанием требуемого уровня ***качества*** и ***надежности*** их решения;

–*количество* **m** наблюдений в данной предметной области, вместе с числом **n** и *содержанием* разнотипных *признаков* **ОПР,** представленных в форме *выборочной* **ТЭД** $\mathbf{T_o(m,n)}$ и/или соответствующей последовательности **СПОЗ** вида (2);

– *содержание* **посылочных** и **целевых** данных в $\mathbf{T_o(m,n)}$, **СПОЗ** и в ***принимаемых решениях*** при условиях **δ-*неопределенности***;

– *количество* $\mathbf{S_\delta}$ и *содержание* искомых ***целевых заключений***, а также *вид* закономерностей (*импликативных* и/или *функциональных*), извлекаемых из **ТЭД** и **СПОЗ** для *индуктивного* построения обучаемой ***идентификационной*** или ***прогнозной*** **БδkЗ.**

Требуется: создать обоснованную **общую методику** решения $\mathbf{A_\delta}$**-задачи,** (δ∈{**t,π,ν**}), а также компьютерной реализации ***операторной*** $\mathbf{M_{ОП}}$ и ***сетевой*** $\mathbf{M_{КС}}$ *моделей* **вывода** решений в виде ***обучаемых*** **δ-КСВР** *заданного качества* для решения $\mathbf{B_\delta}$, $\mathbf{C_\delta}$**-задач** с *необходимой надежностью* η в условиях **t-,π-,ν-*неопределенности*. Общая методика** должна *обеспечивать*:

– формализацию квантовых структур**: tk-знаний** (при δ=t)**, πk-знаний** (при δ=π)**, νk-знаний** (при δ=ν)**, ЛСВР** и соответствующих **t-КСВР, π-КСВР** и **ν-КСВР**, удобных для логического вывода и машинного манипулирования **δk-знаниями**;

– разработку **принципа** *внешнего дополнения* для обоснованного формирования ***необходимого объема*** обучающих **δk-знаний** в виде **ТЭД** и **СПОЗ** с целью достижения ***приемлемого уровня сложности*** и ***экстраполяционной способности*** синтезируемых ***идентификационной*** и ***прогнозной*** **БδkЗ** в моделях ***вывода*** решений $\mathbf{M_{ОП}}$ и $\mathbf{M_{КС}}$;

– *алгоритмизацию* процессов *обучения*, *автоматического квантования* при трансформации **ЛСВР** в **t-,π-,ν-КСВР**, *оптимизацию* и *управление* **δ-КСВР** в рабочем режиме, т.е. *синтез* соответствующих алгоритмов, называемых сокращенно**:** АЛОБУЧ, δАЛАКВА, δАЛОПТ, δАЛУПР [11];

– *формулировку* и *решение* **базовых** $\mathbf{A_\delta}$**-**,$\mathbf{B_\delta}$**-**, $\mathbf{C_\delta}$**-задач**, а также определение ***показателей достоверности*** *принимаемых решений* посредством **πk-*знаний*** и вычисление ***оценок вероятности*** искомых решений с помощью **νk-*знаний*** в **π-КСВР** и **ν-КСВР**.

Опираясь на ранее опубликованные результаты [8 – 12], кратко изложим **общую методологию** решения *поставленной* ***задачи.***

2. Общая методология решения обобщенной задачи

Общая методология решения *поставленной* ***обобщенной задачи*** имеет ***неформальный*** и ***формальный*** аспекты

Неформальный **аспект** состоит в формировании ***человеком*** принципов и методов ***инженерии квантов знаний***, исходных **ТЭД, СПОЗ** и целей ***знание-ориентированного*** **принятия решений.** Это является прерогативой *интеллекта* экспертов, разработчиков и пользователей ***интеллектуальных систем*** в конкретной предметной области.

Формальный аспект ***непосредственно*** **связан с** *формализацией δk-знаний*, **(**δ∈{t,π,ν}**)**, **и с** *алгоритмизацией обучения*, *автоматического квантования*, *оптимизации* **и** *управления* ***квантовыми сетями принятия решений.*** *Общность* ***методологии*** обусловлена ***единой*** структурой *пространства* **δРАКЗ**-моделей с общими методами их ***множественного***, ***векторно-матричного*** и ***конечно-предикатного*** представления [10, 11].

2.1. Формализация и построение структур инженерии квантов знаний (Решение $\mathbf{A_\delta}$-задачи). Условия **t,-π,-ν-*неопределенности*** в $\mathbf{A_\delta}$**-задаче** требуют ***формализацию*** и ***построение*** разных **δk-*знаний: точных*** (**t-квантов**), ***приближенных*** (**π-квантов**) и ***вероятностных*** (**ν-квантов**) в соответствующих подклассах $\mathbf{M_t}$, $\mathbf{M_\pi}$, $\mathbf{M_\nu} \in \mathbf{M_\delta}$ **δРАКЗ-моделей**. Тем самым **общие δk-знания** при указанных условиях порождают частные **tРАКЗ**-модели (**tk-знания**), **πРАКЗ-** модели (**πk-знания**) и **νРАКЗ**-модели (**νk-знания**).

2.1.1. Разноуровневые алгоритмические δ-кванты знаний (δРАКЗ). Для представления ***порций знаний*** об **ОПР** одновременно в ***информационном***, ***смысловом*** и ***алгоритмическом*** аспектах предлагается использовать ***δ-кванты знаний*** указанных трех уровней. Предполагается, что **δ-*квант*** знаний **0-го, 1-го** или **2-го уровня** описывает некоторое *достоверное* или *нечеткое*, либо *вероятное* **квантовое событие (КС) в** виде продукционного высказывания (2) о состоянии **ОПР. КС** могут иметь произвольную природу и представлять содержательные данные, факты, закономерности предметной области, а также, информационные файлы. Например, отдельными **КС** являются *текстовый*, *графический* или *звуковой файлы*, несущие **знания** об **ОПР** в *форме результатов выполнения определенных алгоритмов*. Поэтому **δ-*квант знаний*** представляет собой **процессор**, реализующий *рассуждения* с учетом их *смысла*, *логики* и степени *достоверности* в условиях **π,-ν-неопределенности**. Общая структура **δ-*кванта знаний*** состоит **из** трех *составляющих:* ***семантической, информационной* и *процедурной***.

Семантическая *составляющая* **δ-*кванта*** имеет форму ***специальной структуры данных*** и представляет **смысловую информацию** о данном **КС**. В ней указываются *шкалы измерения* признаков **ОПР**,

семантический код и назначение **δ-*кванта*** как *модели знаний* о *фактах* либо *закономерностях* в предметной области. ***Семантический код*** имеет символьный вид $\mathbf{\delta k_s Y_\omega}$. Здесь $\delta \in \{\mathbf{t}, \boldsymbol{\pi}, \mathbf{v}\}$ указывает на **тип δ-*кванта*** (***точный***, ***приближенный***, ***вероятностный***); **k** – *символ* кванта; **s** ∈ {0,1,2…} – *уровень*, **Y** – *имя* и $\omega \in$ {**п, ц, б, т…**} – *статус* кванта (**п***осылочный*, **ц***елевой*, **б***азовый*, **т***ерминальный* и т.п.).

Информационная *составляющая* **δ-*кванта*** описывает разнотипные признаки (характеристики) **ОПР** в *динамической* секционированной (***доменной***) векторно-матричной форме, удобной для *манипулирования* **δk-*знаниями*** посредством *машинных алгебр* и ***логического вывода***. В содержательном и формальном представлении ***домены*** $\mathbf{d_j}$ **δ-*кванта*** именуются **активными** и отвечают как ***нецелевым*** (*посылочным*), так и ***целевым*** (*следственным*) признакам **ОПР** и разделяются между собой символом «:». Двоичные компоненты $\alpha_i^j \in \{\mathbf{0,1}\}$ **активных *доменов*** $\mathbf{d_j}$, ($\boldsymbol{i}$ = 1,2,…**n**; **j** = 1,2,…) соответствуют *значениям* **n** признаков с указанными либо *вычисленными показателями достоверности* (**ПД**) $\sigma(\alpha_i^j)$. При $\alpha_i^j = \mathbf{1}$ утверждается, что **ОПР** характеризуется $\boldsymbol{i}$-м значением **j**-го признака $\mathbf{x_j}$, а при $\alpha_i^j = \mathbf{0}$ – нет.

Динамическая форма ***доменного*** представления признаков предполагает *расширение размера* ***домена,*** на что указывает символ «∅» в его поле. Символ «:∅ | ∅:» между ***доменами*** указывает на *расширение* всего **δ-*кванта*** за счет образования новых ***доменов***. Последний **активный *домен*** предназначен для ***целевого признака-следствия*** в **КС** и отделяется символом «;» от последующей ***процедурной*** *составляющей* **δ-*кванта***. Все активные домены определяют **логику КС**, поскольку **постулируется**, что **активные *домены*** связаны *конъюнкцией* (символ «:» есть *связка* «∧»), *компоненты* в доменах – *дизъюнкцией* (символ «,» есть *связка* «∨»), а **посылочные** домены по отношению к **целевому** – ***импликацией*** (связка «⇒») согласно (2). **Логика КС** описывается *пропозициональными формулами* ***логики высказываний*** или *конечными предикатами*, аргументами которых являются компоненты α_i^j доменов $\mathbf{d_j}$.

Наконец, **процедурная** составляющая **δ-*кванта*** состоит из так называемых **пассивных доменов: выходного** и **процессорного**, которые содержат все *встроенные* **алгоритмы** с выходными результатами, необходимые для функционирования **δ-*кванта*** и управления им.

Выходной домен включает алгоритм **L** для реализации **логики КС** и выработки **выходного** *сигнала* $\gamma \in \{\mathbf{0,1}\}$, свидетельствующего об **успешном** или **неуспешном** завершении работы **δ-*кванта*** по имени следствия **С**. При *успехе*, т.е. наличии всех посылочных данных, полной реализации **логики** и **содержания КС** вырабатывается *сигнал* γ=**1**. В противном случае (*неуспех*) или, когда отсутствует хотя бы одна посылка **КС**, возникает сигнал γ=**0**. В **π-кванте** и **v-кванте (**исключение составляют **t-кванты**, где все данные достоверны**) выходные *домены*** содержат еще алгоритм **А(С)**, определяющий **ПД σ(С)** следствия **С**, и алгоритм **А(→С)**, задающий **ПД σ(→С)** импликации («→») следствия **С**, а также сами значения **σ(С)** и **σ(→С).**

Процессорный домен содержит все ***встроенные алгоритмы***, необходимые для реализации содержания **КС** по *входным посылкам*, и **управляющий** *сигнал* $\mathbf{u} \in \{\mathbf{0,1}\}$. Сигнал **u** вырабатывается внешним алгоритмом управления АЛУПР для активизации работы **δ-*кванта*:** при **u=1** квант *активен* и работает, при **u=0** – *не работает*. **Функционирование δ-*кванта*** знаний **С** любого типа и уровня **начинается** алгоритмической реализацией **логики** и **содержания КС** при наличии сигнала **u=1** и поступлении на вход всех *посылок*, а **завершается** определением **ПД** целевого следствия **σ(С)** с выработкой **выходного** сигнала γ=**1**.

Описанная **общая δ-квантовая структура** упрощается для **t-,π-,v-квантов 0-го уровня**, так как их **КС** характеризуются ***одним числом*** с вырожденной ***логикой.*** Различие ***π-квантов*** и ***v-квантов*** **1**-го и **2**-го уровней состоит в том, что в **π-кванте** с именем **С ПД σ_π(С)=d(С)** служит ***оценкой достоверности*** следствия **С**, а в **v-кванте С ПД σ_v(С)=р(С)** – значением ***вероятности*** следствия **С**.

Символьная запись δ-***квантовой*** структуры любого *уровня* имеет вид ***равенства***, в **левой** части которого находится **семантический код $\delta k_s Y_\omega$**, а **правая** содержит в квадратных скобках «[,]» *активные домены **информационной** составляющей* и *выходной домен **процедурной** составляющей* ***δ-кванта***. При этом ***наблюдаемому*** **i-му** значению α_i^j, (**i** = 1,2,…,r_j) **j**-го признака x_j, (**j** =1,2,…,**n**) **ОПР** отвечает *символьный компонент* вида «**1**| $\sigma(\alpha_i^j)$», который записывается в **j-м** домене δ-***кванта*** с именем Y_ω на **i**-й позиции. Здесь указывается величина **ПД** $\sigma(\alpha_i^j)$, отделяемая вертикальной чертой «|». ***Ненаблюдаемому*** значению α_i^j отвечает символьный компонент «**0**» без указания величины **ПД**. **Например**, выражением

$$\delta k_1 c1 = [\overbrace{0,1\,|\,\sigma(\alpha_2^1),1\,|\,\sigma(\alpha_3^1),\varnothing}^{X_1} : \overbrace{1\,|\,\sigma(\alpha_1^2),0,\varnothing}^{X_2} :$$
$$\varnothing\,|\,\varnothing : \overbrace{\alpha_1^{3ц}\,|\,\sigma(\alpha_1^{3ц}),\varnothing}^{X_3=X_ц}; \tag{3}$$
$$\underbrace{A(\rightarrow c1);\sigma(\rightarrow c1);A(c1);\sigma(c1);L(c1);\gamma]}_{выходной\ домен}$$

представляется расширяемый *векторный* **π-квант** (δ=π) либо **v-квант** (δ=v) **1-го** уровня с именем Y_ω = **с1** относительно целевого признака $x_ц = x_3$, являющегося следствием **с1** логической комбинации посылочных признаков x_1 и x_2 некоторого ОПР **ω**. Содержание δ-***квантового*** события в **δk₁c1** (3) определяется следующей ***семантикой***: «**ЕСЛИ** *наблюдается* **2-е** *значение* α_2^1 *признака* x_1 с **ПД** $\sigma(\alpha_2^1)$ **ИЛИ 3-е** *значение* α_3^1 с **ПД** $\sigma(\alpha_3^1)$ **И 1-е** *значение* α_1^2 с **ПД** $\sigma(\alpha_1^2)$ *признака* x_2, **ТО** ОПР *обладает целевым признаком* $x_ц = x_3$ с **ПД** $\sigma(\alpha_1^{3ц})$; *при этом указанная **логика** **КС** реализуется алгоритмом* **L(c1)**, *а выходной* **ПД** **σ(*c*1)** *следствия* **с1** *в кванте вычисляется алгоритмом* **A(*c*1)**, *используя заданную достоверность* **σ(→*c*1)** *импликации*». Здесь величина **σ(→*c*1)** есть ***достоверность совместного свершения следствия*** ***c*1** *при посылке* (($\alpha_2^1|\sigma(\alpha_2^1)$ **ИЛИ** $\alpha_3^1|\sigma(\alpha_3^1)$) **И** $\alpha_1^2|\sigma(\alpha_1^2)$)). Общая *строгая* **формализация** ***определения*** и ***конструирования* δk-*знаний*** рассматривается как **A_δ-задача** представления и построения **δk-*знаний*** **0**-го, **1**-го и **2**-го уровней сложности. Суть ***строгой*** **формализации** состоит в аксиоматическом построении **δРАКЗ**-моделей в подклассах M_t, M_π, M_v, объединяемых в общий класс M_δ.

Аксиоматическое построение разноуровневых **δРАКЗ**-моделей базируется на *постулировании* трех **терминальных** δ-***квантов*** $\delta k_1 y_т$, $\delta k_0 a_т$, $\delta k_1 b_т$ δ∈{**t,π,v**} и применении к ним известных в теории алгоритмов ***операторов*** **суперпозиции (П-оператор), строчной конкатенации (CON⟨•⟩-оператор) и столбцовой конкатенации (CON[•]-оператор)** [10, 11].

Терминальный векторный δ-***квант*** **1**-го уровня $\delta k_1 y_т$ представляет собой **вектор доменов** d_j:

$$\delta k_1 y_т = [d_1 : d_2 : \ldots : d_n] = [\alpha_1^1|\sigma(\alpha_1^1),\ldots,$$
$$\alpha_{r1}^1|\sigma(\alpha_{r1}^1):\ldots:\alpha_1^n|\sigma(\alpha_{1n}^n),\ldots,\alpha_{rn}^n|\sigma(\alpha_{rn})], \tag{4}$$

соответствующих *разнотипным признакам* x_1, … ,x_n **ОПР** со значениями $\alpha_i^j|\sigma(\alpha_i^j)$ из конечных **множеств** *значений* X^j, (**j**=1,2,…, **n**; **i**=1,2,…,r_j):

$$\begin{aligned} X^1 &= \left\{\alpha_1^1\,|\,\sigma(\alpha_1^1),\ldots,\alpha_{r_1}^1\,|\,\sigma(\alpha_{r_1}^1)\right\},\ldots, \\ X^n &= \left\{\alpha_1^n\,|\,\sigma(\alpha_1^n),\ldots,\alpha_{r_n}^n\,|\,\sigma(\alpha_{r_n}^n)\right\}, \end{aligned} \tag{5}$$

где $\sigma(\alpha_i^j)$, (**i** =1,2,…,r_j) – **ПД** соответствующих значений признаков.

Терминальный выбирающий δ-***квант*** **0**-го уровня $\delta k_0 a_т$ описывается известной в теории алгоритмов ***функцией выбора*** $V_k^{(m)}$ аргумента α_k из

m-*последовательности чисел* или *символов*:

$$\delta k_0 a_т = [V_k^{(m)} = (\alpha_1|\sigma(\alpha_1), \alpha_2|\sigma(\alpha_2),\ldots, \alpha_k|\sigma(\alpha_k),\ldots, \alpha_m|\sigma(\alpha_m)) = \alpha_k|\sigma(\alpha_k)]. \quad (6)$$

Терминальный характеристический δ-*квант* **1**-го уровня $\delta k_1 b_т$ описывается ***характеристической функцией*** χ_{Y_j} множества Y_j ***допустимых значений*** **j**-го признака:

$$\delta k_1 b_T = [\chi_{Y_j}(\alpha_k^j \mid \sigma(\alpha_k^j))] = \begin{cases} 1, \text{ если } \alpha_k^j \mid \sigma(\alpha_k^j) \in Y_j, \\ 0, \text{ если } \alpha_k^j \mid \sigma(\alpha_k^j) \notin Y_j, \end{cases} \quad k = (1,2,\ldots,r_j). \quad (7)$$

Определение* 1.** Алгоритмические структуры, получаемые из ***терминальных квантов $\delta k_1 y_т$, (4) $\delta k_0 a_т$ (6) и $\delta k_1 b_т$ (7) путем конечного числа применений к ним **∏-оператора, CON⟨•⟩-оператора и CON[•]-оператора**, называются **разноуровневыми алгоритмическими δk-*знаниями* или δРАКЗ-моделями *знаний*** в условиях **t-,π-,v-неопределенности**.

Очевидно, используя *строгое* ***определение* 1** при **δ=t** и $\sigma(\alpha_i^j)=1$ можно ***автоматически конструировать*** **точные k-*знания*** (**tk-*знания***) в подклассе M_t **tРАКЗ**-моделей для условий **t-*неопределенности.*** При **δ=π** и ПД $\sigma(\alpha_i^j)=d\alpha_i^j$) синтезируются **приближенные k-*знания*** (**πk-*знания***) в подклассе M_π **πРАКЗ**-моделей в условиях **π-*неопределенности.*** Наконец, при **δ=v** и ПД $\sigma(\alpha_i^j)=p(\alpha_i^j)$ получаются **вероятностные k-*знания*** (**k-*знания***) в подклассе M_v **vРАКЗ**-моделей при условиях **v-*неопределенности***.

Пример 1. Пусть **задан *терминальный векторный*** **v-квант 1-го уровня** vk_1y_t:

$$vk_1y_t = [\alpha_1^1 \mid .60, \alpha_2^1 \mid .75 : \alpha_1^2 \mid .30, \alpha_2^2 \mid .86, \alpha_3^2 \mid .55, \alpha_4^2 \mid .90 : \alpha_1^3 \mid .85, \alpha_2^3 \mid .75, \alpha_3^3 \mid .95] \quad (8)$$

с ***семантикой***: «**ОПР** обладает тремя (**n**=3) признаками x_1, x_2, x_3 с заданными вероятностными *значениями* соответственно: в **1**-м домене в количестве r_1=2, во **2**-м домене– r_2=4 и в **3**-м – r_3=3, выбранных из содержательных вероятных множеств:

$$\tilde{X}^1 = \{\alpha_1^1 \mid p(\alpha_1^1),\ \alpha_2^1 \mid p(\alpha_2^1)\},$$
$$\text{где } p(\alpha_1^1) = 0,6;\ p(\alpha_2^1) = 0,75;$$

$$\tilde{X}^2 = \{\alpha_1^2 \mid p(\alpha_1^2),\ \alpha_2^2 \mid p(\alpha_2^2),\ \alpha_3^2 \mid p(\alpha_3^2),\ \alpha_4^2 \mid p(\alpha_4^2)\},$$
$$\text{где } p(\alpha_1^2) = 0,3;\ p(\alpha_2^2) = 0,86;\ p(\alpha_3^2) = 0,55;\ p(\alpha_4^2) = 0,9;$$
$$\tilde{X}^3 = \{\alpha_1^3 \mid p(\alpha_1^3),\ \alpha_2^3 \mid p(\alpha_2^3),\ \alpha_3^3 \mid p(\alpha_3^3)\},$$
$$\text{где } p(\alpha_1^3) = 0,86;\ p(\alpha_2^3) = 0,75;\ p(\alpha_3^3) = 0,95\text{».}$$

Требуется построить v-*квант* 1-го уровня vk_1c2 с именем **c2**, представляющий *знания* о наблюдаемом **ОПР** со следующей **семантикой:** «зафиксировано допустимое множество Y_j, (j=1,2,3) данных в виде $Y_1=\{\alpha_2^{1ц}\}$, $Y_2=\{\alpha_2^2, \alpha_4^2\}$, $Y_3=\{\alpha_1^3, \alpha_3^3\}$, где 2-е значение $\alpha_2^{1ц}$ признака x_1 объявлено **целевым** ($x_1=x_ц$) ***следствием*** **c2**, которое зависит от *логики* **КС:** (α_2^2 **ИЛИ** α_4^2) **И** (α_1^3 **ИЛИ** α_3^3) со значениями α_2^2, α_4^2, α_1^3, α^3 *посылочных* признаков x_2 и x_3 с заданными соответствующими ПД $p(\alpha_2^2)$, $p(\alpha_4^2)$, $p(\alpha_1^3)$, $p(\alpha_3^3)$; *вероятность импликации* $p(\to c2)$ = 0,98; в **выходном домене** *общий* ПД **p(c2)** **v-кванта** вычисляется алгоритмом **A(c2)».**

Применяя действия по ***определению* 1** к *терминальному* vk_1y_t (8), получим следующую ***формальную алгоритмическую процедуру*** конструирования требуемого **v-*кванта*** vk_1c2 вместе с его представлением:

$$vk_1c2 = CON_{j=1}^{n=3}\left\langle CON_{k=1}^{r_j}\left\langle \chi_{Y_j}(V_j^{(3)}(V_k^{(r_j)}(vk_1r_T)))\right\rangle\right\rangle =$$
$$= [\overbrace{0,1 \mid .86, 0,1 \mid .90}^{X_2} : \overbrace{1 \mid .85, 0,1 \mid .95}^{X_3} : \overbrace{0,1 \mid .75}^{X_1=X_ц};\ \underbrace{.98; A(c2) : p(c2)}_{\text{выходной домен}}; L; \gamma]. \quad (9)$$

Здесь **выходной домен** сформирован стандартным образом, но без **A(→c2)**, т.к. **ПД p(→c2)** задан.

Последовательность алгоритмических действий в *операторной записи* vk_1c2 (9) производится так. Вначале происходит *настройка* действий всех операторов и функций слева направо для обработки исходного vk_1y_t (8) так, что первый $CON_{j=1}^{n=3}\langle\bullet\rangle$-

оператор присваивает **j:=1** для последующей конкатенации образуемых **1**-го, **2**-го и **3**-го **доменов** синтезируемого **vk₁c2.** Следующий $CON_{k=1}^{r_j}\langle\bullet\rangle$-оператор выполняется аналогично**: k:=1** для предстоящей **строчной конкатенации** $\mathbf{r_j}$ компонент **j**-го домена ($1 \le \mathbf{k} \le \mathbf{r_j}$), которые после ***характеристической*** функции χ_{Y_j} преобразуются в «**0**» или «**1**» в результате анализа *компонентов* на принадлежность *зафиксированному* множеству $\mathbf{Y_j}$. Выбор указанных компонентов производится в цикле сначала посредством функции $\mathbf{V_j^{(3)}}$ **,** а затем посредством функции $\mathbf{V_k^{(r_j)}}$ выбирается **k-**я компонента из $\mathbf{r_j}$ возможных в **j**-м домене. Действия реализуются, циклически повторяясь, пока не будут исчерпаны установочные параметры**: n** – число признаков (**доменов**) и $\mathbf{r_j}$ – количество *компонентов* **j**-го **домена**.

2.1.2. Представление фактов и закономерностей δРАКЗ-моделями. Под **фактами** будем понимать *измеряемые* разнотипные *признаки* и их логические комбинации, а также любые *наблюдаемые* события и ситуации, характеризующие **ОПР** и представимые **δ-*квантами знаний*** различных уровней и типов, т.е**. δРАКЗ-моделями.** В качестве **закономерностей**, которым подчиняются характеристики **ОПР** исследуемых классов, *предлагаем* рассматривать *устойчивые* **импликативные** (***запретные***), а также **функциональные логические связи** между *признаками* **ОПР**. На практике такие связи считаются *достаточно* **устойчивыми,** если их можно обнаружить при анализе *ограниченной* **ТЭД** $\mathbf{T_o(m,n)}$ [12].

Определение* 2. Устойчивая связь** между **r** признаками **ОПР** из общего их числа **n**, (**r≤n**), выражающая ***недопустимость по *смыслу* хотя бы одной комбинации их значений в множестве **δk**-знаний, (δ∈{**t, π, v**}), называется **импликативной закономерностью** или ***запретом*** **r**-го **ранга**.

Кроме **импликативной** связи между признаками может существовать и **функциональная** связь как частный случай **импликативной**. Отличие их состоит в том, что при **функциональной** связи значения некоторых признаков, называемых ***аргументами***, *всегда* ***однозначно*** определяют значение *признака-**функции***, в то время, как при **импликативной** связи – **не всегда**, а лишь при некоторых комбинациях значений исходных признаков.

Определение* 3. Функциональной закономерностью r**-го **ранга** на множестве **δk-знаний**, (δ∈{**t, π, v**}**),** называется **устойчивая связь** между **r, (r≤n)** признаками **ОПР** и некоторым (**r+1**)-м признаком, позволяющая по значениям **признаков-*аргументов*,** однозначно определить значение ***признака-функции. Понятие *устойчивости* **запретных** и **функциональных** связей базируется на статистических представлениях [11].

При формальном конструировании **δk-знаний** согласно ***определению*** **1** множества $\mathbf{X^j}$, (**j**=1,2,…,**n**) (5), отвечающие *активным доменам*, преобразуются посредством *терминального характеристического кванта* **δk₁b**$_\mathbf{T}$ (4) в бинарные множества $\mathbf{B^j}$:

$$\begin{aligned} B^1 &= \{\beta_1^1 \mid \sigma(\beta_1^1),...,\beta_{r_1}^1 \mid \sigma(\beta_{r_1}^1)\},..., \\ B^n &= \{\beta_1^n \mid \sigma(\beta_1^n),...,\beta_{r_n}^n \mid \sigma(\beta_{r_n}^n)\},\ \beta_i^j \in \{0,1\}. \end{aligned} \tag{10}$$

Декартово произведение множеств $\mathbf{B^j}$ (10) с учетом только **активных** доменов **информационных составляющих δ-*квантов*** образует множество

$$B\delta = B1\times B2\times\ldots\times Bn,\ \delta\in\{\mathbf{t,\pi,v}\}, \tag{11}$$

которое назовем **пространством δРАКЗ-моделей**.

Определение **4.** Декартово произведение **J** подмножеств $\mathbf{Z^j} \subseteq \mathbf{B^j}$, (**j**=1,2,…,**n**), выбранных по одному из множеств $\mathbf{B^1}$**,** $\mathbf{B^2}$**,…,** $\mathbf{B^n}$, т.е.

$$\mathbf{J} = (Z^1\times Z^2\times\ldots\times Z^n) \subseteq \mathbf{B_\delta} \tag{12}$$

называется **интервалом *пространства*** δРАКЗ-моделей.

Для упрощения выражения $\alpha_i^j \mid \sigma(\alpha_i^j)$ в δ-квантовом представлении **фактов** будем использовать запись

$$i^j \mid \sigma_i^j, (1 \le i \le r_j, 1 \le j \le n) \tag{13}$$

с **семантикой**: «*зафиксировано* **i-е** *значение* **j-го** *признака* **ОПР** *с соответствующим* **ПД** σ_i^j». На рис. 1 показано ***пространство*** $B_\delta^{(3)}$ как ***множественное*** представление **δРАКЗ-*моделей* ОПР**, описываемых *тремя* признаками**:** $\boldsymbol{x_1}$ с $\mathbf{r_1=2}$ *значениями* из $\mathbf{X^1}=\{\alpha_1^1\,|\,\sigma(\alpha_1^1),\alpha_2^1\,|\,\sigma(\alpha_2^1)\}$; $\boldsymbol{x_2}$ с $\mathbf{r_2=4}$ *значениями* из $\mathbf{X^2}=\{\alpha_1^2\,|\,\sigma(\alpha_1^2),\alpha_2^2\,|\,\sigma(\alpha_2^2),\alpha_3^2\,|\,\sigma(\alpha_3^2),\alpha_4^2\,|\,\sigma(\alpha_4^2)\}$ и $\boldsymbol{x_3}$ с $\mathbf{r_3=3}$ *значениями* из множества $\mathbf{X^3}=\{\alpha_1^3\,|\,\sigma(\alpha_1^3),\alpha_2^3\,|\,\sigma(\alpha_2^3),\alpha_3^3\,|\,\sigma(\alpha_3^3)\}$.

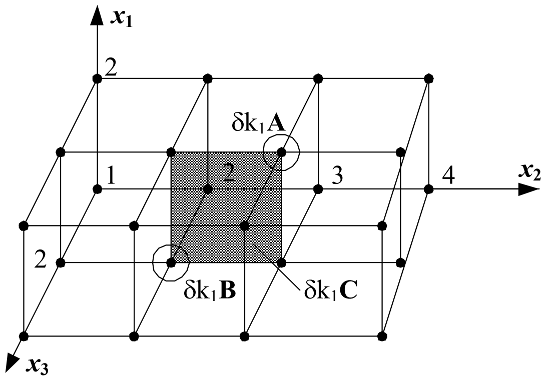

Рис. 1. Пространство $B_\delta^{(3)}$ **δРАКЗ**-моделей

Отмеченным **точкам А** и **В *пространства*** $B_\delta^{(3)}$ отвечают **элементные *векторные* δk-*знания* δk₁A** и **δk₁B** в **δ-*квантовой*** форме**:**

$$\delta k_1 A=[\overbrace{0,2^1\,|\,\sigma_2^1}^{x_1}:\overbrace{0,0,3^2\,|\,\sigma_3^2,0}^{x_2}:\overbrace{0,2^3\,|\,\sigma_2^3,0}^{x_3}], \quad (14)$$

$$\delta k_1 B=[1^1\,|\,\sigma_1^1,0\ :0,2^2\,|\,\sigma_2^2 0,0\ :0,2^3\,|\,\sigma_2^3,0]. \quad (15)$$

Они могут описывать ***факты*** или ***закономерности*** самой различной природы. **Семантика δk₁A** и **δk₁B,** а также их *выходные* **домены** не указаны во избежание громоздкой записи.

Заштрихованному **интервалу** $\mathbf{C}\subset B_\delta^{(3)}$ на рис. 1 соответствует **интервальный δ-*квант*** знаний **1**-го уровня **δk₁C** с именем **С:**

$$\delta k_1 C=[\overbrace{1^1\,|\,\sigma_1^1,2^1\,|\,\sigma_2^1}^{x_1}:\overbrace{0,2^2\,|\,\sigma_2^2,3^2\,|\,\sigma_3^2,0}^{x_2}:\overbrace{0,2^3\,|\,\sigma_2^3,0}^{x_3}], \quad (16)$$

который состоит из точек **А** и **В**, и еще двух других. Заметим, что **элементный δ-*квант*** в своих **доменах** не может содержать более одного «*не нулевого*» компонента, а **интервальный δ-квант** – может и обязан. Поэтому, например, при **δ=t** (*точные* **k**-знания) из **интервального δk₁C** (16) получаем **точный** *интервальный* **векторный t-квант 1-**го уровня **tk₁C** без указания **ПД** σ_i^j в силу *достоверности* **квантовых событий** (**КС**)**:**

$$tk_1C=[\overbrace{11}^{x_1}:\overbrace{0110}^{x_2}:\overbrace{010}^{x_3}]. \quad (17)$$

Интервальный **tk₁C** (17) можно представить *матричным* **t-квантом 2-**го уровня **tk₂C**, состоящим из объединения **4**-х ***элементных*** *векторных* **t-квантов 1-*го*** уровня**:**

$$tk_2C=\begin{array}{c}\overbrace{\ \ }^{x_1}\ \ \overbrace{\ \ \ \ }^{x_2}\ \ \overbrace{\ \ \ }^{x_3}\\ \begin{bmatrix}01:0010:010\\10:0010:010\\01:0100:010\\10:0100:010\end{bmatrix}\end{array} \quad (18)$$

с общей ***семантикой***: «*наблюдаемый* **ОПР** характеризуется ***фактом*** наличия **tk-*знаний*** **tk₁C₁**=[01**:**0010**:**010] **ИЛИ tk₁C₂**=[10**:**0010**:**010] **ИЛИ tk₁C₃**=[01**:**0100**:**010] **ИЛИ tk₁C₄**=[10**:**0100**:**010], независимо от указания *целевого* признака»**.**

Закономерности представляются **δРАКЗ**-моделями следующим образом. Пусть, например, заштрихованный *интервал* $\mathbf{C}\subset B_\delta^{(3)}$ на рис. 1 отвечает ***импликативной закономерности*** относительно *целевого* признака $\mathbf{x_3=x_ц}$ и посылочных признаков $\mathbf{x_1}$, $\mathbf{x_2}$. Тогда согласно (16) ее можно описать, например, *вероятностным* (при **δ=v**) *запретным* ***интервальным* v-*квантом*** **1**-го *уровня* с именем $\bar{Y}$ в виде**:**

$$vk_1\bar{Y}=[\overbrace{1^1\,|\,p_1^1,2^1\,|\,p_2^1}^{x_1}:\overbrace{0,2^2\,|\,p_2^2,3^2\,|\,p_3^2,0}^{x_2}:\overbrace{0,2^3\,|\,p_2^3,0}^{x_3=x_ц}], \quad (19)$$

с ***семантикой***: «*не верно*, что **ЕСЛИ** наблюдаемый **ОПР** обладает **1**-м **ИЛИ 2**-м значением *признака* $\mathbf{x_1}$ **И 2**-м **ИЛИ 3**-м значением *признака* $\mathbf{x_2}$ с соответствующими вероятностями $p_1^1, p_2^1, p_2^2, p_3^2$, **ТО** *целевой* признак $\mathbf{x_3}$ принимает **2**-е значение с вероятностью p_2^3**».** В форме **предикатного уравнения** запретные **vk-*знания*** (19) имеют вид**:**

$$\begin{aligned}&vk_1\overline{Y} =\\&=[((x_1 = 1^1 \mid p_1^1, 2^1 \mid p_2^1) \wedge (x_2 = 2^2 \mid p_2^2, 3^2 \mid p_3^2) \wedge\\&\wedge (x_3 = 2^3 \mid p_2^3); A(\rightarrow \overline{Y}); p(\rightarrow \overline{Y});\\&A(\overline{Y}); p(\overline{Y})) \equiv 0 \mid p_{\overline{Y}}\end{aligned} \tag{20}$$

с указанной ***семантикой***. Здесь символ «**,**» эквивалентен логической дизъюнкции «$\vee$», а символ «$0 \mid p_{\overline{Y}}$» указывает на *ложность* предиката в круглых скобках.

Аналогичными **δРАКЗ-моделями** (без *запретного* имени $\overline{Y}$, но с использованием символа «$1 \mid p_Y$» *истинности* предиката) описываются **функциональные связи.** Наличие *определенного* алгоритма **A(Y)** в **выходном** домене *запретных* или *функциональных* **δk-знаний 1**-го и **2**-го *уровней* указывает на *встроенную* ***процедуру*** для вычисления заключительного **ПД** σ **(Y) δ-*кванта*** с учетом **логики** в его *предикатной* **δРАКЗ-модели**.

Таким образом, предложенный *обобщенный* класс $\mathbf{M_\delta}$ **δРАКЗ**-моделей содержит множество *единообразных* ***δ-квантовых*** *средств* для представления различных **фактов,** а также *импликативных* и *функциональных* закономерностей в *эквивалентных* по содержанию *формах***:**

1) ***множественной*** (точки, интервалы пространства $\mathbf{B}_\delta^{(n)}$);

2) ***векторно-матричной*** (доменные ***δ-квантовые*** структуры);

3) ***аналитической*** (конечные предикаты).

Отсюда ***основное преимущество*** **δРАКЗ**-метода перед существующими заключается в том, что он *открыт* для использования различных средств ***математики*** при синтезе и анализе эффективных средств ***инженерии квантов знаний*** в искусственном интеллекте**.**

2.1.3. Операторная модель $\mathbf{M_{ОП}}$ вывода решений δРАКЗ-методом. **δРАКЗ**-метод обеспечивает *анализ* и *синтез* ***операторной*** модели $\mathbf{M_{ОП}}$ вывода ***идентификационных*** и ***прогнозных*** решений средствами *представления* и *манипулирования* ***точными*** *квантами знаний* (**tk-*знаниями***). ***Операторный*** вывод указанных решений на основе использования модели $\mathbf{M_{ОП}}$ реализуется последовательностью специальных ***операторных*** **преобразований** *разноуровневых* **tk-*знаний***, которые подробно изложены в [12].

На рис. 2 приведена общая схема ***операторного вывода*** решений **tРАКЗ**-методом. Сначала ***синтезируется прогнозная*** **или** ***идентификационная*** база *точных* квантов знаний (**БtkЗ**) посредством **оператора** индукции **по заданной ТЭД** как обучающим **tk-*знаниям.*** Затем с помощью операторов *дедукции* **и** *традукции* по наблюдаемым **входным tk-*знаниям***, опираясь на **БtkЗ, выводятся *идентификационные* или *прогнозные*** решения **как выходные** tk-знания**.**

2.1.4. Сетевые модели $\mathbf{M_{КС}}$ принятия решений. δ-Квантовые сети вывода решений (δ-КСВР) при δ=t, π, v. ***Начальное*** *формальное* представление сетевого процесса **принятия решений** реализуется в виде *обучаемой* **логической сети вероятных рассуждений (ЛСВР)**.

Обучаемая **ЛСВР** трансформируется в **квантовые модели *точного*** *вывода* решений **(t-КСВР)** при условиях ***t-неопределенности***, ***приближенного*** *вывода* **(π-КСВР)** при ***π-неопределенности*** и **вероятностного** *вывода* **(v-КСВР)** при **v-*неопределенности***. Предполагается также синтез ***алгоритма*** **обучения** (**АЛОБУЧ**), с помощью которого находится по выборочной информации **ТЭД** и **СПОЗ** множество $\mathbf{E=\{X_i\}}$, $(\mathbf{i}=1,2,\ldots,\mathbf{n_g})$ ***вершин*** и множество $\mathbf{U=Г=\{u_{ij}\}}$, $(\mathbf{j}=1,2,\ldots,\mathbf{m_g})$ ***дуг графа*** **G=(E,Г)**, отвечающих ***причинно-следственным*** и логическим ***связям*** между ***квантовыми событиями*** (**КС**) в **δ-КСВР**.

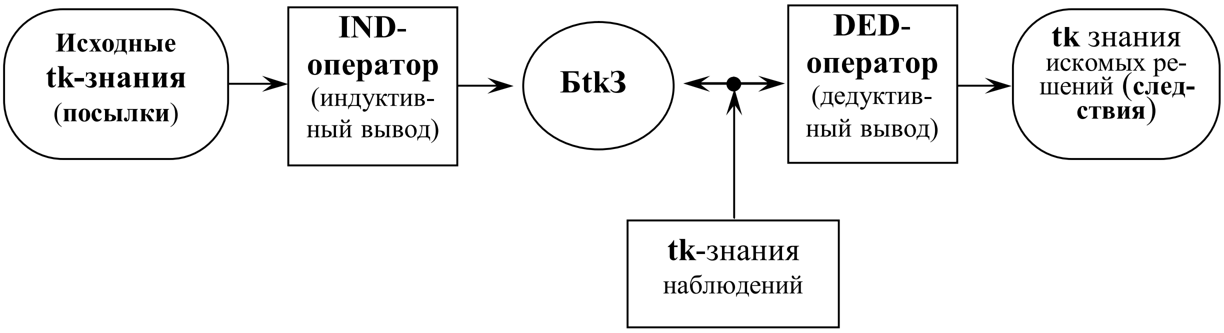

Рис. 2. Общая схема операторного вывода решений **tРАКЗ**-методом

Определение* 5. *Обучаемой* ЛСВР** называется синтезируемый по заданным **СПОЗ** посредством алгоритма **АЛОБУЧ** ориентированный **граф G=(E,Г)**, ***обладающий *порядковой функцией* **П(X$_i$)** $\forall$**X$_i$$\in$E**, определенной на подмножествах-уровнях **N$_1$, N$_2$,…, N$_k$ $\subseteq$ E** вершин, и следующими *свойствами*:

1) все вершины **X$_i$$\in$E**, (**1≤i≤n$_y$**) отвечают высказываниям из **СПОЗ** конкретной предметной области, а **дуги u$_{ij}$$\in$Г, Г: E$\to$E** указывают на **причинно-следственные** связи между узлами с *логическими связками* «**И**», «**ИЛИ**», «**НЕ**»;

2) все *узлы* **X$_i$$\in$N$_1$ $\subset$ E** при **Г$^{-1}$N$_1$=$\varnothing$** соответствуют входной **посылочной** информации **e$_t$, (1≤t≤n$_п$)** относительно некоторых следствий **c$_q$,(1≤q≤m$_c$)** с заданными **ПД σ(e$_t$), σ($\to$c$_q$)**;

3) все *узлы* **X$_i$$\in$N$_k$ $\subset$ E** при **ГN$_k$=$\varnothing$** являются **целевыми** (*выходными*) *узлами*-**заключениями C$_s$**, (**1≤s≤S**) с *вычисляемыми* **ПД σ(C$_s$)**, а все вершины ***промежуточных*** уровней между **N$_1$ и N$_k$** отвечают **частичным следствиям c$_q$**.

Синтезированная в режиме обучения **ЛСВР *трансформируется*** в **δ-КСВР**, **δ$\in${t,π,v}** с помощью разработанных *специального* **алгоритма автоматического квантования *информации*** **ЛСВР** под названием **δ-АЛАКВА** и **алгоритма оптимизации δ-АЛОПТ**, которые описаны в [11]. В результате трансформации **ЛСВР** получается **δ-КСВР** с вычисляемыми **ПД σ(c$_q$)** и **σ(C$_s$)**, допускающая **оптимизацию** *сети* в смысле *исключения избыточных* ***δ-квантов*** и *управление* ***сетевым выводом*** требуемых решений. Таким образом, суть **формализации δ-КСВР** *раскрывается* в следующем **определении**.

***Определение* 6. Целенаправленной обучаемой δ-КСВР**, **δ$\in${t,π,v}** называется результат преобразования графа **G=(E,Г)=ЛСВР** посредством алгоритмов **δ-АЛАКВА** и **δ-АЛОПТ** в *квантовый граф* **G$_{δk}$=(E$_{δk}$, Г$_{δk}$)**, обладающий следующими *свойствами*:

1) все ***вершины*** **X$_i$$\in$E$_{δk}$** отвечают сгенерированным разноуровневым **δ-*квантам***, содержащим **СПОЗ** конкретной предметной области, а ***дуги*** **U$_{ij}$ $\in$ Г$_{δk}$** указывают на *логические связи* ***квантовых событий***;

2) все **X$_i$$\in$N$_k$ $\subset$ E$_{δk}$, Г$^{-1}$N$_1$=$\varnothing$** соответствуют входным **δk-*знаниям*-посылкам** с именами **e$_τ$, (1≤τ≤n$_п$′)** относительно **δk-*знаний*-следствий** с именами **C$_q$, (1≤q≤m$_c$′)** и с заданными **ПД σ(e$_τ$)** и/или вычисляемыми **σ($\to$ C$_q$);**

3) все **X$_i$$\in$N$_k$ $\subset$ E$_{δk}$, ГN$_k$=$\varnothing$** являются **целевыми δk-*знаниями*-заключениями** с именами **C$_s$, (1≤s≤S)** и *вычисляемыми* **ПД σ(C$_s$),** а все ***промежуточные*** вершины графа **G$_{δk}$** отвечают ***частичным*** **δk-*знаниям*-следствиям** с **ПД σ(C$_q$).** Согласно ***определению*** **5** и условиям **δ-*неопределенности*** (**δ$\in${t,π,v}**) получаем **формализованные определения** соответствующих **t-КСВР**, **π-КСВР** и **v-КСВР**, отличающиеся лишь используемыми *алгоритмами* **δ-АЛАКВА** и **δ-АЛОПТ** [10, 11]. *Формирование исходных* **СПОЗ** для *обучения* **δ-КСВР** с целью решения **B$_δ$-задачи** производится на основе анализа примеров **идентификационных *сценариев*** данной

предметной области, а с целью решения **C_δ-задачи** – на основе использования примеров **прогнозных *сценариев*** принятия решений. Следует отметить, что **оператор редукции** *сетевой* ***базы*** **δk-*знаний*** **(БδkЗ)=δ-КСВР,** входящий в состав алгоритмов **АЛ(B_δ)** и **АЛ(C_δ)** [11] *решения* **B_δ-,C_δ-задач** в данном случае обработки *функциональных закономерностей* выполняет роль **активизации δ-*квантов знаний*** при ***выводе решений***. **Активизация** **δ-*кванта*** **s-**го **уровня δk_sY** – это **формирование** на его входе *посылочных* значений характеристик **ОПР** с указанием *оценок* их ***достоверности*** и *вычисления* **ПД σ(Y)** по заданному в выходном домене *алгоритму* **A(Y).**

Активизация δ-КСВР–это **формирование** на ее *входе* **δk-*знаний*-посылок** с *последовательной автоматической* **активизацией** всех **δ-*квантов***, находящихся в *причинно-следственной связи* с *выходными* **δk-*знаниями***, отвечающими ***принимаемым решениям***. Отсюда приходим к *определению* ***вывода*** *возможных* **решений** посредством **δ-КСВР**.

Определение **7.** Последовательный процесс **активизации** *посылочных* $\mathbf{e_i}$, *промежуточных* ($\mathbf{C_r}$) и *целевых* ($\mathbf{C_j}$) **δ-*квантов*** в графе $\mathbf{G_{\delta k}(E_{\delta k}, \Gamma_{\delta k})}$ согласно ***определению*** **5** с *вычислением заключительных* **ПД σ(C_j)** по заданным алгоритмам **A(C_j)**, известным **ПД σ(C_r)**, σ($e_i \to C_j$) и логике связей между $\mathbf{e_i}$ и $\mathbf{C_j}$ *называется* ***выводом*** *возможных* **решений** посредством **δ-КСВР, ($\delta \in \{\pi, v\}$).**

Дедуктивный вывод **идентификационных *решений*** в **B_δ-*задаче*** при заданных *посылочных* **δk-*знаниях*** $\delta k_1 Y_{B\omega}$ состоит в получении на выходе **δ-КСВР** с помощью алгоритма **АЛ(B_δ)** искомых (***целевых***) **δk-*знаний*** $\delta k_s R_{B\omega}, (s = 0,1,2)$ с вычисленными **ПД σ(R_B). *Семантика*** $\delta k_s R_{B\omega}$ указывает на *принадлежность* с заданной *надежностью* **η** **идентифицируемого ОПР ω** к определенной *категории* или *классу* **K** из Ω.

В результате решения **C_δ-задачи** путем ***дедуктивного вывода*** возможных **прогнозных *решений*** по заданным посылкам $\delta k_1 Y_\omega$ получаем на выходе **δ-КСВР** с помощью алгоритма **АЛ(C_δ),** искомые **δ-кванты *знаний*** **s**-го уровня $\delta k_s R_{C\omega}, (s = 0,1,2)$ с вычисленными **ПД σ(R_C)**. ***Семантика*** $\delta k_s R_{C\omega}$ отражает с заданной *надежностью* **η** ***прогнозируемые*** *значения* исследуемых *признаков* **ОПР ω** либо *категорию* ***прогнозируемой*** *ситуации*, в которой находится наблюдаемый **ОПР.**

2.2. Принцип внешнего дополнения для индуктивного построения и оценивания БδkЗ по обучающим δk-знаниям. Разработчикам **СИИ** необходима ***методика оценивания*** *обучающей* **ТЭД T_0(m,n)**, которая *гарантированно* обеспечивала бы ***индуктивное*** построение **БδkЗ** как **δРАКЗ-*модели*** принятия решений *требуемого качества*. Для этого ниже сформулируем принцип *внешнего дополнения* и докажем ***теоремы***, обосновывающие предлагаемый способ *адекватного* соотнесения ***сложности*** искомых **импликативных** и/или **функциональных** **БδkЗ** с ***объемами*** требуемых *обучающих* **δk-*знаний***.

2.2.1. Оценка адекватности индуктивно синтезируемой *импликативной* БδkЗ объему обучающих tk-знаний. Основная теорема 1. *Адекватность* искомой ***импликативной*** **БδkЗ** по отношению к *обучающей* **ТЭД T_0(m,n)** будем оценивать величиной $\mathbf{r}_{max}$ *максимального ранга* запретных связей между признаками **ОПР**, который зависит от объема **(m × n) ТЭД**. Упростим *формальную модель* **ОПР** вида (5) путем перехода от *доменного* пространства **δРАКЗ-**моделей $\mathbf{B^j}$ (10) к *расширенному булевому* пространству $\mathbf{B^N}$ размерности **N = r_1+r_2+…+r_n** без учета ***доменов*** и **ПД** $\sigma\left(\beta_i^j\right)$ их компонентов β_i^j, (**i**=1,2,…,$\mathbf{r_j}$; **j**=1,2,…,**n**). С этой целью, с помощью *конкатенации* множеств $\mathbf{B^j}$ (10) построим расширенное булевское **N**-множество **B:**

$$\begin{aligned} \mathrm{B} &= CON_{j=1}^{n}\left\langle \mathrm{B}^j \right\rangle = \left\langle B^1, B^2, ..., B^n \right\rangle = \\ &= \left\langle \beta_1^1, \beta_2^1, ..., \beta_{r_1}^1, ..., \beta_{r_1+r_2+...+r_j}^j, ..., \beta_N^n \right\rangle, \end{aligned} \tag{21}$$

элементы которого отвечают *значениям* всех признаков x_1, x_2,…, x_n **ОПР**. Очевидно, **N-я** декартова степень множества **B** (21) и образует ***расширенное*** *булево пространство* $\mathbf{B^N}$**:**

$$B^N = \underbrace{B \times B \times ... \times B}_{N.\,раз} = \{\vec{\beta}\}, \qquad (22)$$

которое назовем **логическим пространством реализаций δРАКЗ-моделей.** Векторные *элементы* $\vec{\beta} \in \mathbf{B^N}$ (точки, реализации)

$$\vec{\beta} = (\beta_1, \beta_2, ..., \beta_N) \in B^N \qquad (23)$$

назовем **булевскими моделями ОПР** для *описания* результатов наблюдений за **ОПР** в реальных предметных областях. Тогда суть ***индуктивного принципа*** *внешнего дополнения* для случая поиска ***импликативных*** *закономерностей* (запретов) состоит в следующем.

Пусть точки пространства $\mathbf{B^N}$ отвечают множеству **T** *мыслимых* объектов, часть которых $\mathbf{T_r \subseteq T}$ относится к *реальным* **ОПР** исследуемых *классов*. Поскольку на практике **T** и $\mathbf{T_r}$ *недоступны* непосредственному *перечисленню*, т. к. их мощности *очень велики* и соотносятся как $|\mathbf{T_r}| << |\mathbf{T}|$), то о *закономерностях* в $\mathbf{T_r}$ судят по ограниченному (*обучающему*) множеству $\mathbf{ТЭД = T_0(m,N) \subseteq T_r}$ объема ($\mathbf{m} \times \mathbf{N}$), которое также намного меньше $\mathbf{T_r}$. Следовательно, в силу *реальных* условий

$$T_0(m, N) << T_r << T \qquad (24)$$

приходится строить **БδkЗ** как *индуктивные* **модели принятия *идентификационных*** и ***прогнозных* решений** на основе *выборочных* ***знаний*** $\mathbf{T_0(m,N)}$, извлекаемых из возможных источников. Согласно (24) и по ***определению* 2** существование **запретной комбинации** значений признаков означает, что в соответствующий ***запретный интервал*** $\bar{J}$ пространства $\mathbf{B^N \sim T}$ не попадает ни один элемент из множества $\mathbf{T_r}$, и, следовательно, из множества $\mathbf{T_0}$, т.к. $\mathbf{T_0 \subseteq T_r}$. Назовем интервал $\bar{J}$ **пустым** относительно $\mathbf{T_r}$ и $\mathbf{T_0}$. Очевидно, чем **сильнее** *импликативная связь,* тем **шире** соответствующий $\bar{J} \in \mathbf{T_r}$, а следовательно, **больше вероятность** проявления запретной *закономерности*. Именно это обнадеживает обнаружение *запретов* по обучающей $\mathbf{T_0(m,N)}$. Действительно, если в $\mathbf{T_0(m,N)}$ обнаружена ***импликативная связь*** между **r**, $(\mathbf{2 \le r \le N})$ признаками, которой отвечает *пустой интервал* $\bar{J}$ **r**-го ранга в пространстве $\mathbf{T_r}$, то должно выполнятся отношение $\bar{J} \cap \mathbf{T_r} = \varnothing$, а значит, и отношение $\bar{J} \cap \mathbf{T_0} = \varnothing$**.** Отсюда следует, что если $\bar{J} \cap \mathbf{T_0} = \varnothing$, то можно выдвинуть ***гипотезу*** о существовании ***импликативной*** *закономерности* **r**-го **ранга** в $\mathbf{T_r}$**,** судя по **ТЭД** $\mathbf{T_0(m,N)}$**.** Чтобы принять или отвергнуть ***гипотезу***, нужно оценить ее **достоверность**, т.е. **вероятность** того, что ***гипотеза ошибочна***. **Достоверными** принято считать **гипотезы**, вероятность *ошибочности* которых настолько **мала,** что ею можно пренебречь. Поэтому при выявлении ***импликативных закономерностей*** разумно ограничиться поиском достаточно *крупных **запретных интервалов***, начиная с *ранга* **r**=2 до $\mathbf{r_{max}}$ и пренебречь *мелкими*. Это существенно ограничивает *объем перебора* ***интервалов***. Очевидно, **достоверность *гипотезы*** должна зависеть от общего числа **N *признаков****-столбцов* и числа **m *наблюдений****-строк* **ТЭД** $\mathbf{T_0(m,N)}$**,** а также от *ранга* **r** искомых связей между признаками **ОПР**. Тогда **достоверность гипотезы** о существовании ***импликативной закономерности*** **r**-го ранга можно оценить *математическим ожиданием* $\mathbf{M\{m,N,r\}}$**,** т.е. средним числом ***запретных*** интервалов $\bar{J}$ **r**-го *ранга*, возникающих в пространстве $\mathbf{B^N}$ (22) при *чисто случайном* формировании **ТЭД** $\mathbf{T_0(m,N)}$ из элементов множества $\mathbf{T_r \subseteq B^N}$. Очевидно, такую ***гипотезу*** можно выдвигать лишь при ***малых значениях величины*** $\mathbf{M\{m,N,r\}}$ в интервале [0,1].

Действительно, чем ***меньше*** **вероятность** *случайного существования* ***пустого интервала***, тем ***больше*** искомая **достоверность** *существования **импликативной закономерности***. На основании изложенного ***принципа внешнего дополнения*** для *индуктивного построения* ***импликативной*** **BtkЗ** по обучающим **tk-*знаниям*** приходим к *основной* **теореме 1.**

Теорема 1. Пусть задана обучающая ТЭД $\mathbf{T_0(m,N)}$, которая состоит из **m** *строк-наблюдений,* **N** *столбцов-признаков* **ОПР.** Предполагается, что $\mathbf{T_0(m,N)}$ есть случайная *равновероятная* **(m,N)-выборка** элементов из $\mathbf{T_r}$, представленная *матричным* **t-квантом** ***знаний*** **2**-го *уровня* $\mathbf{tk_2T_0}$. Пусть существованию ***импликативной*** связи **r**-го ранга между признаками **ОПР** в пространстве $\mathbf{T_r}$ отвечает событие **S(m,N,r):** «*некоторые интервалы* **r**-го *ранга* в $\mathbf{T_r \subseteq B^N}$ *случайно не пересекаются* с $\mathbf{T_0(m,N)}$, (т.е. ***запретные*** или ***пустые***, *но в реальности* ***запретные*** *связи между признаками отсутствуют*)». Тогда **оценка $\mathbf{D_z}$ достоверности** ***гипотезы*** **о** *существовании* ***импликативных закономерностей*** **r**-го *ранга* в $\mathbf{T_r}$ *определяется* на основе $\mathbf{tk_2T_0=T_0(m,N)}$ *оценочной величиной* $\mathbf{M_S\{m,N,r\}}$ для ***вероятности*** $\mathbf{p_S(m,N,r)}$ события **S(m,N,r)** по формуле:

$$D_Z = p_S(m,N,r) \le M_S\{m,N,r\} \equiv \equiv \frac{N!2^{r(1-m)}(2^r-1)^m}{r!(N-r)!}, \tag{25}$$

где $\mathbf{r_{min} \le r \le r_{max}}$; $2 \le \mathbf{r_{min} < r_{max}}$; $\mathbf{r_{max} \le N}$;

$\mathbf{M_S\{m,N,r\}}$–величина **математического ожидания** *числа* ***случайно*** обнаруженных в ТЭД $\mathbf{T_0(m,N)}$ *запретных интервалов* **r**-го ранга, которая *оценивает сверху* величину *вероятности* $\mathbf{p_S(m,N,r)}$ в области ***малых*** ее значений из интервала [0,1], т.е. в предположении ***отсутствия*** в ТЭД *импликативных связей* между признаками **ОПР**.

Доказательство теоремы 1.

Из ***определения*** **2** и содержания события **S** очевидно вытекает суждение**:** «***уменьшение*** **вероятности** проявления ***запретного интервала*** ведет *к* ***увеличению*** **достоверности** *гипотезы* о *существовании* ***импликативной закономерности***». Отсюда следует *правомерность* использования вероятности $\mathbf{p_S(m,N,r)}$ события **S** для оценки $\mathbf{D_z}$ достоверности *гипотезы.* Заметим, что *сложное* событие **S** есть *сумма простых* событий **c(m,N,r)** вида «*конкретный интервал* **r**-го *ранга не пересекается с* $\mathbf{T_0(m,N)}$» и наступает при любом событии **c(m,N,r),** связанным с выбором интервала **r**-го ранга. Поскольку события **c(m,N,r)** в составном событии **S(m,N,r)** связаны не просто, образуя сложные взаимные пересечения интервалов, вычисление вероятности $\mathbf{p_S(m,N,r)}$ события **S** сопряжено с большими трудностями. Поэтому величину $\mathbf{p_S(m,N,r)}$ при *малых* ее *значениях* проще оценить величиной ***математического ожидания*** $\mathbf{M_S\{m,N,r\}}$ числа интервалов **r**-го ранга, не пересекающихся со случайной **ТЭД** $\mathbf{T_0(m,N)}$**.** Как известно, $\mathbf{M_S\{m,N,r\}}$ определяется *усредненным* значением по всем возможным **реализациям** с учетом их вероятностей. В нашем случае **реализации –** это различные *равновероятные булевы матрицы* размером **m×N**, отвечающие **ТЭД**= $\mathbf{tk_2T_0}$, что упрощает вычисление $\mathbf{M_S(m,N,r)}$. Обозначим множество различных *булевых матриц* размером **m×N** через $\mathbf{A=\{a_i\}}$, а множество всех интервалов **r**-го ранга в пространстве $\mathbf{T_r}$ – через $\mathbf{B=\{b_j\}}$**.** В силу конечности множеств **A** и **B** их мощности определяют соответственно *число* $\mathbf{|A|=2^{mN}}$ различных *булевых матриц* данного размера и *количество* $\mathbf{|B|=C_N^r*2^r}$ всех **интервалов** **r**-го ***ранга***, где $\mathbf{C_N^r}$ – число *сочетаний* из общего числа **N** признаков по **r**, а $\mathbf{2^r}$*–количество* фиксированных комбинаций *значений* **r** признаков. Очевидно, **мощность** ***декартова произведения*** **|A×B|** определяет количество таких пар $(\mathbf{a_i}, \mathbf{b_i})$=(**матрица**, **интервал**), которые находятся в отношении ***непересечения***, т.е. **запретной** *связи* между **r** признаками. Усредняя величину **|A×B|** по всевозможным реализациям **|A|**, получим величину искомого *математического ожидания* $\mathbf{M_S\{m,N,r\}=|A\times B|/|A|}$. Для нахождения величины **|A×B|** сначала вычислим количество **Q** различных матриц, непересекающихся с конкретным, но произвольно выбранным *интервалом* **r**-го *ранга*. Предположим, что *интервал* образован значениями "**0**" первых **r** признаков $\mathbf{x_1,x_2,\ldots,x_r}$. Тогда *интервал* окажется ***пустым*** (*запретным*) в $\mathbf{T_0(m,N)}$**,** если ни одна из **m** ее строк не будет содержать в первых **r** столбцах только "**0**". Очевидно, доля матриц, у которых первые **r** столбцов в **m** строках заполнены “**0**”, составляет $\frac{1}{2^r}$ от общего числа матриц $\mathbf{2^{mN}}$, а доля остатка $C = (1-\frac{1}{2^r})^m = \frac{(2^r-1)^m}{2^{r\cdot m}}$.

Величину **Q** определим как $Q = |A|\cdot C = 2^{mN}\cdot\frac{(2^r-1)^m}{2^{r\cdot m}}$. Тогда

$$|A\times B| = Q\cdot|B| = 2^{mN}\cdot\frac{(2^r-1)^m}{2^{r\cdot m}}\cdot C_N^r\cdot 2^r .$$

Разделив эту величину на $|\mathbf{A}|=2^{mN}$, получим

$$\mathrm{M_S}\{m,N,r\} = \frac{(2^r-1)^m\cdot C_N^r\cdot 2^r}{2^{r\cdot m}} = \frac{N!\cdot 2^{r(1-m)}\cdot(2^r-1)^m}{r!\cdot(N-r)!},$$

что совпадает с правой частью выражения $\mathbf{D_z}$ (25). Величина $\mathbf{M_S\{m,N,r\}}$ вычислена как ***сумма*** *вероятностей* $\mathbf{p_S(m,N,r)}$ событий **c(m,N,r),** взятая по всевозможным интервалам **r**-го ранга и не может быть *меньше* ***вероятности суммы*** этих же событий. Следовательно, $\mathbf{p_S(m,N,r)} \le \mathbf{M_S\{m,N,r\}}$, что полностью совпадает с выражением (25). **Теорема 1** доказана. Итак, судя по $\mathbf{T_0(m,N)}$ при заданном *допустимом* значении $\mathbf{M^*_S}$, гипотеза о **наличии** в $\mathbf{T_r}$ ***запретных*** *закономерностей* **r**-го *ранга* ***принимается,*** если **оценка** $\mathbf{D_z}$ (25) удовлетворяет неравенству

$$\mathrm{M_S}\{m,N,r\} = \frac{N!\cdot 2^{r(1-m)}\cdot(2^r-1)^m}{r!\cdot(N-r)!} \le M_S^* . \qquad (26)$$

Выбор *допустимого* значения $\mathbf{M^*_S}$ для $\mathbf{M_S\{m,N,r\}}$ практически *не сложен*, т.к. величина $\mathbf{M_S}$ *сильно зависит* от *ранга* **r**. [12]. Например, при $\mathbf{M^*_S}=10^{-3}$, **m**=200 и **N**=100 значениям **r**=2,3,4,5 соответствуют с *точностью* до порядка *значения* $\mathbf{M_S}\{200,100,\mathbf{r}\}=10^{-21}$, 10^{-6}, 10^2, 10^6, значит, будут устойчивыми *импликативные* ***связи*** *ранга* **r=2** и **r=3**, т.к. $\mathbf{r_{max}}=3$.

2.2.2. Алгоритм AZ индуктивного построения импликативной БtkЗ.

Теорема 1 служит обоснованием алгоритма **AZ** для ***индуктивного*** построения ***импликативной*** **БtkЗ.** В практическом диапазоне значений **m** и **N** *ранг* $\mathbf{r_{max}}$ оказывается небольшим [12]. Для **ОПР** с N *двоичными признаками* число $\mathbf{q_z}$ запретов равно:

$$q_z = \sum_{r=2}^{r_{\max}} = \frac{2^r\cdot N!}{r!\cdot(N-r)!}, \qquad (27)$$

что позволяет обнаружить все ***импликативные*** закономерности *ранга* не выше $\mathbf{r_{max}}$. путем их *перебора* на ЭВМ.

Алгоритм AZ

Вход: заданная *обучающая* **ТЭД** $\mathbf{T_0(m,N)}$ в форме матричного кванта *обучающих знаний* $\mathbf{tk_2T_0}$**;** $\mathbf{M^*_s}$ – *допустимое значение* оценки $\mathbf{M_S}$ *достоверности гипотезы* о существовании **импликативных закономерностей** в $\mathbf{T_r}$**;** *контрольная* ТЭД $\mathbf{tk_2T_k}$ для оценки *качества* **БtкЗ** величиной *эмпирического* риска $\mathbf{R_z}$ и величина *допустимого риска* $\mathbf{R^*_Z}$.

Выход: искомая ***безизбыточная*** **БtkЗ,** состоящая из ***простых*** запретов в форме **файла** *запретного* матричного кванта знаний $tk_2\bar{\Sigma}_{BZ}$ с именем **SAZ.**

Действия:

Д1. По формуле (26) определить при заданной **ТЭД** допустимое значение $\mathbf{r_{max}}$ ***ранга*** *импликативных* ***закономерностей*** согласно заданному $\mathbf{M_S^*}$. В случае *невыполнения* неравенства (26) изменить исходную **ТЭД** и повторять **Д1,** пока *выполняется* условие (26), иначе, выполнить **Д2**.

Д2. По формуле (27) найти все $\mathbf{q_Z}$ *импликативных* связей *ранга* **r**, (**2** ≤**r** ≤ $\mathbf{r}_{max}$) путем перебора строк матрицы $\mathbf{T_0(m,N)}$ в обучающем $\mathbf{tk_2T_0}$ и сформировать ***избыточную*** **БtkЗ** $tk_2\bar{\Sigma}_Z$ из *отсутствующих* в нем (*запретных*) интервалов указанных *рангов.*

Д3. Преобразовать **БtkЗ** $tk_2\bar{\Sigma}_Z$ в ***безизбыточную*** **БtkЗ** $tk_2\bar{\Sigma}_{BZ}$, состоящую из ***простых*** *запретов*, путем применения к $tk_2\bar{\Sigma}_Z$ **T**-,$\mathbf{T_u}$-,**RED**- и **POZ**-операторов манипулирования **tk**-*знаниями*, изложенных в [12].

Д4. Оценить *качество* **БtkЗ** величиной *эмпирического риска* $\mathbf{R_Z}\le\mathbf{R^*_{Z доп}}$ в % *ошибочных* ***распознающих*** или ***прогнозных*** решений на *контрольных* знаниях $\mathbf{tk_2T_k}$ посредством применения процедуры ***«скользящего экзамена»*** **[11].** В случае, когда $\mathbf{R_Z} \succ \mathbf{R^*_{Z доп}}$, улучшить **БtkЗ** $tk_2\overline{\Sigma}_Z$ с помощью экспертов и перейти к **Д3**, иначе, выполнить **Д5**.

Д5. Сформировать рабочий файл **SAZ** для **БtkЗ** $tk_2\overline{\Sigma}_{BZ}$ *допустимого качества* по риску $\mathbf{R_Z}$.

Д6. Конец.

На основе использования алгоритма **AZ** построен **оператор индуктивного вывода *импликативных* tk-*знаний*,** обозначаемый **INDS** (**$\mathbf{tk_2T_0}$;AZ;БtkЗ**) и применяемый для синтеза ***импликативной*** **БtkЗ** $tk_2\overline{\Sigma}_{BZ}$ по *обучающим* знаниям $\mathbf{tk_2T_0}$**.**

***Определение* 8**. Алгоритмическая процедура

$$INDS(tk_2T_0;AZ;БtkЗ) = tk_2T_0 \underset{AZ}{\overset{INDS}{\Longrightarrow}} tk_2\overline{\Sigma}_{BZ}\,, \qquad (28)$$

реализующая **индуктивный вывод** из ***обучающего*** *кванта знаний* $\mathbf{tk_2T_0}$ *безизбыточной* ***импликативной*** **БtkЗ**=$tk_2\overline{\Sigma}_{BZ}$ в виде совокупности **простых запретов** посредством алгоритма **AZ**, называется **оператором индуктивного вывода *импликативных* tk-*знаний*** (кратко, **INDS-оператор)**. *Левая* часть равенства (28) представляет имя **INDS** *операторной* процедуры с указанием в скобках имен ***входных*** параметров, **используемых алгоритмов** и *результата* на ***выходе***, а *правая* – квантовую процедуру ***индуктивного*** *вывода* ***следствия*** $tk_2\overline{\Sigma}_{BZ}$ из ***посылки*** $\mathbf{tk_2T_0}$**.**

Продолжение статьи – в части 2.

Литература

1. Галушкин А.Н. Теория нейронных сетей. – М.: ИРОЖР, 2000. – 380 с.

2. Осовский С. Нейронные сети для обработки информации. – М.: Финансы и статистика, 2002. – 343 с.

3. Holland J.H. Adaptation in natural and artificial systems. An Introductory analysis with application to biology, control, and artificial intelligence. – London: Bradford book edition, 1994. – 211 p.

4. Aleksander I., Morton H. An Introduction to Neural computing. – London: Chapman & Hall, 1990. – 386 p.

5. Haykin S. Neural Network. A Comprehensive Foundation. – New York: Macmillan College Publishing Company, 1994. – 691 p.

6. Feigenbaum E.A. The arts of Artificial Intelligence, Thom end Case Studies of Knowledge Engeneering // IJCA – 15. – 1977. – P. 52-91.

7. Люгер Дж.Ф. Искусственный интеллект. Стратегии и методы решения сложных проблем. – М., СПб., К., 2003. – 863 с.

8. Sirodzha I. Analysis and synthesis of Knowledge–Based models and system for Pattern Recognition // USA Acad., Sov. Jorn. In Eng transl. Pattern Recognition and Image Analysis: Advanced in Mathematical Theory and Applycations in USSR. – 1991. – V.1, №1. – P. 129-132.

9. Сироджа И.Б. Квантовые модели и методы инженерии знаний в задачах искусственного интеллекта // Искусственный интеллект. – 2002. – № 3. – С. 161-171.

10. Сироджа И.Б., Петренко Т.Ю. Метод разноуровневых алгоритмических квантов знаний для принятия производственных решений при недостатке или нечеткости данных. – К.: Наук. думка, 2000. – 247 с.

11. Сироджа И.Б. Квантовые модели и методы искусственного интеллекта для принятия решений и управления. – К.: Наук. думка, 2002. – 490 с.

12. Сироджа И.Б. Математическое и программное обеспечение интеллектуальных компьютерных систем: Учебн. пос. – Х.: ХАИ, 1992. – 100 с.

Поступила в редакцию 6.06.2006

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.М. Илюшко, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.