УДК 354.222.2:532.529.5/6

С.К. Асланов, А.И. Стручаев

Одесский национальный университет им. И.И. Мечникова, Украина

КИНЕТИКА ВТОРИЧНОГО ДИСПЕРГИРОВАНИЯ В ГАЗО-КАПЕЛЬНЫХ СМЕСЯХ И ТЕОРИЯ ГЕТЕРОГЕННОЙ ДЕТОНАЦИИ

Выполнено замкнутое теоретическое построение для стационарного распространения детонационного процесса в аэровзвеси жидкого горючего. Произведен теоретический анализ механизма диспергирования поверхности капли под действием аэродинамических факторов, возникающих при ее обтекании потоком газа. Построено уравнение кинетики разрушения капли и дана аналитическая оценка преобладающего диапазона средних размеров капель образующейся вторичной дисперсии.

гетерогенная детонация, вторичное диспергирование, вязкая гидродинамическая неустойчивость

В работе в отличие от предыдущих исследований по идеальной неустойчивости [1, 2], рассмотрена задача вязкой неустойчивости дробления капель в потоке [3, 4].

При прохождении ударной волны по аэровзвеси капель горючего каждая взвешенная капля будет увлекаться спутным течением газа под действием возникающей аэродинамической силы, которая сообщит ей ускорение W_0. Обладая инерционностью, капля попадает в условия обтекания газовым потоком, набегающим на нее со скоростью V_0 (рис. 1).

Пока величина V_0 сохраняет сверхзвуковое значение, перед каплей присутствует соответствующая ударная волна. Малая объемная доля $(\leq 0{,}1\%)$ взвеси горючей жидкости при детонации аэрозоля позволяет отвлечься от рассмотрения взаимодействия соседних частиц и сосредоточить внимание на взаимодействии индивидуализированной капли с окружающим газом.

В таком случае можно пользоваться упрощенной локальной схемой плоского тангенциального течения (рис. 2).

Связывая систему отсчета с движущейся каплей, направим ее оси (x, y) по касательной и нормали к невозмущенной поверхности раздела сред $y = 0$. Местное действие инерционных сил будет обусловлено нормальной составляющей вектора ускорения

$$W = W_0 \cos\varphi, \quad 0 \le \phi < \pi/2.$$

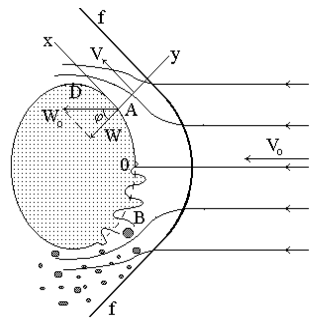

Рис. 1. Картина обтекания крупной капли исходной аэровзвеси (ff –ударная волна)

Потоки жидкости $(y < 0)$ и газа $(y > 0)$ сопрягаются законом совпадения вязкого касательного напряжения на их границе, так, что изображенный на рис. 2 локальный профиль распределения скоростей основного течения характеризуются относительно малым градиентом в жидкости за счет малой вязкости газа.

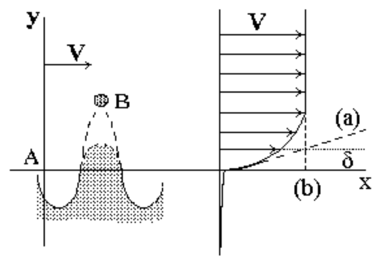

Рис. 2. Локальная схема волнообразования и диаграмма скоростей основного течения

Проведем анализ предельных случаев, изображенных на рис. 2 пунктирами *а* и *б*.

Первый из них – модель постоянного градиента (ПГ-модель) дает асимптотическое представление истинного профиля вблизи жидкой поверхности и описывает явление масштаба меньше толщины δ погранслоя в обтекающем газе $(\lambda/\delta < 1)$, где λ – масштаб периодического волнообразования. Для описания масштабов явлений, соизмеримых с δ $(\lambda/\delta \sim 1)$, служит вторая асимптотика – модель тангенциального разрыва (ТР-модель), когда локальная скорость газового потока V сохраняет постоянное значение непосредственно до поверхности жидкости. Тем самым величина $V = V(\phi)$ приобретает смысл распределения скорости вдоль поверхности капли при ее обтекании потоком идеального газа. При описании явлений, соизмеримых с δ, необходимо использовать истинный характер вязкого течения, который включает в себя уменьшение градиента скорости газа до его исчезновения с удалением от капли и поэтому занимает промежуточное положение (сплошная кривая) между двумя предельными моделями. Каждая из них включает область $y < 0$ первоначально неподвижной жидкости с плотностью ρ, вязкостью μ и поверхностным натяжением σ. В случае ПГ-модели к ней примыкает стационарный поток $(y > 0)$ идеального газа плотности ρ_g с линейным профилем скорости (yV/δ), а в случае ТР-модели она сопрягается с однородным потоком скорости V. Естественно, что оценку влияния сжимаемости газа имеет смысл сделать лишь во втором случае.

Возмущенные состояния (вязкая жидкость и идеальный газ) складываются из возмущений давления-скорости $(f = 1)$ и диффузии вихря $\left(f = \sqrt{1 - i\omega/k^2\nu}\right)$, где $\nu = \mu/\rho$, а во втором $(y > 0)$ – присутствует только возмущение давления-скорости в форме $f = -1$. Сопряжение состояний на границе раздела $y = 0$ осуществляется кинематическими условиями совпадения нормальных составляющих скоростей сред и самой границы

$$V'_{1y} - jV\frac{\partial\varepsilon}{\partial x} = V'_y = \frac{\partial\varepsilon}{\partial t} \tag{1}$$

и динамическими законами непрерывности нормального и касательного напряжений

$$\begin{cases} p'_1 - \rho_g W\varepsilon = p' - \rho W\varepsilon + 2\mu\dfrac{\partial V'_y}{\partial y} - \sigma\dfrac{\partial^2\varepsilon}{\partial x^2}; \\ \dfrac{\partial}{\partial x}\left(V'_y - \dfrac{\partial\varepsilon}{\partial t}\right) + \dfrac{\partial V'_x}{\partial y} = 0, \end{cases} \tag{2}$$

где $j = 0$ и $j = 1$ соответствует ПГ- и ТР-моделям, V_x, V_y - компоненты скорости, нижний индекс «1» отвечает области газового течения, штрихом обозначены возмущения.

Подстановка решений для возмущений в (1), (2) дает уравнение для определения собственных значений ω рассматриваемой задачи:

$$(\gamma+1)u^2+\left(3\beta+i\gamma q_j V_s\right)u+2\beta^2\left(1-\sqrt{1+u/\beta}\right)=\alpha_j;$$
$$q_j=2j+(1-j)/\delta_k;\quad \alpha_j=\alpha+j\gamma V_s^2;\quad \alpha=1-\gamma-\sigma k^2/\rho W;\tag{3}$$
$$u=-i\omega/\sqrt{kW};\quad \beta=\nu k^{3/2}/\sqrt{W};\quad V_s=V\sqrt{k/W};\quad \delta_k=k\delta;\quad \gamma=\rho_g/\rho.$$

Вблизи экватора капли Д $(\phi\sim\pi/2)$ ускорение $W=W_0\cos(\phi)$ значительно уменьшается, и главная роль принадлежит скорости обтекания V, что требует пересчета безразмерных величин:

$$u_{eq}=-i\omega/kV;\quad \beta_{eq}=k\nu/V;\quad \alpha_{jeq}=(1-\gamma)W/kV^2-\sigma k/\rho V^2+j\gamma,\tag{4}$$

уравнение (3) сохраняет свой вид, если положить $V_s=1$. Решение уравнения (3) для обеих предельных моделей $(j=0;1)$ может быть получено асимптотически при $\beta<<1$ и $\beta>>1$ в степенном виде:

$$u_{j0}=\sqrt{\alpha_j}-\frac{3}{2}\beta-\frac{1}{2}i\gamma q_j V_s\left(1-\frac{3}{2}\frac{\beta}{\sqrt{\alpha_j}}\right)+O\left(\beta^{3/2}\right);\tag{5}$$

$$u_{j\infty}=\frac{\alpha_j}{2\beta}\left(1-\frac{5}{16}\frac{\alpha_j}{\beta^2}\right)-\frac{1}{4\beta^2}i\gamma q_j V_s\alpha_j\left(1-\frac{15}{16}\frac{\alpha_j}{\beta^2}\right)+O\left(\frac{1}{\beta^5}\right),\tag{6}$$

где можно отбросить величину $\gamma\sim10^{-3}$ и члены $O(\gamma^2)$. При $V_s=1$ (5) и (6) описывают решения в экваториальной области параметров (4). Из положительности вещественной части $(-i\omega)$. т.е. $\alpha_j>0$ вытекают неравенства:

$$k<k_j;\qquad k_j=j\rho\gamma V^2/2\sigma+\sqrt{\left(j\rho\gamma V^2/2\sigma\right)^2+\rho W/\sigma},\tag{7}$$

поскольку $k>0$ $(k_0<k_1)$. Его величину, соответствующую асимптотическому пределу $\beta=1$, обозначим

$$k_*=\left(W/\nu^2\right)^{1/3};\quad \beta(k_*)=1.\tag{8}$$

При распространении детонации в топливном аэрозоле слабовязких жидкостей капли горючего приобретают за лидирующим фронтом ускорения $W_0\sim10^6\div10^7\,м/с^2$ и скорости обтекания $V>10^3$ м/с и, согласно (7) и (8), реализуется случай $k_0<k_*<k_1$. Тогда из характера поведения асимптотик (5) и (6) неустойчивость ПГ-модели $(j=0)$ может иметь место только в случае $\beta<<1$, а для ТР-модели $(j=1)$ при обеих асимптотиках. Однако вторая асимптотика $k \gg k_*$ для ТР-модели содержит в себе неустойчивость, которая связана с характерным размером $\lambda \sim 1/k \ll 1/k_* \approx 10^{-6}$ м. Этот размер оказывается меньше толщины пограничного слоя δ в обтекающем каплю газе и оценивается с учетом сферичности капли как:

$$\delta \cong 2{,}5\sqrt{\nu_1 d_0 / V_0}, \quad \nu_1 = \mu_g / \rho_g, \quad V \approx 3/2 \cdot V_0 \sin(\phi), \tag{9}$$

Для реальных значений $\nu_1 \approx 1{,}4 \cdot 10^{-5}$ м^2/с и $d_0 \sim 1$ мм выражение (9) дает $\delta \sim 9 \cdot 10^{-6}$ м, что намного превосходит $1/k_*$ и характерный размер λ, и свидетельствует о непригодности асимптотического подхода $\beta \gg 1$ при анализе неустойчивости ТР-модели. Приемлемой остается асимптотика $\beta \ll 1$ $(k \ll k_*)$ в обеих моделях $(j = 0;\, 1)$, могущих претендовать лишь в качестве предельных оценок с двух сторон, поскольку масштаб $1/k_0$ соизмерим с величиной δ. Вблизи экватора капли $\phi \sim \pi/2$. и реализуется случай $k < k_{*eq} = V/\nu$. когда возможна неустойчивость лишь асимптотики $\beta_{eq} \ll 1$. Для вязких жидкостей неустойчивости обеих моделей и асимптотик становится возможной для случая $k_* < k_0$.

При дозвуковых значениях местной скорости обтекания капли V давление в потоке газа над выпуклостями волнообразования **В** будет убывать, а над впадинами **А** – нарастать за счет соответствующего ускорения и замедления газового потока. Это приведет к дальнейшему вытягиванию всплесков жидкости и углублению впадин. В сверхзвуковой зоне, возможной вблизи экватора капли **Д** (рис. 1), вследствие торможения потока на выпуклостях возникнут нестационарные тройные ударно-волновые конфигурации, которые будут дробить поверхностный слой жидкости.

Сформулированные требования максимума дают следующие три условия $(l = 0;\, 1;\, 2)$ для определения диапазона наиболее вероятных чисел k:

$$dF_l^j / dk = 0; \qquad d^2 F_l^j / dk^2 < 0, \tag{10}$$

где $F_0^j = \mathrm{Re}(-i\omega)$; $F_1^j = k \exp\left(F_0^j \tau_{jm}\right)$; $F_2^j = \mathrm{Re}(\omega)$ соответственно для инкремента нарастания амплитуды возмущений, крутизны профиля волнообразования и частоты колебаний.

Действительно, внутри области значений k между максимумами $k = k_{ml}^{j}$ уменьшение одной из величин $F_{l}^{j}(k)$ компенсируется увеличением другой, сохраняя тем самым относительно благоприятные условия для отрыва вторичных капелек, а вне этих интервалов тенденция к уменьшению является общей для F_{l}^{j}.

Рассмотрим случай детонации аэровзвеси горючего слабовязкой жидкости (5). Из нее вытекает, что главный член частоты $F_{2}^{j}(k)$ не зависит от k для ПГ-модели и является линейно возрастающей функцией для ТР-модели, искать решение k_{ml}^{j} уравнения (10) для максимума функций F_{l}^{j} $(l = 0;1)$ из представления (5) асимптотически по степеням параметра $b = \nu\sqrt{\rho k_{m*}^{j}/\sigma}$, где

$$k_{m*}^{j} = j\gamma\rho V^{2}/3\sigma + \sqrt{\left(j\gamma\rho V^{2}/3\sigma\right)^{2} + \rho W/3\sigma} < k_{j} \qquad (11)$$

точка максимума F_{0}^{j} при $b = 0 \quad (\nu = 0)$. В результате можно найти:

$$k_{ml}^{j} = k_{m*}^{j}\left[1 + lA_{0}^{j} - \left(3\sqrt{2 - B^{j}}\Big/\left(3 - B^{j}\right) - lA_{1}^{j}\right)b + \ldots\right]; \quad B^{j} = j\rho\gamma V^{2}/\sigma k_{m*}^{j}, \qquad (12)$$

где $A_{0}^{0} \approx 0{,}36$; $A_{1}^{0} \approx 1{,}25$; $A_{0}^{1} \approx 0{,}21$; $A_{1}^{1} \approx 0{,}75$. Величина A_{1}^{0} выражается через A_{0}^{0}, которая является корнем некоторого иррационального уравнения. Аналогично находят A_{0}^{1}, A_{1}^{1}, причем, $2 - B^{j} \sim \alpha_{j}(k_{m*}^{j}) > 0$, поскольку выражение (11) всегда удовлетворяет условию неустойчивости (7). Таким образом, В случае ПГ-модели обтекания (j = 0) наиболее вероятна локальная реализация промежутка неустойчивых волновых чисел

$$k_{m0}^{0} < k < k_{m1}^{0} \;, \qquad (13)$$

удовлетворяющего требованию асимптотики $k << k_{*}$ для практических параметров.

В случае ТР-модели (j=1) обе максимальные точки $k_{ml}^{1} >> k_{*}$ располагаются за пределами асимптотической области, так что внутри нее обе функции $F_{l}^{1}(k)$ $(l = 0;1)$ будут возрастающими. Для отрыва вторичных капель с поверхности исходной благоприятна правая зона интервала, допустимого асимптотикой $k << k_*$. Увеличение интенсивности сил инерции в виде возрастающей функции частоты $F_2^1(k)$ колебательной неустойчивости позволяет ослабить последнее неравенство и совместно с (13) принять в качестве двусторонней оценки для доминантного диапазона локальных (по ϕ) параметров разрушения капли

$$k_{m0}^0 < k < k_* . \tag{14}$$

Несмотря на преимущество левой части этой области в силу асимптотики $k << k_*$, удаление от границы k_{m0}^0 усиливает физическую адекватность ПГ-модели. Вблизи экватора капли, где приемлема асимптотика $\beta_{eq} << 1$, ПГ-модель непригодна для объяснения дробления, обеспечивая только неустойчивость слишком длинноволновых возмущений. Для ТР-модели имеется промежуток между максимумами F_0^1 и F_1^1, однако главный член левой границы $k_{m*}^{1eq} \approx 1{,}5\gamma\rho V_0^2/\sigma \approx 5\cdot 10^7$ 1/м отвечает масштабу $\lambda \sim 1/k \approx 2\cdot 10^{-8}\,м << \delta$. Следовательно, адекватность модели, если и возможна, то лишь начиная с $\lambda \sim \delta$, не добавляя ничего нового к найденному диапазону (14). Осреднение интервала (13), как это сделано в [5], дает для границ неравенства $\lambda_{m0}^0 < \lambda < \lambda_*$, диапазон среднего значения доминантной волны, позволяющего оценить среднеобъемный размер вторичной дисперсии

$$6\left(\frac{\nu^2}{W_0}\right)^{1/3} < \{\langle\lambda\rangle\} < 8\sqrt{3}\left(\frac{\sigma}{\rho W_0}\right)^{1/2}\left[1+\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt[4]{3}}\left(\frac{\rho W_0}{\sigma^3}\right)^{1/4}\nu\right]. \tag{15}$$

Величина скорости убыли массы отдельной исходной капли аэрозоля $m(t)$ оценивается средним значением за промежуток времени Δt

$$dm/dt = -A(t)(\Delta m/\Delta t), \tag{16}$$

где $A(t)$ – некоторая корректирующая функция.

Предполагая отрыв капелек с поверхности послойным, в качестве Δt естественно использовать время срыва слоя массой $\Delta m \approx 2\pi R^2 \rho d_l$. Тогда масштаб промежутка Δt можно оценить характерным временем развития неустойчивости поверхностного волнообразования $t_u = 1/F_0^j(k)$ для доминантного диапазона (15):

$$\langle t_u^0 \rangle = \frac{1}{2\pi k}\frac{\sqrt{3}}{\sqrt[4]{2}}\frac{\Gamma^2(1/8)}{\Gamma(1/4)}\left(\frac{\rho}{3\sigma W_0}\right)^{1/4}, \qquad (17)$$

где $\Gamma(\xi)$ – гамма-функция.

Во введенной расчетной схеме можно применить закон Срезневского для линейного изменения площади поверхности S испаряющейся капли [6], понимая под S площадь диспергируемой передней стороны поверхности капли при средней по времени диспергирования скорости убывания ее площади a_S и времени полного разрушения капли t_b ($R_0 = R(0)$, $R(t_b) = 0$):

$$dS/dt = -a_S = \text{const} \quad \text{или} \quad R^2/R_0^2 = 1 - \tau, \quad \tau = t/t_b. \qquad (18)$$

Подставляя последнее в (16), получим следующее уравнение:

$$dm/dt = -Bm_0\tau(1-\tau); \quad B = 3A_1(d_l/d_0)(t_b/\langle t_u \rangle), \quad m_0 = \pi d_0^3 \rho/6$$

После интегрирования и удовлетворения условий $m(0) = m_0$ и $m(t_b) = 0$ находим, что B = 6, и окончательно выражаем закон диспергирования капли в скоростном потоке газа

$$m/m_0 = 1 - \tau^2(3 - 2\tau); \quad t_b/\langle t_u \rangle = 2d_0/(A_2\langle \lambda \rangle), \quad A_2 = (A_1/n)(d_l/d_\lambda). \qquad (19)$$

Таким образом, полученная теоретическая закономерность (19) хорошо совпадает с известной эмпирической зависимостью [7]:

$$m = 0{,}5m_0(1 + \cos(\pi\tau)).$$

Для оценки величины коэффициента A_2 можно воспользоваться данными измерений времени t_b. Увеличение вязкости жидкости должно приводить к снижению скорости диспергирования капли (16), т.е. к уменьшению значения множителя A_1. Увеличение же при этом размера $d_l \sim d_\lambda \approx (\langle \lambda \rangle/n)$ согласно (15) будет компенсировать изменение A_1, так что произведение $A_1 d_l = A_2\langle \lambda \rangle$, а значит, отношение $t_b/\langle t_u \rangle$ можно считать практически не зависящим от вязкости. Промежуток индукции начала разрушения капли пропорционален характерному времени нарастания амплитуды неустойчивого волнообразования $\langle t_u \rangle$. Нетрудно убедиться, что оба конца доминантного интервала волновых чисел (14), т.е. обе мо-

дели $j = 0; 1$ обеспечивают возрастание масш ростом вязкости. Тем самым предложенный позволяет теоретически объяснить соответст мую зависимость промежутка индукции и вре время, как известная модель срыва пограничн ли приводит к обратной зависимости этих вел

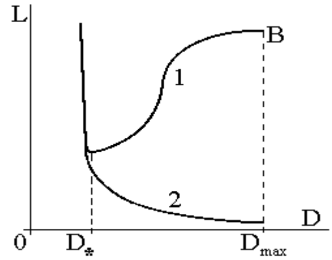

Рис. 3. Вид зависимостей: $1 - L(D)$, $2 - x_m(D)$ для A_2 = const

Применим одномерную расчетную схему д химических процессов и термо-газодинамиче ской детонационной зоны протяженностью L, стационарно распространяющейся по аэровзвеси со скоростью D. Кинетика задавалась в виде задержки воспламенения по закону Аррениуса $\tau_{ch} = B_{ch} \exp(E/R_* T_1)$, где E – энергия активации, T_1 – среднеобъемное значение температуры.

С учетом сделанных упрощений в релаксационной зоне будем иметь течение двухфазной, пятикомпонентной двухскоростной и двухтемпературной реагирующей среды. Система уравнений для расчета структуры этого течения в координатах x, отсчитываемых относительно фронта детонации, аналогична приведенной в [7]. Задача о стационарном распространении детонации математически замыкается обязательным требованием, чтобы поток газовой фазы имел возможность достигнуть звуковой скорости $(M = 1)$ с дальнейшим переходом в сверхзвуковую область. Собственные значения задачи будут служить в качестве искомых величин скорости D самоподдерживающихся режимов детонации.

Выполненный расчет течения в детонационной зоне не учитывал затраты энергии на работу отрыва вторичных капелек и их разгон до скорости газа и перемешивания с окислителем, потери на стенках трубы. В результате этого из всех возможных самоподдерживающихся режимов θ переходной области следует ожидать реализации прежде всего режимов с наименьшей скоростью распространения D. Теплоотвод же в стенки трубы будет наиболее низким при минимальной протяженности $L_{\min}$ детонационной зоны. Противоборство этих тенденций окончательно выделит весьма узкий диапазон оптимального стационарного режима для каждого фиксированного значения параметра A_2. В силу чрезвычайно резкого подъема кинетической ветви кривых $L(D)$, т.е. слева от точек $L_{\min}$ (рис. 3), указанный диапазон скоростей детонации будет сосредоточен в малой окрестности значения $D_* = D(L_{\min})$. Численный подбор неопределенного параметра A_2 (в переделах (1 … 3) позволяет обеспечить попадание теоретически найденного диапазона величин скорости детонации аэровзвеси горючего на соответствующие экспериментальные значения [7] во всех трех рассмотренных случаях самоподдерживающегося режима распространения.

Литература

1. Taylor G.G. Generation of ripples by wind blowing over a viscous fluid // Scientific Papers of G.G.Taylor. – Cambridge University Press. – 1963. – P. 244-254.
2. Асланов С.К., Гирин А.Г. К построению теории детонации аэрозолей // Физика горения и взрыва. – 1988. – № 4. – С. 101-109.
3. Aslanov S.K. Construction of the explosion waves theory for combustible aerosols // J. Aerosol Sci. – 1994. – № 25 (Supp l.1). – S. 44-45.
4. Гельфанд Б.Е. Современное состояние и задачи исследования детонации в системе капли жидкости-газ // Детонация: Мат. IV Всес. симпозиума по горению и взрыву – М.: Наука, 1977. – С. 28-39.
5. Асланов С.К. Гидродинамическая неустойчивость и математическое моделирование процесса механического разрушения // Вісник ОДУ. – 2000. – Т. 5, вип. 3 (фіз.-мат. науки). – С. 94-102.
6. Sreznevsky B.I. // Journal of Russia Phys.-Chemical Society. – 1882. – № 14. – P. 420-483.
7. Aslanov S.K., Girin A.G. Modelling of spray detonation combustion proceсces // Archivum Combustionis. – 1991. – Vol. 11, № 3-4. – P. 205-217.

Поступила в редакцию 17.04.2007

Рецензент: д-р физ.-мат. наук, проф. С.Д. Каим, Одесский национальный университет им. И.И. Мечникова, Одесса.