УДК 629.7

А.И. ПОПОВ, С.В. ТЫНЫНА

ИТМ НАН и НКА Украины, Украина

ПРИМЕНЕНИЕ ПЭВМ ПРИ ОБРАБОТКЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Рассмотрен разработанный авторами программный комплекс обработки результатов полного многофакторного эксперимента, позволяющий проводить обработку данных экспериментов с числом варьируемых факторов от 2 до 6 включительно. Рассмотрена структура и принцип работы программного комплекса.

линейная модель, активный эксперимент, полный многофакторный эксперимент, процедура

Ускорение научно-технического прогресса требует повышения эффективности творческого труда ученых, инженеров-исследователей, разработчиков и эксплуатационников. В современных условиях особенно актуальна задача повышения производительности труда в экспериментальных исследованиях, так как они широко применяются на всех стадиях разработки, производства и эксплуатации различных технических объектов, в частности, объектов авиационной и ракетно-космической отрасли, средств автоматики, электронно-измерительной техники, телемеханики. При создании любого объекта основные затраты приходятся на настройку, снятие характеристик и испытания и устранение недостатков изделия. При этом не редко используется малоэффективный традиционный метод однофакторного эксперимента.

Чтобы повысить производительность труда и его эффективность в данной области специалисты должны знать основы математической теории эксперимента и уметь применять и при его проведении. Такую возможность предоставляет теория активного эксперимента. Простым примером этих слов может служить процесс взвешивания нескольких, к примеру, трех объектов A, B, C [1]. Традиционно исследователь стал бы взвешивать объекты по схеме, представленной в табл. 1. Сначала он делает холостое взвешивание, определяет нулевую точку весов, затем по очереди взвешивает каждый из объектов. Это пример традиционного однофакторного эксперимента. Здесь исследователь изучает влияние каждого фактора в отдельности.

Таблица 1

Традиционная схема взвешивания

№ опыта	A	B	C	Результат взвешивания
1	–1	–1	–1	$У_0$
2	+1	–1	–1	$У_1$
3	–1	+1	–1	$У_2$
4	–1	–1	+1	$У_3$

+1 – объект положен на весы;
–1 – отсутствие объекта на весах.

Вес каждого объекта определяется по результатам только двух опытов: холостого взвешивания и того, где на весы положен взвешиваемый объект. Поэтому веса объектов A, B и C равны

$$A = У_1 - У_0;\quad B = У_2 - У_0;\quad C = У_3 - У_0, \qquad (1)$$

откуда дисперсия результатов взвешивания

$$\sigma^2\{A\} = \sigma^2\{y_1 - y_0\} = 2\sigma^2\{y\} = \sigma^2\{B\} = \sigma^2\{C\}, \quad (2)$$

где $\sigma^2\{y\}$ – ошибка взвешивания.

Проведем эксперимент по иной схеме, задаваемой матрицей планирования, приведенной в табл. 2.

Таблица 2

Схема взвешивания при МФЭ

№ опыта	A	B	C	Результат взвешивания
1	–1	–1	+1	$У_1$
2	+1	–1	–1	$У_2$
3	–1	+1	–1	$У_3$
4	+1	+1	+1	$У_4$

Здесь в первых трех опытах производят последовательное взвешивание объектов A, B и C, а в последнем опыте взвешиваются все три объекта вместе – холостое взвешивание не производится:

$$A = (-y_1 + y_2 - y_3 + y_4)/2\ ;\ B = (-y_1 - y_2 + y_3 + y_4)/2\ ;$$
$$C = (+y_1 - y_2 - y_3 + y_4)/2\ .$$

Здесь числитель получен умножение элементов последнего столбца табл. 2 на элементы столбцов A, B, C. Видно, что при вычислении, например, веса объекта A он входит в числитель два раза, поэтому в знаменателе формулы стоит число 2. Следовательно, вес объекта A. вычисленный по этой формуле, оказывается неискаженным весами объектов B и C, так как вес каждого из них входит в формулу для веса A дважды и с разными знаками.

Найдем дисперсию, связанную с ошибкой взвешивания при новой постановке эксперимента:

$$\sigma^2\{A\} = \sigma^2\{(-y_1 + y_2 - y_3 + y_4)/2\} = \sigma^2\{y\}. \quad (3)$$

Аналогичным образом находим

$$\sigma^2\{B\} = \sigma^2\{C\} = \sigma^2\{y\}. \quad (4)$$

Видно, что при новой схеме взвешивания дисперсия получается вдвое меньше, чем при традиционном методе взвешивания, хотя в обоих случаях выполнялись по четыре опыта. При традиционном взвешивании мы должны будем все четыре опыта повторить еще раз, чтобы получить результат стой же точностью, как и во втором опыте. То есть, во втором случае эксперимент был поставлен так, что каждый вес вычисляется уже по результатам всех четырех опытов, отсюда и удвоение точности, а значит экономия времени и средств. Такой вид эксперимента называется *активным* [2]. Активный эксперимент может быть одно- и многофакторным (МФЭ), при числе факторов не меньше 2.

Как видно из приведенного примера, использование методов активного эксперимента даже такой простой задачи как взвешивание хоть и требует меньшего времени для достижения желаемого результата, однако, и требует проведения более сложных расчетов, особенно когда исследуется сложное устройство или процесс.

Когда исследуется влияние нескольких факторов (≥ 2) и определяется несколько выходных параметров (функций отклика), в этом случае уже необходимо применение ПЭВМ со специально разработанными программными комплексами [3]. Примером такого программного комплекса может служить программный комплекс “Эксперимент”, разработанный авторами статьи. Выполнение расчетов с его применением значительно снижает время их обработки результатов эксперимента и избавляет от большого числа монотонных и утомительных операций.

Предлагаемая программа предназначена для математической обработки результатов полного многофакторного эксперимента с числом исследуемых (независимых) факторов в диапазоне от 2 до 6.

Структура и порядок работы программного комплекса. Программа написана в среде Pascal for Windows [4], структурно она реализована поблочно, логическая схема ее работы представлена на рис. 1.

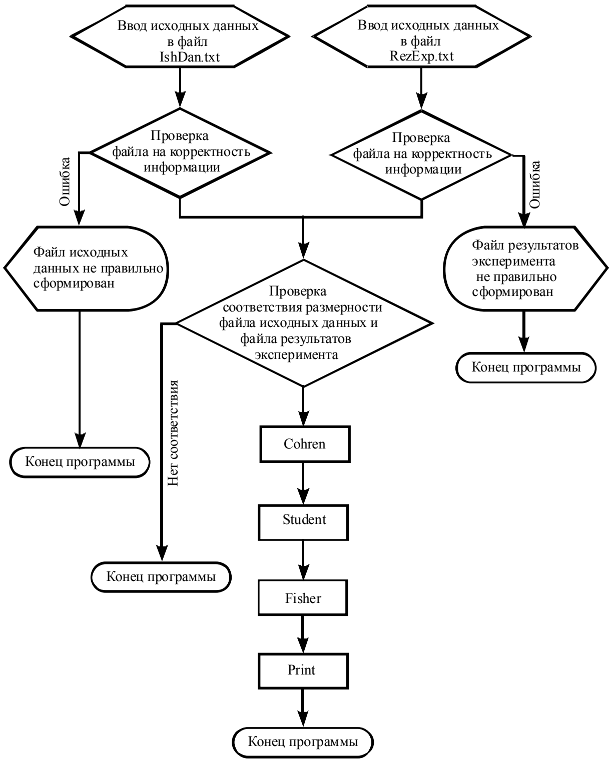

Рис. 1. Логическая схема работы программного комплекса «Эксперимент»

Конечным результатом работы программы является нахождение численных значений коэффициентов уравнения функции отклика линейной модели вида

$$y = b_0 + b_1 x_1 + \ldots + b_k x_k \quad (5)$$

либо коэффициентов неполной квадратичной модели

$$\mathbf{y} = b_0 + b_1 x_1 + \ldots + b_k x_k + b_{12} x_1 x_2 + \ldots$$
$$\ldots + b_{k-1,k} x_{k-1} x_k + b_{123} x_1 x_2 x_3 + \ldots, \quad (6)$$

которые находятся в процессе работы программы и сохраняются отдельным текстовым файлом после ее окончания. Каждый блок представляет собой отдельную процедуру, выполняет одну характерную функцию и вызывается общей программой по мере надобности. Началу работы программы предшествуют подготовительные действия в виде создания двух файлов, содержащих: исходные данные – IshDan.txt; результаты экспериментов – RezExp.txt. В файле IshDan.txt помещаются максимальное и минимальное значения исследуемых факторов, в общем случае он имеет вид:

$$\left.\begin{array}{c} a_{1\min} \cdots a_{1\max} \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_{n\min} \cdots a_{n\max} \end{array}\right\}, \qquad (7)$$

где $a_{1\min}$, и $a_{n\max}$ – соответственно минимальное значение первого фактора и максимальное значение последнего фактора; n – число факторов, которое просчитывается программой. Максимальное число факторов $n = 6$, т.е. число строк в файле равно числу факторов. В каждой строке помещается максимальное и минимальное значение одного фактора.

В файле RezExp.txt помещаются таблицы результатов экспериментов. В общем случае он имеет вид:

$$\left.\begin{array}{c} y_{1,1} \cdot y_{1,2} \cdots\cdots y_{1,k} \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ y_{m,1} \cdot y_{m,2} \cdots\cdots y_{m,k} \end{array}\right\}, \qquad (8)$$

где $m = 2^n$ – число строк в таблице.

Данные, содержащиеся в исходных файлах, служат основой для проведения расчетов. Порядок обработки результатов МФЭ всем хорошо известен из научной литературы [1] и в данной роботе нет необходимости его приводить.

Программа включает в себя блоки (процедуры):

– процедура Print: предназначена для выдачи в файл Rezultat.txt ряда промежуточных и всех конечных результатов расчетов;

– процедура Cohren: предназначена для проверки на воспроизводимость результатов экспериментов;

– процедура Stjudent: предназначена для определения значимости полученных коэффициентов уравнения отклика;

– процедура Fisher: предназначена для проверки адекватности уравнения отклика;

– процедура Fizica: предназначена для перевода относительных (безразмерных) коэффициентов в размерные – физические.

После выполнения процедуры Print в файле RezExp.txt находится следующая информация: *минимальное, среднее, максимальное* значения входных параметров и шаг варьирования*; количество* независимых переменных и полное число безразмерных коэффициентов в функции отклика; *значения* всех без исключения коэффициентов функции отклика; *коэффициенты* функции отклика не прошедшие проверку на значимость обнулены и повторно выданы в файл результатов; *приводятся* результат адекватности линейной модели, если линейная модель не удовлетворяет критерию Фишера, приводятся результат адекватности нелинейной модели, нсли и в этом случае нет соответствия между результатами экспериментов и результатами, полученными на математической модели, то расчет прекращается и выдается рекомендация по корректировке диапазона исследуемых факторов в сторону их уменьшения; если есть положительный результат по проверке адекватности любой из моделей, выдаются численные значения функции отклика в размерных (физических) координатах.

Процедура Cohren использует таблицу Кохрена с $\alpha = 0{,}05$ [3] с диапазоном по максимальному числу параллельных опытов $m_{\max} = 10$ и числу опытов $N = 2^6 = 64$. Численные значения для N, находящиеся в промежутках между указанными в таблице, вычисляются по принципу линейной интерполяции по известным крайним табличным значениям и текущему значению N. Процедура Stjudent для проверки значимости коэффициентов модели использует таблицу Стьюдента, приведенную в [2]. Число степеней свободы f_{st} определяется из выражения

$$f_{st} = N_x \cdot \left(N_{par\max} - 1\right), \qquad (9)$$

где N_x – число опытов в матрице планирования, $N_{par\max}$ – максимальное число параллельных опытов в строках матрицы планирования.

Процедура Fisher для проверки соответствия математической модели результатам экспериментов используется таблица критических точек распределения Фишера при 5% уровне значимости ($\alpha = 0{,}05$).

Адекватность модели определяется сравнением табличного – F_t и расчетного – F_{rs} значений критерия Фишера. Адекватность считается доказанной если выполняется соотношение: $F_t > F_{rs}$. Табличное значение критерия определяется по вышеуказанной таблице на пересечении строки и столбца. Номер строки равен большей дисперсии:

$$f_2 = N \cdot (m-1). \tag{10}$$

Номер столбца равен меньшей дисперсии:

$$f_1 = N - k - 1\,. \tag{11}$$

Поскольку текущее значение дисперсий не равно точно указанным в столбцах и строках, то вычисление фактического табличного значения производилось методом линейной интерполяции строк и столбцов.

Fizica – процедура перевода относительных (безразмерных) коэффициентов в размерные – физические. Все вышеперечисленные операции программой проделываются над безразмерными (кодированными) переменными. В конечном итоге получаем уравнение отклика, в котором коэффициенты представлены в безразмерном виде. Полученные коэффициенты позволяют определить степень влияния изменения того или иного фактора, а также их комбинаций на изменение функции отклика. Однако выражение исследуемых переменных в безразмерной форме не дают представления об их абсолютных (размерных) значениях. Поэтому целесообразно в функции отклика перейти к размерным (физическим) значениям параметров. При этом функция отклика из вида (5) переходит в вид:

– для линейной модели:

$$\begin{aligned} y_{lin} = b_0 + b_1 \cdot (x_1 - a_1) + \\ + b_2 \cdot (x_2 - a_2) + b_3 \cdot (x_3 - a_3) + \\ + b_4 \cdot (x_4 - a_4) + b_5 \cdot (x_5 - a_5) + b_6 \cdot (x_6 - a_6); \end{aligned} \tag{12}$$

– для нелинейной модели:

$$\begin{aligned} y = y_{lin} + b_{12} \cdot (x_1 - a_1)\cdot(x_2 - a_2) + \\ + b_{13} \cdot (x_1 - a_1)\cdot(x_3 - a_3) + \cdots + \\ + b_{234} \cdot (x_2 - a_2)\cdot(x_3 - a_3)\cdot(x_4 - a_4) + \\ + b_{235} \cdot (x_2 - a_2)\cdot(x_3 - a_3)\cdot(x_5 - a_5) + \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ + b_{356} \cdot (x_3 - a_3)\cdot(x_5 - a_5)\cdot(x_6 - a_6) + \\ + b_{456} \cdot (x_4 - a_4)\cdot(x_5 - a_5)\cdot(x_6 - a_6) + \\ + b_{1234} \cdot (x_1 - a_1)\cdot(x_2 - a_2)\cdot(x_3 - a_3)\cdot(x_4 - a_4) + \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ + b_{3456} \cdot (x_3 - a_3)\cdot(x_4 - a_4)\cdot(x_5 - a_5)\cdot(x_6 - a_6) + \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ + b_{12345} \cdot (x_1 - a_1)\cdot(x_2 - a_2)\cdot(x_3 - a_3)\cdot(x_4 - a_4)\cdot(x_5 - a_5) + \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ + b_{23456} \cdot (x_2 - a_2)\cdot(x_3 - a_3)\cdot(x_4 - a_4)\cdot(x_5 - a_5)\cdot(x_6 - a_6) + \\ + b_{123456} \cdot (x_1 - a_1)(x_2 - a_2)\cdot(x_3 - a_3)\cdot(x_4 - a_4)\cdot(x_5 - a_5)\cdot(x_6 - a_6). \end{aligned} \tag{13}$$

Процедура вычисляет все коэффициенты a_i и b_i и через процедуру печати выводится в файл конечных результатов.

Для упрощения выдачи результатов приняты условия для индексов коэффициентов: порядковый номер фактора соответствует порядковому его номеру в файле исходных данных – IshDan.txt; индекс i коэффициентов a_i равен порядковому номеру того фактора, с которым он связан в скобке $(x_i - a_i)$; индекс коэффициентов b_{ijklmn} является составным и соответствует комбинациям перемножаемых скобок $(x_i - a_i) \cdot (x_j - a_j) \cdot \ldots \cdot (x_n - a_n)$.

Расчеты, проведенные с применением программного комплекса, позволили более в два раза снизить время обработки результатов экспериментов и примерно во столько же повысить точность их обработки.

Литература

1. Налимов В.В., Чернова Н.А. Статистические методы планирования экстремальных экспериментов. – М.: Наука, 1965. – 340 с.
2. Налимов В.В., Голикова Т.И. Логические основания планирования эксперимента. – М.: Наука, 1976.– 128 с.
3. Егоров А.Е., Назаров Г.Н., Коваль А.В. Исследование устройств и схем автоматики методом планирования эксперимента. – Х.:. ХГУ, 1996. – 275 с.
4. Культин Н, Программирование в Turbo Pascal 7.0 и Delphi. – С.-Пб.: БХВ-Петербург, 2004. – 408 с.

Поступила в редакцию 24.05.2007

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Ю.А. Крашаница, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.