

УДК 629.7.054

В.Н. МЕЛЬНИК*Национальный технический университет Украины «КПИ», Киев, Украина***ОСОБЕННОСТИ ЦИКЛИЧЕСКОГО НАГРУЖЕНИЯ ОБОЛОЧЕК**

Проводится анализ возмущенного состояния поверхности оболочечных фрагментов под действием волновых факторов. Определяются координатные функции при циклическом характере нагружения.

циклические нагружения, координатные функции, упругие перемещения, линия меридиана, оболочка

Введение

Постановка проблемы и ее связь с научно-практическими задачами. Исследования последних лет подтвердили факт влияния акустического излучения на механические системы двигателей [1, 2]. Вместе с тем, остается широкий круг вопросов, требующих ответа и разъяснения природы явления. В частности, это относится к изучению напряженно-деформированного состояния оболочечных фрагментов двигателей при циклическом нагружении.

Аналитическое описание упруго-деформированного состояния оболочек, с одной стороны, даст возможность учета изменений состояния поверхности для прогнозирования надежности конструкции, с другой – научно обоснует выбор средств и методов борьбы с нежелательным проявлением этого фактора. Речь идет о пассивных методах подавления влияния, активных, компенсационных и др. Испытательные стенды, в свою очередь, экспериментально помогут подтвердить эффективность того, или иного, пути технического исполнения.

Обзор публикаций и выделение нерешенных задач. Оценка степени влияния акустического излучения на оболочечные конструкции не может быть проведена на основании предельного перехода от пластин плоских к пластинам искривленным. Суть в том, что явления дифракции и интерференции звуковых волн, взаимодействующих с оболочкой, имеют целый ряд специфических особенностей, в том числе и резонансного характера. Поэтому они

должны найти отражение уже в самом начале – на этапе выбора расчетной модели.

Влияние упругости на колебания конструкций в жидкости впервые анализировалось by Rayleigh (Джон Уильям Стретт) в 1883 году [3] и Е. Николаи в 1909 году [4] при изучении колебаний бесконечных по протяженности цилиндрических оболочек, а также by Н. Lamb в 1920 году [5]. Эти работы основывались на предположении совпадения форм колебаний упругих тел в жидкости и пустоте.

Представляет интерес изучение динамических свойств жесткого, свободного от закреплений, цилиндра [6], а в общем случае абсолютно твердого тела произвольной формы [7], при воздействии акустического излучения.

Вопросы влияния ударных волн на бесконечную цилиндрическую оболочку рассмотрены, к примеру, в работе [8], а на систему двух коаксиальных оболочек, внутренняя из которых полая и погружена в жидкость, а наружная также находится в жидкости, – в работе [9]. Случай гладкого полубесконечного цилиндра, находящегося в безграничной идеальной сжимаемой жидкости, один торец которого представляет собой плоскую жесткую диафрагму, на которую действует слабая плоская ударная волна, рассмотрен в работе [10].

Приближенная теория основного напряженного состояния цилиндрической оболочки, подкрепленной упругими шпангоутами, рассмотрена в работе [11].

Численный расчет продольных резонансных волн в тонкой цилиндрической оболочке, погружен-

ной в идеальную сжимаемую жидкость и подверженную действию акустической волны, бегущей вдоль оси оболочки, проводится в работе [12].

Строго говоря, создание стройной теории оболочек, а также установление аналогий между пластинами и оболочками (кривыми пластинами), в достаточном полном объеме с точки зрения анализа и приложений осуществлено, например, в работах [13, 14] и др.

Особенность упругого взаимодействия механических систем двигателей с акустическим нагружением состоит в том, что не только внутренние звуковые поля выступают возбудителями конструкции, но и внешние, обусловленные характером движения носителя и его геометрией.

Практический интерес представляет изучение вопроса при циклическом нагружении, как наиболее общем.

Постановка задачи данного исследования. Оболочка вращения произвольного очертания образуется при вращении любой кривой вокруг выбранной оси симметрии оболочки. Предполагаем, что эта кривая не пересекает ось вращения (рис. 1). Опорная (инерциальная) и связанная системы координат изображены на схеме. Здесь приняты следующие обозначения: $r = f(z)$ – кривая вращения; r – расстояние от оси вращения до рассматриваемой точки M .

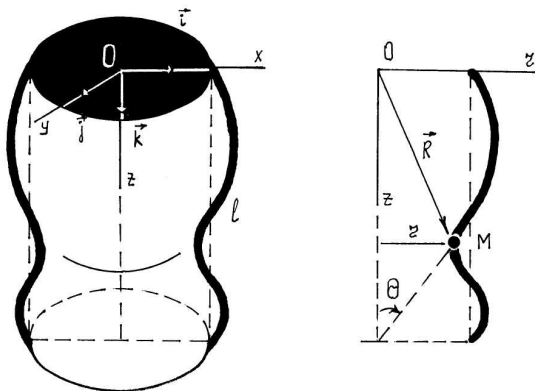


Рис. 1. Оболочки вращения произвольного очертания

Примем длину оболочки равной l . Тогда $z \in [0, l]$.

Пусть φ – координата, определяющая положение т. M на параллели. Тогда, для бесконечно малого расстояния между двумя точками по срединной поверхности π оболочки, можно записать соотношение:

$$dS^2 = dS_1^2 + dS_2^2,$$

где dS_1 – дифференциал дуги по меридиану; dS_2 – дифференциал дуги вдоль параллели.

Так как

$$dS_1^2 = [1 + f'^2(z)] dz^2; \quad dS_2^2 = r^2 d\varphi^2 = [f(z)]^2 d\varphi^2,$$

то

$$dS^2 = [1 + f'^2(z)] dz^2 + [f(z)]^2 d\varphi^2. \quad (1)$$

Отсюда следует, что в качестве координат α_1 и α_2 целесообразно выбрать следующие:

$$\alpha_1 = z; \quad \alpha_2 = \varphi.$$

Тогда

$$A_1 = \sqrt{1 + f'^2(z)}; \quad A_2 = f(z). \quad (2)$$

Это дает возможность сделать важный вывод: параметры Ламе A_1 и A_2 являются функциями одной координаты – z .

В качестве координат α_i можно выбрать и другие криволинейные координаты, например, $\alpha_1 = \theta, \alpha_2 = \varphi$ (здесь θ – угол между нормалью к поверхности π и осью вращения оболочки (рис. 1)).

Запишем уравнения движения оболочки вдоль параллели:

$$\begin{aligned} & \frac{Eh}{1-\nu^2} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left[\nu \frac{\partial U_z}{\partial z} + \frac{A_1}{A_2} \frac{\partial U_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{1}{A_2} \frac{\partial A_2}{\partial z} U_z + \right. \\ & \left. + W \left(\frac{\nu A_1}{R_1} + \frac{A_1}{R_2} \right) \right] + \\ & + \frac{Eh}{2(1+\nu)} \frac{1}{A_2} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{A_2^2}{A_1} \frac{\partial U_\varphi}{\partial z} + A_2 \frac{\partial U_z}{\partial \varphi} - \right. \\ & \left. - \frac{A_2}{A_1} \frac{\partial A_2}{\partial z} U_\varphi \right) + \\ & + \frac{Eh^3}{12(1+\nu)} \frac{1}{A_2} \frac{1}{R_1} \frac{\partial}{\partial z} \left(- \frac{A_2}{A_1} \frac{\partial^2 W}{\partial z \partial \varphi} + \right. \\ & + \frac{1}{A_1} \frac{\partial A_2}{\partial z} \frac{\partial W}{\partial \varphi} + \frac{A_2}{R_1} \frac{\partial U_z}{\partial \varphi} - \frac{A_2}{A_1 R_1} \frac{\partial A_2}{\partial z} U_z + \\ & + \frac{A_2^2}{A_1 R_2} \frac{\partial U_\varphi}{\partial \varphi} \left. \right) + \frac{Eh^3}{12(1+\nu)} \frac{\partial}{\partial z} \left(- \frac{1}{A_1 R_2} \frac{\partial^2 W}{\partial z \partial \varphi} + \right. \\ & + \frac{1}{A_1 A_2 R_2} \frac{\partial A_2}{\partial z} \frac{\partial W}{\partial \varphi} + \frac{1}{R_1 R_2} \frac{\partial U_z}{\partial \varphi} - \\ & \left. - \frac{1}{A_1 R_1 R_2} \frac{\partial A_2}{\partial z} U_z + \frac{A_2}{A_1 R_2^2} \frac{\partial U_\varphi}{\partial z} \right) + \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned}
& \left. + \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} R_2 \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{\nu}{A_1^2} \frac{\partial A_1}{\partial z} \frac{\partial W}{\partial z} - \frac{\nu}{A_1} \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} - \frac{A_1}{A_2^2} \frac{\partial^2 W}{\partial \varphi^2} - \frac{\nu}{R_1^2} \frac{\partial R_1}{\partial z} U_z + \frac{\nu}{R_1} \frac{\partial U_z}{\partial z} + \right) \right. \\
& + \frac{Eh^3}{12(1+\nu)} R_1 \frac{\partial A_2}{\partial z} \left(-\frac{1}{A_1 A_2} \frac{\partial^2 W}{\partial z \partial \varphi} + \frac{1}{A_1 A_2^2} \frac{\partial A_2}{\partial z} \frac{\partial W}{\partial \varphi} + \right. \\
& \left. + \frac{1}{A_2 R_1} \frac{\partial U_z}{\partial \varphi} - \frac{1}{A_1 A_2 R_1} U_z + \frac{1}{A_1 R_2} \frac{\partial U_\varphi}{\partial z} \right) = A_1 A_2 \left(-q_2 + \rho h \frac{\partial^2 U_\varphi}{\partial t^2} \right).
\end{aligned}$$

Упругие перемещения в этом направлении приведут к появлению напряжений сдвига. Здесь введены обозначения: U_z , U_x , W – упругие перемещения в трех направлениях; A_1 , A_2 – постоянные Ламе; E – модуль Юнга; ν – коэффициент Пуассона; h – толщина.

Изложение основного материала с обоснованием полученных научных результатов

Координатные функции представим в виде:

$$U_z = U_0(z, t) + \sum_{k=0}^{\infty} [U_{z,k}^{(1)}(t, z) \cos k\varphi + U_{z,k}^{(2)}(t, z) \sin k\varphi]; \quad (4)$$

$$U_\varphi = V_0(z, t) + \sum_{k=1}^{\infty} \left[\frac{U_{\varphi,k}^{(1)}(t, z) \sin k\varphi}{+ U_{\varphi,k}^{(2)}(t, z) \cos k\varphi} \right]; \quad (5)$$

$$W = W_0(z, t) + \sum_{k=1}^{\infty} \left[\frac{W_k^{(1)}(t, z) \cos k\varphi}{+ W_k^{(2)}(t, z) \sin k\varphi} \right], \quad (6)$$

где

$$\left\{ \begin{aligned} U_0(z, t) &= \overset{*}{U}_0(t) + U_{z,0}^{(1)}(z, t); \\ V_0(z, t) &= \overset{*}{V}_0(t) + U_{\varphi,0}^{(1)}(z, t); \\ W_0(z, t) &= \overset{*}{W}_0(t) + W_0^{(1)}(z, t). \end{aligned} \right. \quad (7)$$

На основании полученного можно сформулировать разнообразные методы построения координатных функций, например:

$$U_{z,k}^{(s)} = \sum_{j=0}^{\infty} A_{z,j}^{(sk)}(t) z^2 (1-z)^2 U_{z,j}^{(sk)}(z); \quad (8)$$

$$U_{\varphi,k}^{(s)} = \sum_{j=0}^{\infty} B_{\varphi,j}^{(sk)}(t) z^2 (1-z)^2 U_{\varphi,j}^{(sk)}(z); \quad (9)$$

$$W_k^{(s)} = \sum_{j=0}^{\infty} C_j^{(sk)}(t) z^4 (1-z)^4 W_j^{(sk)}(z), \quad (10)$$

так как они в общем удовлетворяют граничным условиям [2]. Используем метод Бубнова – Галеркина для интегрирования уравнения движения. С этой целью запишем соотношения:

$$U_{z,1}^{(1)} = A_1^{(1)}(t) \omega_1(z) \varphi_1^{(1)}(z); \quad (11)$$

$$U_{z,1}^{(2)} = A_1^{(2)}(t) \omega_1(z) \varphi_1^{(2)}(z);$$

$$U_{\varphi,1}^{(1)} = B_1^{(1)}(t) \omega_1(z) \psi_1^{(1)}(z); \quad (12)$$

$$U_{\varphi,1}^{(2)} = B_1^{(2)}(t) \omega_1(z) \psi_1^{(2)}(z);$$

$$W_1^{(1)} = C_1^{(1)}(t) \omega_2(z) \gamma_1^{(1)}(z); \quad (13)$$

$$W_1^{(2)} = C_1^{(2)}(t) \omega_2(z) \gamma_1^{(2)}(z).$$

где $\omega_1(z)$, $\omega_2(z)$ – функции Кравчука.

После ряда преобразований, получаем обычное дифференциальное уравнение для нахождения функций $B_1^{(1)}$ и $B_1^{(2)}$:

$$b_{\varphi 1}^{(1)} \overset{\bullet\bullet}{B}_1^{(1)} - b_{\varphi 2}^{(1)} B_1^{(1)} + b_{\varphi 3}^{(1)} A_1^{(1)} + b_{\varphi 4}^{(1)} C_1^{(1)} = Q_{\varphi}^{(1)}(t),$$

$$\text{где } b_{\varphi 1}^{(1)} = -\beta \int_0^1 [1 - \beta_3 (2z - 1)^2] \omega_1^2(z) [\psi_1^{(1)}(z)]^2 \partial z;$$

$$b_{\varphi 2}^{(1)} = \int_0^1 \left\{ -b_2 [1 - 2\beta_1 (2z - 1)^2] \frac{\partial^2}{\partial z^2} [\omega_1(z) \psi_1^{(1)}(z)] - \right.$$

$$\left. - b_3 (2z - 1) \frac{\partial}{\partial z} [\omega_1(z) \psi_1^{(1)}(z)] + \right.$$

$$\left. + b_5 \omega_1(z) \psi_1^{(1)}(z) \right\} \omega_1(z) \psi_1^{(1)}(z) \partial z;$$

$$b_{\varphi 3}^{(1)} = \int_0^1 \left\{ -b_1 [1 - \beta_1 (2z - 1)^2] \frac{\partial}{\partial z} [\omega_1(z) \varphi_1^{(1)}(z)] + \right.$$

$$\left. + b_4 (2z - 1) \omega_1(z) \varphi_1^{(1)}(z) \right\} \omega_1(z) \psi_1^{(1)}(z) \partial z;$$

$$b_{\varphi 4}^{(1)} = b_6 \int_0^1 \omega_2(z) \gamma_1^{(1)}(z) \omega_1(z) \psi_1^{(1)}(z) \partial z;$$

$$Q_{\varphi}^{(1)}(t) = -\int_0^1 [1 - \beta_3 (2z - 1)^2] q_{2,1}^{(2)}(z, t) \omega_1(z) \psi_1^{(1)}(z) \partial z;$$

$$b_{\varphi 1}^{(2)} \overset{\bullet\bullet}{B}_1^{(2)} - b_{\varphi 2}^{(2)} B_1^{(2)} + b_{\varphi 3}^{(2)} A_1^{(2)} + b_{\varphi 4}^{(2)} C_1^{(2)} = Q_{\varphi}^{(2)}(t), \quad (14)$$

$$\text{где } b_{\phi_1}^{(2)} = -\beta \int_0^1 \left[1 - \beta_3 (2z-1)^2 \right] \omega_1^2(z) \left[\psi_1^{(2)}(z) \right]^2 \partial z;$$

$$b_{\phi_2}^{(2)} = \int_0^1 \left\{ -\omega_1(z) \psi_1^{(2)}(z) - b_2 \left[1 - 2\beta_1 (2z-1)^2 \right] \frac{\partial^2}{\partial z^2} \times \right. \\ \left. \times \left[\omega_1(z) \psi_1^{(2)}(z) \right] - b_3 (2z-1) \times \right. \\ \left. \times \frac{\partial}{\partial z} \left[\omega_1(z) \psi_1^{(2)}(z) \right] + b_5 \omega_1(z) \psi_1^{(2)}(z) \right\} \omega_1(z) \psi_1^{(2)}(z) \partial z;$$

$$b_{\phi_3}^{(2)} = \int_0^1 \left\{ b_1 \left[1 - \beta_1 (2z-1)^2 \right] \frac{\partial}{\partial z} \left[\omega_1(z) \psi_1^{(2)}(z) \right] - \right. \\ \left. - b_4 (2z-1) \omega_1(z) \psi_1^{(2)}(z) \right\} \omega_1(z) \psi_1^{(2)}(z) \partial z;$$

$$b_{\phi_4}^{(2)} = -\int_0^1 b_6 \omega_2(z) \gamma_1^{(2)}(z) \omega_1(z) \psi_1^{(2)}(z) \partial z;$$

$$Q_\phi^{(2)} = -\int_0^1 \left[1 - \beta_3 (2z-1)^2 \right] q_{2,1}^{(1)}(z,t) \omega_1(z) \psi_1^{(2)}(z) \partial z.$$

Аналогично для $A_1^{(1)}, A_1^{(2)}, C_1^{(1)}, C_1^{(2)}$. Если $k = 0$, то это соответствует осесимметричному нагружению, при $k = 1$ – осенесимметричному. Когда $k \geq 2$ этот случай отражает циклическое нагружение оболочки.

Выводы и перспективы дальнейших исследований в данном направлении

Таким образом, полученные соотношения дают возможность установить величину возникающих напряжений и принять обоснованные решения в плане их допустимых значений.

В качестве перспективных, наблюдаются пути использования керамики, композиционных конструкций и др. Попутно необходимо решать задачи изоляции - в источнике возникновения возмущения, на пути распространения, на двигателе. По-видимому, эффективно решать эту задачу на всех трех этапах.

Литература

1. Хвильові процеси в пружних оболонкових фрагментах двигунів / В.М. Мельник, В.В. Карачун, І.Г. Баранова, О.С. Шадріна // Авіаційно-космічна техніка і технологія. – 2006. – №. 10 (36). – С. 175-176.
2. Карачун В.В., Каюк Я.Ф., Мельник В.Н. Волновые задачи поплавоквого гироскопа. – К.: Корнейчук, 2007. – 228 с.

3. Rayleigh. On the vibrations of a cylindrical vessel containing Ligind. – Philos. Mag., 1883. XV.
4. Николаи Е.И. О колебаниях тонкостенных цилиндров // Журнал Русск. физ.-хим. общ-ва. – 1909. – 11, отдел. 1. – С. 37-44.
5. Lamb Н.О. On the vibration of an elastic plate in contact with water // Proc. Roy. Soc. Of London, sr. A. – 1920. – Vol. 98. – P. 690.
6. Bezuszka S.I. Scattering of underwater plauel ultrasonic waves by liquid cylindrical obstacles // JASA. – 1953. – Vol. 25, № 6. – P. 1090-1095.
7. Новожилов В.В. О перемещении абсолютно твердого тела под действием акустической волны давления // Прикл. матем. и мех-ка. – 1959. – Т.23, № 4. – С. 794-797.
8. Гузь А.Н., Кубенко В.Д., Бабаев А.Э. Гидроупругость систем оболочек. – К.: Вища шк., 1984. – 208 с.
9. Вороненок Е.Я. Задачи нестационарной гидроупругости для системы двух цилиндрических оболочек // Теория пластин и оболочек. – М.: Наука, 1971. – С. 33-39.
10. Гузь А.Н., Махорт Ф.Г., Гуца О.И. Введение в акустоупругость. – К.: Наук. думка, 1977. – 151 с.
11. Балабух Л.И., Галкин С.И. Приближенная теория основного напряженного состояния цилиндрической оболочки, подкрепленной упругими шпангоутами // Тр. 6-й Всесоюзн. конф. по теории оболочек и пластин. – Баку, М.: Наука, 1966. – С. 94-102.
12. Айзенберг М.В. Расчет продольных резонансных волн в тонкой цилиндрической оболочке, погруженной в сжимаемую жидкость // Тр. 7-й Всесоюзн. конф. по теории оболочек и пластин. – Днепропетровск, 1969. – С. 22-25.
13. Гольденвейзер А.Л. Уравнения теории тонких оболочек // Прикладная математика и механика. – 1940. – Т. 4. – Вып. 2. – С. 19-27.
14. Власов В.З. Общая теория оболочек и ее приложения в технике. – М.-Л.: Гостехтеоретиздат, 1949. – 784 с.

Поступила в редакцию 18.05.2007

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Н.И. Бурау, Национальный технический университет Украины «КПИ», Киев.