

УДК 539.3.621

В.И. ЕРШОВ<sup>1</sup>, З.Г. ЕРШОВА<sup>1</sup>, А.В. ГРИГОРЕНКО<sup>2</sup><sup>1</sup>Тутаевский филиал ГОУ ВПО «Рыбинская государственная авиационная технологическая академия имени П.А. Соловьева», Россия<sup>2</sup>ГОУ ВПО «Рыбинская государственная авиационная технологическая академия имени П.А. Соловьева», Россия

## ВЛИЯНИЕ ГИРОСКОПИЧЕСКИХ МОМЕНТОВ НА ЧАСТОТЫ СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ РОТОРА ГТД

Рассмотрены колебания гибкого вала с учетом гироскопических моментов. Приведен численный алгоритм решения поставленных задач.

**колебания, ротор, гироскопические моменты**

### Общая постановка проблемы

Одна из основных проблем динамики газотурбинных двигателей (ГТД) – обеспечение допустимого уровня вибраций, вызываемых вращением роторов. Наличие в двигателе гибких вращающихся роторов требует дополнительно учитывать гироскопические моменты, действующие на вал со стороны каждого диска.

**Обзор публикаций и анализ перечисленных проблем.** Влияние гироскопических моментов на критические частоты колебаний гибких роторов рассматриваются в работах В.Л. Бидермана, И.А. Биргера, Дж. Ден Гартога, В.И. Вернигора, Ф.М. Диментберга. В работе [1] указывается, что влияние гироскопического эффекта на критические частоты ротора определяется, прежде всего, радиусом инерции  $\rho$  и соотношением угловой и линейной податливостей вала. В [2] сказано, что критическую угловую скорость вращения можно приблизительно считать равной собственной частоте поперечных колебаний вала в тех случаях, когда плоскость диска поворачивается при прецессии вала только в том случае, если радиус инерции диска не слишком велик, а именно:

$$\rho/\ell \leq 0,2,$$

где  $\ell$  – длина вала.

В работе [3] представлена технология расчета в ANSYS колебаний валов с учетом гироскопического эффекта на основе созданных специальных программ-макросов. В некоторых публикациях отмечены те или иные характеристики роторов, влияющие на величину гироскопического момента, действующего на вал на стороны диска. Однако однозначных и точных критериев влияния гироскопического момента на критические частоты вращающихся роторов в литературе не отмечено.

**Целью исследований** являются определение условий, при которых влиянием гироскопических моментов можно пренебрегать.

### Решение проблемы

Рассмотрим гибкий вал переменного поперечного сечения, который вращается вокруг оси  $z$  с угловой скоростью  $\omega$  (рис. 1).

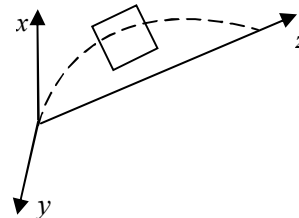


Рис. 1. Вращение гибкого вала переменного поперечного сечения

В качестве уравнений колебаний гибкого ротора используется системы уравнений, записанная в спе-

циальной форме (1):

$$\begin{aligned} \frac{dQ_x}{dz} - \rho(z)\ddot{x} &= 0; \quad \frac{dQ_y}{dz} - \rho(z)\ddot{y} = 0; \\ Q_x + \frac{\partial M_x}{\partial z} &= M_x^{zu}; \quad Q_y + \frac{\partial M_y}{\partial z} = M_y^{zu}, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $M_x^{zu} = J_1\ddot{\theta}_x + J_0\omega\ddot{\theta}_y$ ;  $M_y^{zu} = J_1\ddot{\theta}_y - J_0\omega\ddot{\theta}_x$ ,

$$\begin{aligned} J_1 &= \frac{\rho r^2}{4}; \quad J_0 = \frac{\rho r^2}{2}; \quad \theta_y = \frac{\partial y}{\partial z}; \quad \theta_x = \frac{\partial x}{\partial z}; \\ M_x &= EJ \frac{\partial^2 x}{\partial z^2}; \quad M_y = EJ \frac{\partial^2 y}{\partial z^2}; \quad J = \frac{\pi r^4}{4}; \quad \rho = \pi r^2 \gamma, \end{aligned}$$

здесь  $\omega$  – угловая скорость вала;

$x, y$  – проекции смещения центра сечения на оси  $x$  и  $y$ ;

$\rho(z)$  – погонная плотность кругового сечения;

$\gamma$  – плотность материала вала;

$r$  – радиус кругового сечения вала;

$Q_x, Q_y$  – перерезывающие силы;

$M_x, M_y$  – изгибающие моменты;

$M_x^{zu}, M_y^{zu}$  – гироскопические моменты;

$\theta_x, \theta_y$  – углы поворота сечения вала.

Представим переменные в комплексной форме:

$$u = x + iy; \quad Q = Q_x + iQ_y; \quad \theta = \theta_x + i\theta_y, \quad (2)$$

тогда система может быть приведена к виду:

$$\begin{aligned} Q = \frac{\partial}{\partial z} \left( EJ \frac{\partial u}{\partial z^2} \right) - \frac{\rho r^2}{4} \frac{\partial^3 u}{\partial t^2 \partial z} + \frac{\rho r^2}{2} \omega i \frac{\partial^2 u}{\partial t \partial z} = 0; \\ \frac{dQ}{dz} - \rho(z)\ddot{u} = 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Решение системы (3) ищем в виде:

$$u = u_\circ(t) e^{ipt}; \quad Q = Q_\circ e^{ipt}. \quad (4)$$

В этом случае система (3) преобразуется к виду относительно действительных величин  $u_\circ, Q_\circ$  (в дальнейшем индекс  $\circ$  – опущен):

$$\begin{cases} Q + \frac{\partial}{\partial z} \left( EJ \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + \frac{\rho r^2}{4} p^2 \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\rho r^2}{2} \omega p \frac{\partial u}{\partial z} = 0; \\ \frac{\partial Q}{\partial z} + \rho \cdot p^2 u = 0, \end{cases} \quad (5)$$

где  $p$  – собственная частота изгибных колебаний вала.

Введя новые переменные:

$$V_1 = u; \quad V_2 = \frac{\partial u}{\partial z}; \quad V_3 = EJ \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}; \quad V_4 = Q,$$

систему (5) приводим к виду:

$$\begin{cases} \frac{dV_1}{dz} = V_2; \quad \frac{dV_2}{dz} = \frac{V_3}{EJ}; \quad \frac{dV_4}{dz} = -\rho p^2 V_1; \\ \frac{dV_3}{dz} = V_4 - \frac{\rho r^2}{4} p(p - 2\omega) V_2. \end{cases} \quad (6)$$

Дополнив систему (6) граничными условиями получаем краевую задачу. Для решения указанной задачи была составлена программа расчета на ЭВМ по методу прогонки.

В качестве примера рассмотрены колебания вала ступенчатого поперечного сечения с двумя дисками при шарнирном закреплении краев.

Расчеты приведены с учетом и без учета гироскопических моментов.

Собственные частоты в данном примере отличаются на 17 %.

## Литература

1. Бидерман В.Л. Теория механических колебаний: Учебник для вузов. – М: Высш. шк., 1980. – 480 с.
2. Динамика авиационных газотурбинных двигателей / Под ред. И.А. Биргера, Б.Ф. Шорра. – М: Машиностроение, 1981. – 232 с.
3. Вернигор В.Н., Михайлов А.Л. Модальный анализ механических колебаний упругих систем. – Рыбинск: РГАТА, 2001. – 288 с.

Поступила в редакцию 14.05.2007

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. В.В. Непомилуев, Рыбинская государственная авиационная технологическая академия им. П.А. Соловьева, Рыбинск.