

УДК 621.455 : 534.12

Н.В. ХОРЯК

Институт технической механики НАНУ и НКАУ, Украина

АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ МНОГОКОНТУРНОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ «ЖРДУ – КОРПУС РН» ПО СПЕКТРУ МАТРИЦЫ: МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ И ПРИЛОЖЕНИЕ

Представлена методика анализа устойчивости многоконтурной линейной динамической системы “жидкостная ракетная двигательная установка (ЖРДУ) – корпус ракеты-носителя (РН)” по спектру матрицы с учетом запаздываний в уравнениях динамики газовых трактов двигателя. Эффективность изложенной методики продемонстрирована на примере анализа динамического взаимодействия корпуса РН и ЖРДУ, в которой система питания ЖРД неустойчива по отношению к кавитационным колебаниям в насосе горючего.

ЖРДУ, продольная устойчивость жидкостной РН, кавитационные колебания, параметры собственных колебаний системы с демпфированием, частотные характеристики, спектр матрицы

Введение

Современные жидкостные РН как объекты регулирования представляют собой сложные многоконтурные неконсервативные динамические системы “ЖРДУ – корпус РН”. Неустойчивость этих систем может быть обусловлена как динамическим взаимодействием устойчивых подсистем ЖРДУ с корпусом РН в период работы маршевых двигателей первой или второй ступени РН, так и неустойчивостью отдельных подсистем ЖРД [1 – 6].

Теоретическое исследование динамического взаимодействия ЖРДУ и корпуса РН проводится на основе моделирования низкочастотной динамики ($f_{\max} = 30 - 50$ Гц) системы “ЖРДУ – корпус РН” и анализа ее устойчивости по первому приближению Ляпунова. Учитывая, что многоконтурная система “ЖРДУ – корпус РН” может включать в себя неустойчивые подсистемы, и в ней могут реализовываться режимы многочастотной неустойчивости, для анализа устойчивости этой системы методом частотных характеристик необходимо применять обобщенный критерий Найквиста, что значительно снижает оперативность расчетов и резко увеличивает трудоемкость анализа. Конструктивным подходом к анализу устойчивости таких систем является

подход, основанный на решении проблемы собственных значений [3, 6]. Он одинаково эффективен для одноконтурных и многоконтурных систем, независимо от количества неустойчивых подсистем и реализовавшихся в каждом конкретном случае механизмов потери устойчивости.

Постановка задачи. Модель динамической системы “ЖРДУ – корпус РН” включает в себя уравнения динамики питающих магистралей, агрегатов ЖРД и соединяющих их гидравлических и газовых трактов и уравнения продольных колебаний корпуса РН [2]. Корпус РН обычно представляется несколькими независимыми осцилляторами, которые имитируют продольные колебания его низших тонов и описываются обыкновенными дифференциальными уравнениями (ОДУ) в главных обобщенных координатах [1]. В низкочастотном диапазоне ($0, f_{\max}$) элементы ЖРД, проточные части турбин и насосов, топливные магистрали, имеющие малую длину (по сравнению с длиной акустической волны) рассматриваются как элементы с сосредоточенными параметрами, и их динамика описывается ОДУ (напр., [1 – 5]). Акустически длинные гидравлические магистрали (напр., линия питания ЖРД компонентом топлива от дальнего бака) моделируются цепочкой конечных элементов, каждый из которых

представляет один участок магистрали. Необходимая точность описания волновых явлений в длинной гидравлической линии обеспечивается выбором надлежащего количества звеньев в цепочке, оптимальной длины участков магистрали и другими факторами [2].

При описании динамики элементов газового тракта – камеры сгорания (КС), газогенератора (ГГ) и газоведа (ГВ) – кривые выгорания топлива и переноса температур заменяются ступенчатыми функциями, то есть звеньями с чистым запаздыванием. Тогда нестационарное неизотермическое движение газа в элементах газового тракта ЖРД описывается дифференциальными и алгебраическими уравнениями с запаздывающим аргументом [2].

Таким образом, математическая модель низкочастотной динамики системы “ЖРДУ – корпус РН” может быть представлена системой N линейных (линеаризованных) уравнений в вариациях:

$$\sum_{j=1}^N [\hat{c}_{ij} d(\delta x_j) + c_{ij} \delta x_j + d_{ij} \delta x_j(t - \tau_{ij})] = 0, \quad (1)$$

$$i = 1, \dots, N,$$

где δx_j – отклонение переменной x_j от ее установившегося значения; t – текущее время; τ_{ij} – время запаздывания.

В некоторых уравнениях системы (1) отсутствуют все члены с первой производной и (или) запаздыванием. Иногда в линейную математическую модель динамики системы “ЖРДУ – корпус РН” вводятся экспериментальные или расчетные частотные характеристики (ЧХ) отдельных агрегатов ЖРД.

Для выполнения анализа продольной устойчивости жидкостной РН по спектру матрицы математическая модель системы “ЖРДУ – корпус РН” должна быть представлена системой ОДУ в форме Коши:

$$d\vec{x}(t)/dt = A\vec{x}(t), \quad (2)$$

где $\vec{x} = [\delta x_1, \dots, \delta x_n]$ – вектор-столбец переменных системы; $A = [a_{ij}]$ – матрица размера $n \times n$ коэффициентов системы.

Спектр матрицы A неконсервативной системы состоит из комплексно-сопряженных собственных значений $\lambda_{i,i+1} = -\alpha_i \pm j\omega_i$ ($i = 1, 3, \dots, 2n_c - 1$) и действительных собственных значений $\lambda_i = -\alpha_i$ ($i = 2n_c + 1, \dots, n$). Каждая пара комплексно-сопряженных собственных значений (т.н. комплексных частот колебаний) определяет собственную частоту колебаний $f_i = \omega_i / 2\pi$ системы (2) и показатель их затухания $\delta_i = \alpha_i / f_i$ на частоте f_i . Доминирующими являются собственные значения с наименьшими α_i при условии, что $f_i \leq f_{\max}$. Наличие хотя бы одного собственного значения с $\alpha_i < 0$ является признаком неустойчивости системы. Для устойчивой системы наименьшее значение δ_i может быть использовано в качестве показателя запаса устойчивости [7]. Определение причин неустойчивости, путей стабилизации системы или повышения запаса ее устойчивости, оценка робастной устойчивости [8] и другие задачи являются предметом более детального анализа.

В представляемой методике анализа устойчивости динамической системы “ЖРДУ – корпус РН” (ее схема показана на рис. 1) условно выделены два этапа: построение и преобразование математической модели к системе ОДУ в форме Коши; выполнение анализа устойчивости системы “ЖРДУ – корпус РН” на основе решения проблемы собственных значений. Для расчета спектра матрицы системы “ЖРДУ – корпус РН”, имеющей большую размерность и общую несимметричную форму, использовался QR-алгоритм.

1. Преобразование математической модели системы “ЖРДУ – корпус РН” к системе ОДУ в форме Коши

Преобразование математической модели продольных колебаний жидкостной РН для последующего выполнения анализа устойчивости системы “ЖРДУ – корпус РН” по спектру матрицы преду-

смачивает приближенную замену звеньев запаздывания и ЧХ в модели ЖРД системой ОДУ [9]. Переход от звена запаздывания $\tilde{x}(t) = x(t - \tau)$ к системе ОДУ производится на основе аппроксимации его передаточной функции $W_e(p\tau) = \frac{\tilde{x}(t)}{x(t)} = e^{-p\tau}$ дробно-рациональной функцией $W_z(p\tau)$:

$$W_z(p\tau) = \sum_{k=1}^{m_\tau} v_k (p\tau)^k / \sum_{k=1}^{n_\tau} u_k (p\tau)^k, \quad (3)$$

где p – комплексная переменная преобразования Лапласа при нулевых начальных условиях.

Дробно-рациональной передаточной функции (3) соответствует ОДУ:

$$\sum_{k=0}^{n_\tau} u_k \tau^k \cdot d^k \tilde{x} / dt^k = \sum_{k=0}^{m_\tau} v_k \tau^k \cdot d^k x / dt^k. \quad (4)$$



Рис. 1. Схема выполнения анализа устойчивости динамической системы “ЖРДУ – корпус РН” на основе решения проблемы собственных значений

Для приближенной замены функции $W_e(p\tau) = e^{-p\tau}$ аппроксимантом $W_z(p\tau)$ вида (3) могут быть использованы дробные ряды Паде, ряды Тейлора, Пэйнтера и др. Выбор аппроксиманта производится с учетом допустимой погрешности аппроксимации передаточной функции звена запаздывания или частотных характеристик ЖРД по каналу

продольной устойчивости частотном диапазоне $0 < \omega \leq 2\pi f_{\max}$ [7, 9].

Аналогичным образом можно перейти от частотных характеристик к ОДУ: в частотном диапазоне $0 < \omega \leq 2\pi f_{\max}$ ЧХ аппроксимируется дробно-рациональной функцией $W_\omega(j\omega)$ вида (3), коэффициенты которой определяются методом наименьших квадратов. Формально полагая $j\omega = p$, этой функции ставим в соответствие ОДУ вида (4).

Использование описанных приемов позволяет преобразовать математическую модель системы “ЖРДУ – корпус РН” к дифференциально-алгебраической системе следующего вида

$$\hat{B} \frac{d\tilde{x}(t)}{dt} + B\tilde{x}(t) = 0, \quad (5)$$

где $\hat{B} = [\hat{b}_{ij}]$, $B = [b_{ij}]$ – квадратные матрицы коэффициентов системы ($\det B = 0$).

Для приведения системы (5) к форме Коши (2) применяется модифицированный метод исключения Гаусса [10].

2. Анализ устойчивости системы “ЖРДУ – корпус РН” на основе решения проблемы собственных значений

Изложенная выше методика использована для анализа продольной устойчивости первой ступени двухступенчатой жидкостной РН, в которой маршевый ЖРД выполнен по схеме с дожиганием окислительного генераторного газа. В математической модели низкочастотной динамики рассматриваемой системы “ЖРДУ – корпус РН” учитывались два низших тона продольных колебаний корпуса РН, обе линии питания ЖРД компонентами топлива – окислителем (О) и горючим (Г), кавитационные явления в ШЦН и запаздывания (9 звеньев) в уравнениях динамики КС, ГГ и ГВ. При переходе от звеньев запаздывания к ОДУ использовались аппроксиманты Паде. В соответствии с методикой [7, 9] порядок аппроксиманта передаточной функции звена запаздывания $\tilde{x}_i(t) = x_i(t - \tau_{ij})$ выбирался с учетом влияния запаздывания τ_{ij} на коэффициенты

усиления ЖРД по каналу “давление на входе в ЖРД – давление в КС”.

Анализ устойчивости системы “ЖРДУ – корпус РН” выполнялся на основе расчета спектра матрицы и приближенной декомпозиции модели ЖРДУ по двум схемам. В первой схеме модель ЖРДУ расчленялась на подсистемы “питающая магистраль О – насосы О – напорная магистраль О” и “питающая магистраль Г – ЖРД (линия Г)”, а во второй – на подсистемы “питающая магистраль Г – насосы Г – напорная магистраль Г” и “питающая магистраль О – ЖРД (линия О).

В результате расчета спектра матрицы системы “ЖРДУ – корпус РН” установлено, что рассматриваемая система неустойчива, и определены параметры ее собственных колебаний. Расчет и анализ спектров матриц указанных выше подсистем позволил выяснить причины неустойчивости системы.

На рис. 2, 3 показаны расчетные зависимости собственных частот f_i ($f_i \leq f_{\max}$, $f_{\max} = 30$ Гц) и показателей затухания δ_i колебаний системы “ЖРДУ – корпус РН” от времени полета РН. Цифрами 1, 2 на рис. 2 обозначены частоты, близкие к частотам I-го и II-го тона собственных продольных колебаний корпуса РН, а цифрами 3 и 4 – к низшим частотам колебаний жидкости в питающих магистралях О и Г. Кривые 5 и 6 на рис. 2 и 3, а представляют результаты расчета без учета кавитационных явлений в насосе горючего (т.е. в случае, когда подсистема “питающие магистрали – ЖРД” устойчива). Нумерация показателей затухания колебаний на рис. 3 соответствует нумерации частот на рис. 2.

Из рисунков следует, что на различных интервалах времени в системе “ЖРДУ – корпус РН” имеются нарастающие колебания (с отрицательным показателем затухания) на одной, двух и трех собственных частотах колебаний одновременно.

Неустойчивость (нарастание колебаний) системы на частотах f_2 и f_1 ($\delta_2 < 0$ при $0 \leq t < 15$, $\delta_1 < 0$ при $12 < t < 32$) обусловлена резонансным взаимодействием корпуса РН и ЖРДУ, которое происходит

при сближении собственных частот I-го и II-го тона колебаний корпуса РН с частотой колебаний жидкости в линии питания ЖРД окислителем.

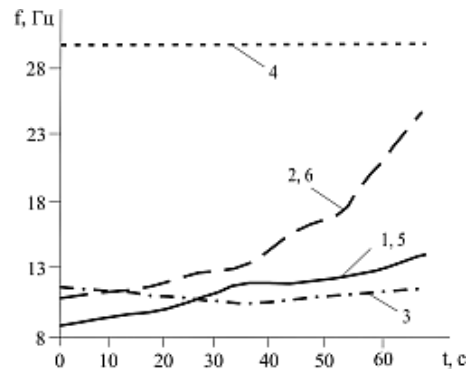


Рис. 2. Низшие собственные частоты колебаний системы “ЖРДУ – корпус РН”

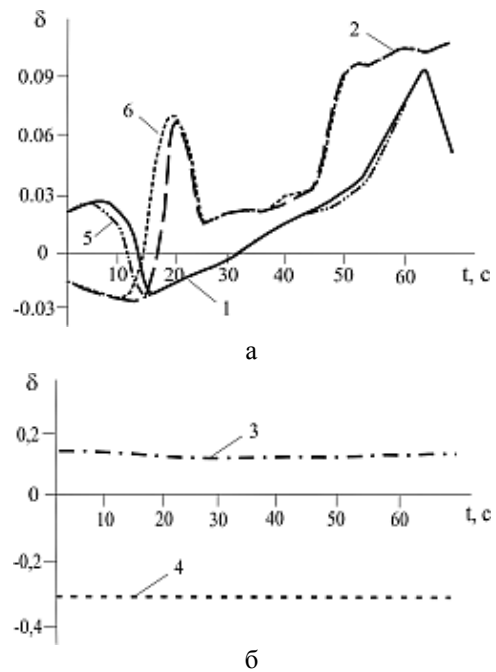


Рис. 3. Показатели затухания собственных колебаний системы “ЖРДУ – корпус РН”

Причиной неустойчивости системы “ЖРДУ – корпус РН” на частоте колебаний f_4 ($\delta_4 < 0$ на всем интервале времени) является неустойчивость ЖРДУ по отношению к кавитационным колебаниям в линии питания ЖРД горючим (т.е. неустойчивость подсистем “питающая магистраль Г – ЖРД (линия Г)” и “питающая магистраль Г – насос Г – напорная магистраль Г”). Таким образом, при $0 \leq t < 32$ система “ЖРДУ – корпус РН” неустойчи-

ва по отношению к продольным колебаниям РН (на частотах I-го, II-го или одновременно двух тонов продольных колебаний корпуса РН), и кавитационным колебаниям в линии питания ЖРД горючим.

Сравнение кривых 1, 2 с кривыми 5, 6 на рис. 3, а позволяет оценить влияние фактора неустойчивости линии горючего на продольную устойчивость жидкостной РН. Из рис. 3, а следует, что система “ЖРДУ – корпус РН” с неустойчивой линией горючего теряет устойчивость по отношению к продольным колебаниям (на частотах f_1, f_2) позже, чем с устойчивой, и имеет меньшую зону неустойчивости.

Заключение

Изложены основные положения методики анализа устойчивости многоконтурной динамической системы “ЖРДУ – корпус РН” по спектру матрицы с учетом запаздываний в уравнениях динамики элементов газовых трактов ЖРД. На примере системы “питающие магистрали – ЖРД с окислительной схемой дожигания генераторного газа – корпус РН” показана эффективность предложенной методики анализа устойчивости при реализации в многоконтурной динамической системе режимов многочастотной неустойчивости, в частности, когда система, неустойчивая на частоте, близкой к частоте кавитационных колебаний в линии питания ЖРД горючим, имеет зоны неустойчивости на частотах, близких к частотам собственных продольных колебаний корпуса РН (I-го, II-го или обоих тонов). Установлено, что неустойчивость ЖРДУ по отношению к кавитационным колебаниям в насосе горючего может оказаться фактором, который оказывает некоторое стабилизирующее влияние на продольную устойчивость РН.

Литература

1. Натанзон М.С. Продольные автоколебания жидкостной ракеты. – М.: Машиностроение, 1977. – 208 с.
2. Теория автоматического управления ракетными двигателями / А.А. Шевяков., В.М. Калнин,

Н.В. Науменкова, В.Г. Дятлов. – М.: Машиностроение, 1978. – 287 с.

3. Oppenheim B.W., Rubin S. Advanced Pogo Stability Analysis for Liquid Rockets // *Spacecraft and Rockets*. – 1993. – Vol. 30, № 3. – P. 360-373.
4. Pilipenko V.V. Providing the LPRE - Rocket Structure Dynamic Compatibility // *AIAA Paper 93-2422*, Monterey, CA, June 1993.
5. Пилипенко В.В., Задонцев В.А., Натанзон М.С. Кавитационные колебания и динамика гидросистем. – М.: Машиностроение, 1977. – 352 с.
6. Хоряк Н.В., Задонцев В.А., Николаев А.Д. Технология анализа динамической устойчивости ракет-носителей с ЖРД по спектру матрицы // *Тр. Междунар. конф. Научно-технические проблемы космонавтики и ракетостроения* (апр. 23-25, 1996 г.). – Калининград, Московской обл.: ЦНИИМАШ. – С. 253-254.
7. Хоряк Н.В., Николаев А.Д. Декомпозиция и анализ устойчивости динамической системы “питающие магистрали – маршевый ЖРД с окислительной схемой дожигания генераторного газа” // *Техническая механика*. – 2007. – № 1. – С. 30-42.
8. Хоряк Н.В., Николаев А.Д. Анализ устойчивости летательных аппаратов в условиях неполной информации // *Динамика гидромеханических систем летательных аппаратов*. – К.: Наук. думка, 1992. – С. 10-18.
9. Хоряк Н.В., Чернявский О.Е. К оценке устойчивости систем с запаздываниями по спектру матрицы // *Динамика гидросистем энергетических установок летательных аппаратов*. – К.: Наук. думка, 1991. – С. 16-23.
10. Хоряк Н.В. Об одном алгоритме приведения системы линейных алгебраических и дифференциальных уравнений первого порядка к форме Коши // *Гидрогазодинамика технических систем*. – К.: Наук. думка, 1985. – С. 178-185.

Поступила в редакцию 4.05.2007

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.А. Задонцев, Корпорация «ВЕСТА», Днепропетровск.