УДК 629.179.13

С.В. ЕПИФАНОВ, М.В. ШЕВЧЕНКО

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина

РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМА ФОРМИРОВАНИЯ МНОГОРЕЖИМНОЙ МОДЕЛИ ГАЗОТУРБИННОГО ДВИГАТЕЛЯ В ПРОСТРАНСТВЕ СОСТОЯНИЙ НА БАЗЕ ИСХОДНОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ МОДЕЛИ

Рассмотрена проблема формирования адекватной многорежимной квазилинейной динамической модели газотурбинного двигателя двухконтурного двухвального с форсажной камерой сгорания и камерой смешения. Для обеспечения ее непрерывности предложено перевести модель в пространстве состояний, полученную путем линеаризации нелинейной в ряде характерных точек переходного процесса, в модель в виде передаточных функций. Элементы такой модели, каждый из которых показывает совместное влияние элементов модели в пространстве состояний на процесс, аппроксимированы экспоненциальными функциями частоты вращения ротора высокого давления на бесфорсажных режимах и площади сопла на форсажных. Затем выполнено обратное преобразование модели в пространство состояний. Зависимость параметров модели от полетных условий описана с помощью теории подобия. Таким образом, для исследования динамических свойств ГТД предложен и исследован алгоритм формирования упрощенной модели реального времени из нелинейных моделей.

газотурбинный двигатель, линейная динамическая модель, модель в пространстве состояний, модель в виде передаточных функций, аппроксимация параметров модели, теория газодинамического подобия

Введение

Для синтеза систем управления и осуществления диагностирования, используют различные математические модели ГТД, полностью определяющие зависимости между воздействующими на двигатель параметрами (параметры окружающей среды, расход топлива, геометрическое положение регулируемых элементов, и т.д.) и параметрами его проточной части, а так же его удельными параметрами. Как правило, для целей диагностирования и управления требуются математические модели различной детализации. Кроме того, на этапе синтеза алгоритмов диагностирования и законов управления требуются одни математические модели (нелинейные динамические, хотя и медленно решаемые), а в самих законах управления реализуются другие (упрощенные быстросчетные). Для описания различных режимов работы двигателя также используются модели различной детализации: в квазистатическом режиме используются линейные статические модели, а в переходных – нелинейные динамические.

1. Постановка проблемы

Объект исследования - газотурбинный двигатель двухконтурный двухвальный с форсажной камерой сгорания и камерой смешения (ТРДДФсм-2), для которого создается цифровая система автоматического управления типа FADEC (Full Authority Digital Electronic Control). Нелинейная модель этого двигателя составлена на основе характеристик его узлов (компрессоров, турбин, входного устройства, сопел и т.д.), построенных по результатам экспериментов. Характеристики заданы при помощи кусочнолинейных зависимостей, вследствие чего зависимости многих параметров двигателя от режима терпят изломы, а иногда скачки, что обусловлено погрешностью модели и не может иметь места в реальном процессе.

Эти ошибки проявляются и создают неудобства при линеаризации нелинейной модели, например, для решения задач синтеза систем управления. Кроме того, сам процесс линеаризации Вносит дополнительные погрешности. Существующие материалы теоретических и экспериментальных исследований дают возможность переводить нелинейные модели в линейные, с дальнейшим созданием моделей реального времени, используя аппроксимацию коэффициентов модели в пространстве состояний. Возникающие при этом ошибки в дальнейшем устраняют, корректируя коэффициенты усиления непосредственно на полунатурном стенде [2, 6, 8]. В известной литературе анализ математических и физических причин возникновения ошибок линеаризации и методов их устранения практически отсутствует.

В данной работе предложено модель в пространстве состояний (модели такого типа широко используются для синтеза законов управления) переводить в модель в виде передаточных функций, изменение коэффициентов усиления и постоянных времени которой наглядно отражают физику процессов, и только лишь затем аппроксимировать, с последующим переводом в модель пространства состояний.

Первоочередной задачей является усовершенствование применяемых линейных моделей путем сглаживания коэффициентов усиления и постоянных времени модели в передаточных функциях, полученной из линеаризованной модели в пространстве состояний для конкретных условий работы двигателя.

Вторая задача – проверка работоспособности алгоритма автоматического расчета матриц в пространстве состояний в произвольный момент времени для любых условий работы двигателя при помощи теории газодинамического подобия.

2. Исследование преобразования моделей

Запишем систему линейных уравнений динамики ТРДДФсм-2 в малых отклонениях (учитывая влияние изменения расхода топлива в основной камере сгорания, площади сопла и совместное влияние роторов высокого и низкого давления друг на друга):

$$\begin{cases} \Delta \frac{dn_1}{dt} + \rho_1 \cdot \Delta n_1 = \\ = K'_{G1} \cdot \Delta G + K'_{Fc1} \cdot \Delta F_c + K'_{n2} \cdot \Delta n_2; \\ \Delta \frac{dn_2}{dt} + \rho_2 \cdot \Delta n_2 = \\ = K'_{G2} \cdot \Delta G + K'_{Fc2} \cdot \Delta F_c + K'_{n1} \cdot \Delta n_1 \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} T_1 \cdot \Delta \frac{dn_1}{dt} + \Delta n_1 = \\ = K_{G1} \cdot \Delta G + K_{Fc1} \cdot \Delta F_c + K_{n2} \cdot \Delta n_2; \\ T_2 \cdot \Delta \frac{dn_2}{dt} + \Delta n_2 = \\ = K_{G2} \cdot \Delta G + K_{Fc2} \cdot \Delta F_c + K_{n1} \cdot \Delta n_1, \end{cases}$$
(2)

где Т – постоянная времени ротора, K_i – коэффициент усиления по соответствующему управляющему воздействию, ΔG – изменение расхода топлива в основной камере сгорания, ΔF – изменение площади сопла, Δn – изменение частоты вращения ротора (1 – низкого, 2 – высокого давления).

Дифференцируем (1):

$$T_{1} \cdot \Delta \frac{d^{2}n_{1}}{dt^{2}} + \Delta \frac{dn_{1}}{dt} =$$

$$= K_{G1} \cdot \Delta \frac{dG}{dt} + K_{Fc1} \cdot \Delta \frac{dF_{c}}{dt} + K_{n2} \cdot \Delta \frac{dn_{2}}{dt};$$
(3)

Из (2) выражаем отклонение производной $\Delta dn_2/dt$ и подставляем результат в (3):

$$T_{1} \cdot \Delta \frac{d^{2}n_{1}}{dt^{2}} + \Delta \frac{dn_{1}}{dt} = K_{G1} \cdot \Delta \frac{dG}{dt} + K_{Fc1} \cdot \Delta \frac{dF_{c}}{dt} + \frac{K_{n2} \cdot K_{G2}}{T_{2}} \cdot \Delta G +$$
(4)
$$+ \frac{K_{n2} \cdot K_{Fc2}}{T_{2}} \cdot \Delta F_{c} + \frac{K_{n2} \cdot K_{n1}}{T_{2}} \cdot \Delta n_{1} - \frac{K_{n2}}{T_{2}} \cdot \Delta n.$$

Из (1) выражаем Δn_2 , подставляем в (4) и делим все на величину $(1 - K_{n2} \cdot K_{n1})$:

$$\begin{aligned} &\frac{T_1 \cdot T_2}{(1 - K_{n2} \cdot K_{n1})} \cdot \Delta \frac{d^2 n_1}{dt^2} + \frac{(T_1 + T_2)}{(1 - K_{n2} \cdot K_{n1})} \cdot \Delta \frac{dn_1}{dt} + \Delta n_1 = \\ &= \frac{T_2 \cdot K_{G1}}{(1 - K_{n2} \cdot K_{n1})} \cdot \Delta \frac{dG}{dt} + \frac{(K_{G1} + K_{n2} \cdot K_{G2})}{(1 - K_{n2} \cdot K_{n1})} \cdot \Delta G + \\ &+ \frac{T_2 \cdot K_{Fc1}}{(1 - K_{n2} \cdot K_{n1})} \cdot \Delta \frac{dF_c}{dt} + \frac{(K_{Fc1} + K_{n2} \cdot K_{Fc2})}{(1 - K_{n2} \cdot K_{n1})} \cdot \Delta F_c. \end{aligned}$$

По аналогии для второго ротора получим следующую систему:

$$\begin{cases} a_{2} \cdot \Delta \frac{d^{2} n_{1}}{dt^{2}} + a_{1} \cdot \Delta \frac{dn_{1}}{dt} + a_{0} \cdot \Delta n_{1} = \\ = K_{1}^{G} \cdot \left[\tau_{1}^{G} \cdot \Delta \frac{dG}{dt} + \Delta G \right] + K_{1}^{F} \cdot \left[\tau_{1}^{F} \cdot \Delta \frac{dF_{c}}{dt} + \Delta F_{c} \right]; \\ a_{2} \cdot \Delta \frac{d^{2} n_{2}}{dt^{2}} + a_{1} \cdot \Delta \frac{dn_{2}}{dt} + a_{0} \cdot \Delta n_{2} = \\ = K_{2}^{G} \cdot \left[\tau_{2}^{G} \cdot \Delta \frac{dG}{dt} + \Delta G \right] + K_{2}^{F} \cdot \left[\tau_{2}^{F} \cdot \Delta \frac{dF_{c}}{dt} + \Delta F_{c} \right]; \end{cases}$$
(5)

где
$$a_2 = \frac{T_1 \cdot T_2}{(1 - K_{n2} \cdot K_{n1})}; a_1 = \frac{(T_1 + T_2)}{(1 - K_{n2} \cdot K_{n1})}; a_0 = 1;$$

 $K_1^G = \frac{(K_{G1} + K_{n2} \cdot K_{G2})}{(1 - K_{n2} \cdot K_{n1})}; K_2^G = \frac{(K_{G2} + K_{n1} \cdot K_{G1})}{(1 - K_{n2} \cdot K_{n1})};$
 $\tau_1^G = \frac{T_2 \cdot K_{G1}}{(K_{G1} + K_{n2} \cdot K_{G2})}; \tau_2^G = \frac{T_1 \cdot K_{G2}}{(K_{G2} + K_{n1} \cdot K_{G1})};$

$$\kappa_{1}^{F} = \frac{(K_{Fc1} + K_{n2} \cdot K_{Fc2})}{(1 - K_{n2} \cdot K_{n1})}; \quad \kappa_{2}^{F} = \frac{(K_{Fc2} + K_{n1} \cdot K_{Fc1})}{(1 - K_{n2} \cdot K_{n1})};$$
$$\tau_{1}^{F} = \frac{T_{2} \cdot K_{Fc1}}{(K_{Fc1} + K_{n2} \cdot K_{Fc2})}; \quad \tau_{2}^{F} = \frac{T_{1} \cdot K_{Fc2}}{(K_{Fc2} + K_{n1} \cdot K_{Fc1})}.$$

Запишем систему линейных уравнений динамики ТРДДФ-2 в виде модели пространства состояний:

$$\overset{\bullet}{\Delta n_{l}} = A_{l1} \cdot \Delta n_{l} + A_{l2} \cdot \Delta n_{2} + B_{l1} \cdot \Delta G + B_{l2} \cdot \Delta F_{c};$$
 (6)

$$\Delta n_2 = A_{21} \cdot \Delta n_1 + A_{22} \cdot \Delta n_2 + B_{21} \cdot \Delta G + B_{22} \cdot \Delta F_c; \quad (7)$$

$$\Delta Z_j = C_{j1} \cdot \Delta n_1 + C_{j2} \cdot \Delta n_2 + D_{j1} \cdot \Delta G + D_{j2} \cdot \Delta F_c; \quad (8)$$

где $\Delta n = dn / dt$, ΔZ_j – контролируемый параметр проточной части; A, B, C, D – коэффициенты.

Поставив в соответствие модель в пространстве состояний уравнениям динамики в малых отклонениях (описывают одни и те же процессы), находим:

$$\begin{aligned} T_1 &= -1/A_{11}; & K_{G1} &= -B_{11}/A_{11}; \\ K_{n2} &= -A_{12}/A_{11}; & K_{Fc1} &= -B_{12}/A_{11}; \\ T_2 &= -1/A_{22}; & K_{G2} &= -B_{21}/A_{22}; \\ K_{n1} &= -A_{21}/A_{22}; & K_{Fc2} &= -B_{22}/A_{22}; \end{aligned}$$
(9)

Подставляем выражения (9) в (5), получаем:

$$a_2 = \frac{1}{\det A}; \ a_1 = -\frac{(A_{11} + A_{22})}{\det A}; \ a_0 = 1;$$

где det $A = A_{11} \cdot A_{22} - A_{21} \cdot A_{12}$;

$$\begin{split} K_1^G &= \frac{B_{21} \cdot A_{12} - B_{11} \cdot A_{22}}{\det A} \; ; \; K_2^G = \frac{B_{11} \cdot A_{21} - B_{21} \cdot A_{11}}{\det A} \; ; \\ \tau_1^G &= \frac{B_{11}}{A_{12} \cdot B_{21} - A_{22} \cdot B_{11}} \; ; \; \tau_2^G = \frac{B_{21}}{A_{21} \cdot B_{11} - A_{11} \cdot B_{21}} ; \\ K_1^F &= \frac{B_{22} \cdot A_{12} - B_{12} \cdot A_{22}}{\det A} \; ; \; K_2^F = \frac{B_{12} \cdot A_{21} - B_{22} \cdot A_{11}}{\det A} ; \\ \tau_1^F &= \frac{B_{12}}{A_{12} \cdot B_{22} - A_{22} \cdot B_{12}} \; ; \; \tau_2^F = \frac{B_{22}}{A_{21} \cdot B_{12} - A_{11} \cdot B_{22}} ; \end{split}$$

Следует учитывать, что независимая аппроксимация элементов матриц пространства состояния A, B, C, D не будет верной, так как они оказывают совместное влияние на величины коэффициентов $K_i^j \ u \ \tau_i^j$,. Так как структура двигателя на рассматриваемых режимах не изменяется, характер их изменения должен быть монотонным.

В результате выполненных вариантных расчетов был определен оптимальный алгоритм аппроксимации, позволяющий получить максимально близкие к исходной модели значения элементов матриц в пространстве состояний. Он базируется на представлении всех аппроксимируемых параметров функциями вида $f(x) = a \cdot e^x$. Выбор именно такого вида функций не случаен, так как при любых математических действиях с ними (сложение, вычитание, умножение, деление или определение производной) их вид не изменяется (меняются только степень экспоненты и коэффициент при ней).

Итак, имеем восемь элементов матриц линеаризованной модели (далее «исходная модель»), восемь уравнений для нахождения коэффициентов системы линейных уравнений.

Сначала логарифмируем значения $T_1 = -1/A_{11}$, найденные из исходной модели по натуральному основанию. Полученные значения аппроксимируем программой-аппроксиматором (рис. 1). Всего значений четырнадцать, они соответствуют четырнадцати режимам работы двигателя при стандартных атмосферных условиях, скорости и высоте полета 0.



постоянной времени ротора НД

Аппроксимированные значения потенцируем по натуральному основанию и находим коэффициенты $A_{11} = -1/T_1$, которые и войдут в окончательную линейную модель. С помощью найденных значений A_{11} и известных из исходной модели A_{22} , A_{12} , A_{21} находим значения определителя матрицы A – det A по описанному выше алгоритму аппроксимации. Далее, используя полученные значения A_{11} и det A, а так же значения A_{22} , A_{12} , A_{21} , B_{11} , B_{21} исходной модели, рассчитываем K_1^G , K_2^G , τ_1^G , τ_2^G .

Итак, получили шесть аппроксимированных параметров, которые определяются четырьмя элементами матрицы A (A₁₁, A₂₂, A₁₂, A₂₁), и двумя – матрицы B (B₁₁, B₂₁)

По найденным значениям из выражений для коэффициентов a_2 , K_i^j $u \tau_i^j$ определяем:

$$B_{11} = \tau_1^G \cdot K_1^G \cdot \det A \; ; \quad B_{21} = \tau_2^G \cdot K_2^G \cdot \det A \; ;$$
$$A_{21} = \frac{(K_2^G \cdot \det A + B_{21} \cdot A_{11})}{B_{11}} \; ;$$
$$A_{22} = \frac{(B_{21} + A_{21} \cdot K_1^G) \cdot \det A}{(A_{11} \cdot B_{21} - A_{21} \cdot B_{11})} \; ;$$
$$A_{21} = \frac{(K_1^G \cdot \det A + B_{11} \cdot A_{22})}{B_{21}} \; .$$

Далее, по найденным значениям и значениям B_{22} , B_{12} исходной модели находим коэффициенты K_1^F , K_2^F .

По полученным значениям из выражений для коэффициентов K_1^F , K_2^F находим:

$$B_{12} = -(K_2^F \cdot A_{12} + K_1^F \cdot A_{11});$$

$$B_{22} = \frac{(K_1^F \cdot \det A + A_{22} \cdot B_{12})}{A_{12}}.$$

Таким образом получены элементы матриц А и В. Результаты изменения элементов этих матриц

от режима работы приведены на рис. 2, 3.



Рис. 2. Распределение элементов матрицы А

Как видно из этих рисунков, распределения монотонные. Все найденные значения лежат в пределах допустимых отклонений от нелинейной модели.

Проведя необходимые математические преобразования, подобные вышеуказанным, с уравнением (8) в системе с уравнениями (6) и (7), получим выражение следующего вида, однозначно определяющее зависимость контролируемых параметров от управляющих факторов:





Рис. 3. Распределение элементов матрицы В

Коэффициенты K_Z^j , q_Z^j и W_Z^j представляют собой степень воздействия на контролируемые параметры управляющих и определяются они не только элементами матриц A и B, но и матриц C и D. Изначально находим значения этих коэффициентов для всех контролируемых параметров с помощью полученных матриц A и B, а также матриц C и D исходной модели. Алгоритм их аппроксимации аналогичен указанному выше.

Таким образом, получены матрицы модели в пространстве состояний для стандартных атмосферных условиях, скорости и высоты полета 0. Как видно, процесс получения качественной линейной модели требует значительных затрат времени. Хотя все математические расчеты выполняются при запуске соответствующих программ, автоматизировать его от начала до конца практически невозможно, так как требуется визуальный контроль разработчика за результатами аппроксимации. Но общая трудоемкость проведения подобных расчетов для каждого диапазона режимов недопустимо велика. Для решения такого рода проблемы воспользуемся теорией газодинамического подобия. Запишем систему уравнений (6), (7), (8) в действительной и приведенной к рассчитанным параметрам форме:

$$\begin{cases} -\frac{1}{A_{11}} \cdot \Delta n_{1} + \Delta n_{1} = \\ = -\frac{A_{12}}{A_{11}} \cdot \Delta n_{2} - \frac{B_{11}}{A_{11}} \cdot \Delta G - \frac{B_{12}}{A_{11}} \cdot \Delta F_{c}; \\ -\frac{1}{A_{22}} \cdot \Delta n_{2} + \Delta n_{2} = \\ = -\frac{A_{21}}{A_{22}} \cdot \Delta n_{2} - \frac{B_{21}}{A_{22}} \cdot \Delta G - \frac{B_{22}}{A_{22}} \cdot \Delta F_{c}; \\ \Delta Z_{j} = C_{j1} \cdot \Delta n_{1} + C_{j2} \cdot \Delta n_{2} + \\ + D_{j1} \cdot \Delta G + D_{j2} \cdot \Delta F_{c}; \end{cases}$$

$$-\frac{1}{A_{11}^{0}} \cdot \Delta n_{1np}^{\bullet} + \Delta n_{1np} = \\ = -\frac{A_{12}^{0}}{A_{11}^{0}} \cdot \Delta n_{2np}^{\bullet} - \frac{B_{11}^{0}}{A_{11}^{0}} \cdot \Delta G_{np} - \frac{B_{12}^{0}}{A_{11}^{0}} \cdot \Delta F_{cnp}; \\ -\frac{1}{A_{22}^{0}} \cdot \Delta n_{2np}^{\bullet} + \Delta n_{2np} =$$
(11)
$$= -\frac{A_{21}^{0}}{A_{22}^{0}} \cdot \Delta n_{2np} - \frac{B_{21}^{0}}{A_{22}^{0}} \cdot \Delta G_{np} - \frac{B_{22}^{0}}{A_{22}^{0}} \cdot \Delta F_{cnp}; \\ \Delta Z_{jnp} = C_{j1}^{0} \cdot \Delta n_{1np} + C_{j2}^{0} \cdot \Delta n_{2np} + \\ + D_{j1}^{0} \cdot \Delta G_{np} + D_{j2}^{0} \cdot \Delta F_{cnp}. \end{cases}$$

Запишем известные в теории подобия зависимости между действительными и приведенными параметрами:

$$\begin{cases} \bullet^{0} & \bullet \\ n &= \frac{n}{\delta_{bx}^{*}}; \ n^{0} = \frac{n}{\sqrt{\theta_{bx}^{*}}}; \ G^{0} = \frac{\eta_{\Gamma} \cdot G}{\delta_{bx}^{*} \cdot \sqrt{\theta_{bx}^{*}}}; \\ T^{*0} = \frac{T^{*}}{\theta_{bx}^{*}}; \ P^{*0} = \frac{P^{*}}{\delta_{bx}^{*}}; \ F_{c}^{0} = F_{c}. \end{cases}$$
(12)

Здесь параметры с нолем в верхнем индексе – рассчитанные параметра для стандартных атмосферных условий, а без – искомые. Совместно решая системы (10), (11), (12) получаем зависимости расчетных элементов матриц в пространстве состояний от уже рассчитанных. Например:

$$A_{11} = \frac{A_{11}^0 \cdot \delta_{bx}^*}{\sqrt{\theta_{bx}^*}}; \quad A_{12} = A_{12}^0 \cdot \delta_{bx}^*;$$

$$\begin{split} B_{12} &= B_{12}^{0} \cdot \delta_{bx}^{*} \cdot \sqrt{\theta_{bx}^{*}} ; \quad C_{12} = C_{12}^{0} \cdot \sqrt{\theta_{bx}^{*}} ; \\ D_{13} &= \frac{D_{13}^{0} \cdot \eta_{\Gamma}}{\sqrt{\theta_{bx}^{*}}} \text{ и т.д.} \end{split}$$

Таким образом, имея текстовый файл с параметрами окружающей среды во всем диапазоне работы двигателя, по составленной компьютерной программе определяются все необходимые для синтеза САУ матрицы пространства состояний.

Выводы

Предложенный метод исследования динамических свойств ГТД путем перевода существующей линеаризованной модели в пространстве состояний в модель в виде передаточных функций оказался достаточно эффективным. Среднее значение погрешности (за эталон принимаем нелинейную модель) составляет 0,1% и только лишь для температуры в моменты ее забросов погрешность достигает значения 5%. Пример для произвольного переходного процесса представлен на рис. 4. Эта точность выше, чем при аппроксимации элементов матриц пространства состояний непосредственно.



Рис. 4. Сравнение изменений величины температуры за турбиной, рассчитанные по ЛДМ и НДМ

Значит, применение предложенного подхода при незначительном увеличении затрат времени на него по сравнению с существующими, дает значительную экономию времени при доводке систем управления, в частности, на полунатурных стендах.

Литература

Гуревич О.С., Гольберг Ф.Д., Селиванов О.Д.
 Интегрированное управление силовой установкой многорежимного самолета. – М.: Машиностроение, 1994. – 304 с.

2. Синтез систем управления и диагностирования газотурбинных двигателей / С.В. Епифанов, Б.И. Кузнецов, И.Н. Богаенко, Г.Г. Грабовский. – К.: Техніка, 1998. – 312 с.

 Иноземцев Н.В. Авиационные газотурбинные двигатели. Теория и рабочий процесс. – М.: Оборонгиз, 1955. – 352 с.

 Кулагин И.И. Основы теории авиационных газотурбинных двигателей. – М.: Воениздат, 1967. – 327 с.

 5. Нечаев Ю.Н., Федоров Р.Н. Теория авиационных газотурбинных двигателей. Ч.2 — М.: Машиностроение, 1978. – 610 с.

 Сосунов В.А., Литвинов Ю.А Неустановившиеся режимы работы авиационных газотурбинных двигателей. – М.: Машиностроение, 1975. – 216 с.

 Черкез А.Я. Инженерные расчеты газотурбинных двигателей методом малых отклонений. – М.: Машиностроение, 1975. – 380 с.

Поступила в редакцию 23.05.2008

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Б.И. Кузнецов, Национальный технический университет «ХПИ», Харьков.