### УДК 621.7.044.7

# Ю.В. БАТЫГИН<sup>1</sup>, А.Ю. БОНДАРЕНКО<sup>1</sup>, Г.С. СЕРИКОВ<sup>2</sup>

# <sup>1</sup>Национальный технический университет «ХПИ», Украина <sup>2</sup>Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет, Украина

## ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ИНДУКЦИОННОЙ ИНДУКТОРНОЙ СИСТЕМЕ С ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ФОРМОЙ РАБОЧЕЙ ЗОНЫ

Для технологической операции магнитно-импульсного притяжения листовой металлической заготовки к индуктору проведен анализ электродинамических процессов в симметричной индукционной индукторной системе с прямоугольной формой рабочей зоны. Определено распределение плотности тока в заготовке, сил притяжения и отталкивания, действующих на неё, при частоте разрядного тока магитно-импульсной установки ~ 2 кГц. Показаны преимущества исследуемой системы по сравнению с цилиндрической индукционной индукторной системой.

#### магнитно-импульсное притяжение, листовая металлическая заготовка, электродинамические процессы, индукционная индукторная система, прямоугольная форма рабочей зоны, разрядный ток

Исследования индукционных индукторных систем с одновитковым цилиндрическим индуктором и вспомогательным экраном показали их достаточно высокую эффективность. Но дальнейшее её повышение возможно только за счёт увеличения энергии, запасаемой емкостным накопителем магнитноимпульсной установки [1].

Переход от цилиндрической геометрии к прямоугольной позволяет открыть новые пути увеличения амплитуд силового воздействия на обрабатываемые объекты при неизменном уровне энергии источника.

Речь идёт об определённых конструктивных решениях по форме индуктора – генератора магнитного поля.

В монографии [2] был предложен так называемый индуктор со спаренными токопроводами. Применение этой идеи позволяет предложить индуктор в виде двух компланарных витков прямоугольной формы, соединенных последовательно (рис. 1, а). Их взаимная ориентация обеспечивает протекание равных и одинаково направленных токов в двух параллельных смежных проводниках, между которыми располагается рабочая зона инструмента. В отличие от одного цилиндрического витка здесь имеет место возбуждение полей и электродинамических сил двойным током при неизменной величине энергии емкостного накопителя.

Цель работы – теоретическое описание электродинамических процессов в индукционной индукторной системе, в которой экран и обрабатываемая листовая заготовка абсолютно идентичны (металл, толщина) и находятся на одинаковом расстоянии от плоского индуктора, выполненного, как указано выше, и имеющего прямоугольную форму рабочей зоны.

Для анализа электромагнитных процессов примем расчётную модель (рис. 1), соответствующую поперечным сечениям системы в ортогональных направлениях.

Также как и в случае цилиндрической индукционной индукторной системы, интерес представляют поля и токи в низкочастотном режиме, являющемся физической идеализацией их максимально возможной «прозрачности» для действующих полей.

При решении поставленной задачи будем считать, что листовая заготовка тонкостенная [3], т.е.

$$\omega \cdot \tau \ll 1, \tag{1}$$

где о – циклическая частота действующего поля;

© Ю.В. Батыгин, А.Ю. Бондаренко, Г.С. Сериков АВИАЦИОННО-КОСМИЧЕСКАЯ ТЕХНИКА И ТЕХНОЛОГИЯ, 2008, № 2 (49)  $\tau = \mu_0 \gamma d^2$  – характерное время диффузии в проводящий слой с удельной электропроводностью  $\gamma$  и толщиной *d*.



Рис. 1. Расчётная модель индукционной индукторной системы:
 а – собственно индуктор;
 б – индукторная система в поперечном сечении

Опуская математические аспекты решения поставленной задачи, изложенные достаточно полно в работах [2 – 4], запишем конечные результаты, т.е. математические выражения для возбуждаемых полей и токов в рассматриваемой системе в декартовых координатах с учетом её симметрии.

Напряжённость электрического поля в металле экрана и листовой заготовки в терминах продольной пространственной переменной, связанной с собственной системой отсчёта, имеет вид:

$$E_{x}(t, y, \zeta) = -\frac{\mu_{0}}{2} \cdot \frac{dj(t)}{dt} \times$$

$$\times \int_{0}^{\infty} \frac{f(\lambda)}{\lambda} \cdot e^{-\lambda(h+\zeta)} \cdot \cos(\lambda y) d\lambda,$$
(2)

1. /

где j(t) – плотность стороннего тока в индукторе;

λ – параметр преобразования Фурье – Бесселя;

 $f(\lambda)$  – Фурье-образ функции, поперечного распределения плотности тока в индукторе;

 $J_1(\lambda r)$  – функция Бесселя первого порядка;

*h* – расстояние между индуктором и заготовкой (между индуктором и экраном);

 $\xi \in [0,d]$  – пространственная переменная, определяющая зависимость напряженности электрического поля по толщине листовой заготовки.

Касательная *у* – компонента напряжённости возбуждаемого магнитного поля определяется зависимостью

$$H_{y}(t, y, \zeta) = -\frac{j(t)}{2} \cdot \int_{0}^{\infty} f(\lambda) \cdot e^{-\lambda(h+\zeta)} \cdot \cos(\lambda y) \, d\lambda \,. (3)$$

Выражение (2) умножим на удельную электропроводность металла экрана и заготовки. Результат проинтегрируем по переменной  $\xi \in [0,d]$ .

Получим, что линейная плотность индуцированного тока будет равна

$$J_{x}(\phi, y) = -\frac{(\omega \cdot \tau)}{2d^{2}} \cdot \frac{dj(\phi)}{d\phi} \times$$

$$\times \int_{0}^{\infty} \frac{f(\lambda)}{\lambda^{2}} \cdot e^{-\lambda h} \cdot (1 - e^{-\lambda d}) \cdot \cos(\lambda y) d\lambda,$$
(4)

где  $\phi = \omega t - \phi$ аза действующего поля.

Для проведения численных оценок преобразуем формулу (4).

Положим, что токи в ветвях индуктора распределены равномерно, а их направления соответствуют рис. 1. Тогда функцию поперечного распределения плотности тока можно описать безразмерной зависимостью вида:

$$f(y) = \left[ \eta(|G|) - \eta(|G + L|) \right] - \frac{L}{\ell} \times$$

$$\times \left[ \eta(|G + L + g|) - \eta(|G + L + g + \ell|) \right],$$
(5)

где  $G, L, g, \ell$  – геометрические размеры рассматриваемой индукторной системы (рис. 1);

η(x) – ступенчатая функция Хевисайда.

Фурье-образ функции поперечного распределения плотности тока в индукторе находится как удвоенный интеграл по  $y \in [0, \infty]$ :

$$f(\lambda) = \frac{2}{\pi\lambda} \begin{bmatrix} \left(\sin\left(\lambda(G+L)\right) - \sin\left(\lambda G\right)\right) - \\ -\frac{L}{\ell} \left(\sin\left(\lambda(G+L+g+\ell)\right) - \\ -\sin\left(\lambda(G+L+g)\right) \end{bmatrix} \end{bmatrix}.$$
 (6)

Выражение (6) подставим в формулу (4).

После введения безразмерной переменной интегрирования ( $x = \lambda \cdot d$ ) и выполнения необходимых преобразований, получим, что

$$J_{x}(\varphi, y) = -\frac{dj(\varphi)}{d\varphi} \cdot \frac{2(j_{m}\omega\tau)}{\pi} \times \int_{0}^{\infty} \frac{f(x)}{x^{3}} e^{-x\frac{h}{d}} \left(1 - e^{-x}\right) \cos\left(x\frac{y}{d}\right) dx,$$
(7)

где  $j_m = \frac{I_m}{L}$  – амплитуда плотности тока в ближнем

к рабочей зоне токопроводе индуктора;

*j* (φ) – функция, характеризующая зависимость плотности тока только от фазы;

$$f(x) = \left[ \left( \sin\left(x\frac{0,5L}{d}\right) \cdot \cos\left(x\frac{G+0,5L}{d}\right) \right) - \frac{L}{\ell} \left( \sin\left(x\frac{0,5\ell}{d}\right) \cdot \cos\left(x\frac{(G+L+g)+0,5\ell}{d}\right) \right) \right] - \frac{L}{\ell} \left( -\frac{L}{\ell} \left( \sin\left(x\frac{0,5\ell}{d}\right) \cdot \cos\left(x\frac{(G+L+g)+0,5\ell}{d}\right) \right) \right] - \frac{L}{\ell} \left( -\frac{L}{\ell} \left( -\frac{L}{\ell} \left( -\frac{L}{\ell} \right) + \frac{L}{\ell} \left( -\frac{L}{\ell} \right) + \frac{L}{\ell} \left( -\frac{L}{\ell} \left( -\frac{L}{\ell} \right) + \frac{L}{\ell} \left( -\frac{L}{\ell} \right) + \frac{L}{\ell} \left( -\frac{L}{\ell} \left( -\frac{L}{\ell} \right) + \frac{L}{\ell} \left( -\frac{L}{\ell} \right) + \frac{L}{\ell} \left( -\frac{L}{\ell} \right) + \frac{L}{\ell} \left( -\frac{L}{\ell} \left( -\frac{L}{\ell} \right) + \frac{L}{\ell} \left( -\frac{L}{\ell} \right) + \frac{L}{\ell}$$

функция  $f(\lambda)$  в терминах переменной x.

Теперь вычислим возбуждаемые электродинамические силы.

Нормальная распределённая сила притяжения (давление) проводников, размещённых на расстоянии (2*h*) друг от друга, с индуцированными токами (7) определяется с помощью закона Ампера.

После тождественных преобразований и введения обозначений, удобных для проведения численных оценок, получаем, что

$$P_{attr}(\varphi, y) = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{J_x^2(\varphi, y) \cdot D}{(2h)} =$$
$$= \frac{\mu_0 D}{\pi h} \left(\frac{dj(\varphi)}{d\varphi}\right)^2 \left(\frac{j_m \omega \tau}{\pi}\right)^2 \times$$
$$\times \left(\int_0^\infty \frac{f(x)}{x^3} e^{-x\frac{h}{d}} (1 - e^{-x}) \cos\left(x\frac{y}{d}\right) dx\right)^2, \qquad (8)$$

где *D* – длина витка индуктора в направлении оси OX.

Сила отталкивания, возникающая при взаимодействии тока индуктора с индуцированными токами, находится как интеграл по толщине заготовки (экрана) от произведения магнитной проницаемости вакуума, плотности вихревого тока и касательной компоненты напряжённости магнитного поля.

Плотность вихревого тока определяется зависимостью (2), умноженной на удельную электропроводность металла экранов –  $\gamma$ . Напряжённость определяется формулой (3).

После выполнения всех требуемых математических операций и тождественных преобразований находим силу магнитного давления, отталкивающую заготовку (экран) от индуктора.

$$P_{rep}(\varphi, y) = \mu_0 j_m^2 \cdot j(\varphi) \frac{dj(\varphi)}{d\varphi} \cdot \left(\frac{4\omega\tau}{\pi^2}\right) \times \\ \times \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{f(x_1)}{x_1} \cdot e^{-x_1 \frac{h}{d}} \cos\left(x_1 \frac{y}{d}\right) \cdot \frac{f(x_2)}{x_2^2} \cdot e^{-x_2 \frac{h}{d}} \times \\ \times \cos\left(x_2 \frac{y}{d}\right) \cdot \frac{(1 - e^{-(x_1 + x_2)})}{(x_1 + x_2)} dx_1 dx_2 , \qquad (9)$$

где x<sub>1,2</sub> – переменные интегрирования, введенные в выражения для напряжённости магнитного поля и плотности индуцированного тока, соответственно.

Проанализируем полученные результаты. Из выражений (8) и (9) следует:

 временная зависимость силы притяжения определяется квадратом производной тока индуктора, а её постоянство знака во времени означает постоянство направленности по отношению к обрабатываемому объекту;

 вычисление импульса силы притяжения показывает, что

$$S_{attr} \sim \int_{0}^{\infty} P_{attr}(\phi, y) \, d\phi \sim \int_{0}^{\infty} \left(\frac{dj(\phi)}{d\phi}\right)^2 d\phi > 0,$$

что в свою очередь означает кумулятивный характер деформаций в период действия импульса;

 в рассмотренном низкочастотном режиме действующих полей амплитуда силы притяжения прямо пропорциональна квадрату рабочей частоты и удельной электропроводности экрана и листовой заготовки;

- в системе должны возбуждаться силы оттал-

кивания, что объясняется взаимодействием тока в индукторе и индуцированных токов противоположной направленности;

 в рассматриваемом низкочастотном режиме действующих полей временная зависимость силы магнитного давления, т.е. отталкивания заготовки (экрана) от индуктора, определяется произведением временной функции тока индуктора и её первой производной;

 сила отталкивания есть осциллирующая функция времени, что означает переменную направленность этой силы в течение периода действия;

- импульс силы

$$S_{rep} \sim \int_{0}^{\infty} P_{rep}(\varphi, y) \, d\varphi \sim \int_{0}^{\infty} \left( j(\varphi) \cdot \frac{dj(\varphi)}{d\varphi} \right) d\varphi =$$
$$= \frac{j^2(\varphi)}{2} \bigg|_{0}^{\infty} = \frac{j(\infty) - j(0)}{2} = 0,$$

что в конечном итоге означает отсутствие отталкивания вообще либо достаточно малую амплитуду действующих сил.

Полученные аналитические результаты проиллюстрируем численными оценками. Примем, что индукционная индукторная система (рис. 1) задана геометрией: G = 0,025 м, L = 0,01 м, g = 0,025 м,  $\ell = 0,01$  м, D = 0,1 м.

Металлические листы расположены симметрично относительно плоскости витка индуктора на расстоянии 2h = 0,002 м друг от друга.

Источник мощности — магнитно-импульсная установка МИУ-15: рабочая частота f = 2 кГц, относительный декремент затухания  $\delta_0 = 0,3$ , рабочее напряжение U = 5 кВ. Амплитуда тока в индукторе ~ 39,2 кА (соответствующая линейная плотность ~ 3,92 · 10<sup>6</sup> A/м), при запасаемой энергии емкостного накопителя W = 12,5 кДж.

Экран и заготовка — плоские металлические листы толщиной *d* = 0,001 м из электротехнической стали с удельной электропроводностью

$$\gamma = 0, 2 \cdot 10^7 \ \frac{1}{\hat{l} \ i \ \times i} \,. \label{eq:gamma_state}$$







Как следует из приведенных зависимостей, построенных по результатам численного расчета, выполненного по формуле (7), предложенная конструкция токопроводов индуктора позволяет существенно сконцентрировать и увеличить вихревые токи в рабочей зоне. В отличие от цилиндрической индукционной индукторной системы, амплитуда индуцированного тока не падает в геометрическом центре до нуля, а составляет ~ 50% от максимума. Причём величина этого «провала» может регулироваться выбором поперечного размера рабочей зоны.

Рис. 3, а соответствует ситуации, когда собственно индуктор «прозрачен» для действующих магнитных полей, рис. 3, б – индуктор является экраном.



Рис. 3. Поперечное распределение сил притяжения (давления) в симметричной индукционной индукторной системе с прямоугольной формой рабочей зоны при частоте разрядного тока ~ 2 кГц: а – без учёта экранирования магнитного поля витками индуктора,
б – с учётом экранирования магнитного поля витками индуктора

Оценки показывают, что при частоте ~ 1÷2 кГц эффективная глубина проникновения поля в медь составляет ~ 2,0 ÷ 1,5 мм, в алюминий ~ 2,6 ÷ 1,8 мм. Если толщина токопроводов может быть меньше соответствующей глубины проникновения поля (позволяют условия технологического процесса), то индуктор можно считать «прозрачным».

В противном случае он будет экранировать поля вихревых токов. Однако, в любом случае амплитуды возбуждаемых электродинамических сил притяжения достаточно велики и в рабочей зоне рассматриваемой конструкции индукционной системы превышают ~ 40 атм. Величина интегральной силы в рабочей зоне составляет ~ 1170 кГ.



Рис. 4. Поперечное распределение сил отталкивания при частоте разрядного тока ~ 2 кГц



отталкивания при рабочей частоте разрядного тока ~ 1,5 кГц

На рис. 4 представлены результаты вычислений сил отталкивания, выполненных по формуле (8). Как и следовало ожидать, эти силы сосредоточены непосредственно в зоне токопроводов, но их амплитуды на порядок ниже сил притяжения (~ 14 атм).

Если действие сил отталкивания приводит к нежелательному конечному результату, то их величина может быть существенно уменьшена за счёт незначительного снижения рабочей частоты магнитноимпульсной установки.



 Рис. 6. Поперечное распределение сил притяжения при частоте ~ 1,5 кГц:
 а – без учёта экранирования магнитного поля витками индуктора;
 б – с учётом экранирования магнитного поля витками индуктора

Данная рекомендация подтверждается результатами расчёта силовых характеристик при частоте разрядного тока ~ 1,5 кГц, представленными на рис. 5, 6.

Как следует из приведенных зависимостей, амплитуды сил отталкивания резко снижаются и их абсолютная величина (~ 1,7 атм) не может оказывать практически никакого влияния на процесс притяжения, а следовательно, и деформирования заготовки. В то же время силы притяжения остаются достаточно большими. Амплитуды распределённых сил составляют ~ 17 - 46 атм. Величина интегральной силы притяжения в рабочей зоне рассматриваемой индукционной индукторной системы может достигать ~ 370 кГ.

Проведенный анализ позволяет сделать вывод о том, что предложенная симметричная индукционная индукторная система с прямоугольной формой рабочей зоны и двумя одинаковыми металлическими листами (один из которых является вспомогательным экраном, а второй – заготовкой), расположенными на одинаковом расстоянии от индуктора является весьма эффективным и перспективным вариантом конструкции инструмента для практической реализации производственных операций по устранению вмятин в листовых металлах..

## Литература

 Батыгин Ю.В., Лавинский В.И., Хименко Л.Т. Физические основы возможных направлений развития магнитно-импульсной обработки тонкостенных металлов // Електротехніка і електромеханіка. – 2004. – № 2. – С. 80-84.

 Батыгин Ю.В., Лавинский В.И. Магнитно-импульсная обработка тонкостенных металлов. – Х.: МОСТ-Торнадо, 2002. – 288 с.

 Батыгин Ю.В., Лавинский В.И., Хименко Л.Т. Импульсные магнитные поля для прогрессивных технологий. 2-е изд., перераб. и доп. – Х.: МОСТ-Торнадо, 2003. – 288 с.

 Батыгин Ю.В., Бондаренко А.Ю. Распределение напряженности магнитного поля в плоской индукторной системе с экраном // Вісник НТУ «ХПІ».
 Техніка і електрофізика високих напруг. – Х.: НТУ "ХПІ", 2006. – № 17. – С. 55-64.

### Поступила в редакцию 12.03.2008

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.Ф. Болюх, Национальный технический университет «ХПИ», Харьков.