УДК 629.056.6

## Г.А. ПРОСКУРА, В.И. КОРТУНОВ

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина

# НАБЛЮДАЕМОСТЬ ИНСТРУМЕНТАЛЬНЫХ ПОГРЕШНОСТЕЙ ИНТЕГРИРОВАННОЙ БЕСПЛАТФОРМЕННОЙ ИНЕРЦИАЛЬНОЙ НАВИГАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ И МЕТОДИКА ИХ ОЦЕНИВАНИЯ

В статье рассмотрены вопросы анализа наблюдаемости расширенного набора инструментальных погрешностей интегрированной бесплатформенной инерциальной системы навигации. Проведен анализ наблюдаемости инструментальных ошибок интегрированной навигационной системы для различных комбинаций погрешностей чувствительных элементов в предположении наличия прямого измерения угловых параметров летательного аппарата. В соответствие с результатами анализа предложена методика оценивания инструментальных погрешностей волоконно-оптического гироскопа, позволяющая повышать точность их оценивания.

Ключевые слова: наблюдаемость, погрешности чувствительных элементов, волоконно-оптический гироскоп, интегрированная бесплатформенная инерциальная система навигации.

#### Введение

Основной сферой применения классических инерциальных навигационных систем, построенных на прецизионных датчиках, является дальняя авиация и военные приложения.

Использование миниатюрных недорогих микроэлектромеханических датчиков позволит расширить сферы применения таких систем, включая и нетрадиционные, такие как миниатюрные беспилотные летательные аппараты. Однако, в связи с нестабильностью характеристик микроэлектромеханических датчиков, автономное использование бесплатформенных инерциальных навигационных систем (БИНС) затруднено.

Эффективным способом решения этой проблемы является комплексирование БИНС с внешними измерительными устройствами. Основой работы комплексных навигационных систем является алгоритм коррекции ошибок бесплатформенных инерциальных навигационных систем, позволяющий создавать интегрированные системы, сочетающие требуемые точностные и функциональные характеристики с невысокой стоимостью и малыми габаритными размерами. Одной из составляющих частей такого алгоритма является оценивание вектора состояния ошибок навигационной системы [1]. Однако решение задачи оценивания не имеет смысла без выполнения условия полной наблюдаемости ошибок БИНС, поскольку наблюдаемость, в практическом смысле, характеризует возможность оценивания переменных состояния по результатам измерения выхода системы [2]. Поэтому первым этапом решения такой задачи является анализ наблюдаемости ошибок инерциальной системы, позволяющий сформировать набор инструментальных погрешностей чувствительных элементов, оцениваемых с требуемой точностью.

В работах [1, 3, 4] предлагается в набор оцениваемых инструментальных погрешностей датчиков включать смещения нулей гироскопов и акселерометров, для которых выполняется условие полной наблюдаемости. Однако дальнейшее расширение вектора ошибок БИНС масштабными коэффициентами датчиков затруднено, вследствие отсутствия их полной наблюдаемости [5]: в таком случае масштабные коэффициенты акселерометров не оцениваются, что влияет на качество оценивания смещений нулей акселерометров.

Этот факт не позволяет провести полную компенсацию таких погрешностей, и существует их остаточное влияние на навигационные параметры летательного аппарата (ЛА). Эффективным путем решения этой проблемы является расширение вектора наблюдения комплексной навигационной системы угловыми параметрами ЛА, что становится возможным, например, при интегрировании БИНС с оптической системой [6].

В данной статье проведен анализ наблюдаемости расширенного набора инструментальных погрешностей интегрированной системы, на основании которого предлагается методика оценивания инструментальных погрешностей гироскопов, позволяющая повышать точность их оценивания.

Вычисление углов ориентации ЛА может осуществляться относительно различных кинематических параметров [7]: направляющих косинусов, углов Эйлера-Крылова, кватернионов, вектора конечного поворота и др. Наиболее удобно, как этот отмечено в работах [8, 4], для этой цели использовать аппарат кватернионов. Линеаризованное уравнение ошибок ориентации интегрированной БИНС имеет вид [4]:

$$\begin{split} &\frac{\partial f(\Delta \lambda)}{\partial \Delta \lambda} = A_{\lambda \lambda} = \\ &= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & (M(\tilde{\lambda}) \Delta \omega_b - \Delta \omega_n)^T \\ \Delta \omega_n - M(\tilde{\lambda}) \Delta \omega_b & -\Omega \{2\omega_n + \Delta \omega_n - M(\tilde{\lambda}) \Delta \omega_b \} \end{bmatrix}, \end{split}$$

где  $\omega_{\mathbf{n}} = \begin{bmatrix} 0 & \omega_N & \omega_h & \omega_E \end{bmatrix}^T$  — кватернион, составленный из элементов вектора угловых скоростей навигационного трехгранника в проекциях на его же оси;

 $\Delta\lambda$  – кватернион малого поворота;

 $\Delta\omega_n$ ,  $\Delta\omega_b$  — кватернионы, составленные из элементов векторов ошибок угловых скоростей в навигационном и связанном трехгранниках соответственно;

 $\mathbf{M}(\tilde{\lambda})$  — матричное преобразование, определяемое вычисленным кватернионом  $\tilde{\lambda}$  .

В правой части приведенного уравнения (1) присутствуют инструментальные погрешности гироскопов, компенсация которых возможна путем вычитания их оцененных значений. Для реализации процедуры оценивания необходимо расширить систему уравнений ошибок интегрированной БИНС моделями инструментальных погрешностей, в состав которых могут быть включены [7]:

- погрешности калибровки начального смещения нуля гироскопа и его нестабильности в пуске  $\Delta \overline{\omega}_{bi}$  (i=x,y,z), практически постоянные на достаточно длительном интервале времени;
- погрешности масштабного коэффициента гироскопа  $\Delta K_{gi}$ , которые определяют составляющую  $\Delta \breve{\omega}_{bi}$ , пропорциональную измеряемой величине;
- составляющая  $\Delta\omega_{Nb}$ , обусловленная неортогональностями  $K_{ij}$  измерительных осей гироскопов, которые возникают из-за неточной сборки чувствительного элемента.

Оси чувствительности образуют косоугольную систему координат, развернутую относительно ортогональной системы координат, связанной с базовой поверхностью чувствительного элемента, на некоторые малые углы. Данный факт обуславливает

наличие перекрестных связей по осям, что влечет появление методической ошибки. Представить данную ошибку возможно с использованием матрицы направляющих косинусов перехода от системы координат, связанной с осями чувствительности, к системе координат, связанной с базовой поверхностью чувствительного элемента:

$$\begin{split} \Delta\omega_{b} &= \Delta\overline{\omega}_{b} + \Delta\overline{\omega}_{b} + \Delta\omega_{Nb} \;,\; \Delta\overline{\omega}_{b} = \omega_{b}\Delta K_{g} \;,\\ \Delta\omega_{Nb} &= \begin{bmatrix} 0 & K_{xz} & -K_{xy} \\ -K_{yz} & 0 & K_{yx} \\ K_{zy} & -K_{zx} & 0 \end{bmatrix} \omega_{b} \;. \end{split}$$

Тогда линеаризованные уравнения ошибок БИНС в блочно-матричной форме будут иметь вид:

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{\lambda} \\ \Delta \dot{\bar{\omega}}_b \\ \Delta \dot{K}_g \\ \dot{K} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{\lambda\lambda} & A_{\lambda\Delta\omega_b} & A_{\lambda\Delta K_g} & A_{\lambda K} \\ 0 & A_{\Delta\omega_b\Delta\omega_b} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_{\Delta K_g\Delta K_g} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \lambda \\ \Delta \bar{\omega}_b \\ \Delta K_g \\ K \end{bmatrix}, (2)$$

$$\text{где } A_{\lambda\Delta K_g} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \Delta \lambda_{123}^T \\ -I\Delta\lambda_0 - \Omega\{\Delta\lambda_{123}\} \end{bmatrix} \cdot M(\tilde{\lambda}) \cdot \Omega(\omega_b);$$

$$A_{\lambda K} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \Delta \lambda_{123}^T \\ -I\Delta\lambda_0 - \Omega\{\Delta\lambda_{123}\} \end{bmatrix} \cdot M(\tilde{\lambda}) \cdot N(\omega_b);$$

$$A_{\Delta K_g\Delta K_g} = \begin{bmatrix} \alpha_{kx} & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_{ky} & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_{kz} \end{bmatrix}.$$

Полученные в данном разделе уравнения ошибок интегрированной БИНС (2) использовались для анализа наблюдаемости и обнаруживаемости инструментальных погрешностей датчиков.

# 2. Анализ наблюдаемости и обнаруживаемости инструментальных погрешностей БИНС

В работе [3] подробно описаны условия наблюдаемости и обнаруживаемости линейных динамических систем. В соответствии с этими условиями был проведен анализ наблюдаемости ошибок БИНС (2) с использованием различных моделей инструментальных погрешностей гироскопов. При этом измеряемыми координатами вектора ошибок считались ошибки определения параметров ориентации ЛА.

Объединенный результат наблюдаемости вектора ошибок интегрированной БИНС приведен в табл. 1. В таблицу также включены результаты проверки значимости оценок инструментальных погрешностей гироскопов, полученных с использованием фильтра Калмана. Проверка значимости проводилась по критерию Стьюдента [9].

Таблица 1 Объединенный результат наблюдаемости инструментальных ошибок интегрированной БИНС

Вектор оцениваемых ошибок БИНС	Степень наблюдаемости	Значимость оценок инструментальных погрешностей датчиков
Кватернион ориентации, смещения нулей гироскопов	Вполне наблюдаемый	Значимые
Кватернион ориентации, смещения нулей гироскопов, погрешности масштабных коэффициентов (МК) гироскопов (модели типа констант)	Не наблюдаемый (ранг матрицы наблюдаемости равен 7 при порядке вектора ошибок 10)	Незначимые
Кватернион ориентации, смещения нулей гироскопов (модели типа винеровского процесса первого порядка), погрешности масштабных коэффициентов (МК) гироскопов (модели типа констант)	Вполне наблюдаемый	Значимые
Кватернион ориентации, смещения нулей гироскопов, погрешности масштабных коэффициентов (МК) гироскопов (модели типа винеровского процесса первого порядка), угловые величины неортогональностей измерительных осей гироскопов (модели типа констант)	Не наблюдаемый (ранг матрицы наблюдаемости равен 13 при порядке вектора ошибок 16)	Незначимые
Кватернион ориентации, угловые величины неортогональностей измерительных осей гироскопов (модели типа констант)	Не наблюдаемый (ранг матрицы наблюдаемости равен 7 при порядке вектора ошибок 10)	Незначимые
Кватернион ориентации, угловые величины неортогональностей измерительных осей гироскопов (модели типа винеровского процесса первого порядка)	Вполне наблюдаемый	Значимые

Результаты моделирования. Для проверки полученных теоретических результатов анализа наблюдаемости и обнаруживаемости инструментальных погрешностей интегрированной БИНС моделировалась работа расширенного фильтра Калмана, применительно к различным видам расширения вектора ошибок интегрированной системы (2). Моделирование осуществлялось c использованием средств пакета MATLAB.

Ошибки оценок погрешностей гироскопов определялись при сравнении значений оценок, вычисляемых в фильтре Калмана (ФК), с их заданными модельными значениями.

Исходные данные при моделировании:

законы изменения углового положения объекта:

$$\begin{split} \psi(t) &= A_{\psi} \left( \sin \omega_{\psi} t \right)^{3}, \quad J(t) = A_{J} \left( \sin \omega_{J} t \right)^{3}, \\ \gamma(t) &= A_{\gamma} \left( \sin \omega_{\gamma} t \right)^{3}, \end{split}$$

где  $A_{\psi},\ A_{J},\ A_{\gamma}$  – амплитуды изменения углов ориентации (курса, тангажа и крена);

 $\omega_{_{\hspace{-.1em}W}},\ \omega_{_{\hspace{-.1em}J}},\ \omega_{_{\hspace{-.1em}\gamma}}$  – частоты изменения углов ориентации;

— заданные значения ошибок датчиков 
$$\Delta \overline{\omega}_{\mathbf{b}} = \begin{bmatrix} 0,001 & -0,001 & 0,002 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}};$$
 
$$\Delta \mathbf{K}_{\mathbf{g}} = \begin{bmatrix} 0,005 & -0,005 & 0,01 \end{bmatrix};$$
 
$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} -10^{-5} & 10^{-5} & 10^{-5} & -10^{-5} & -2 \cdot 10^{-4} & 2 \cdot 10^{-4} \end{bmatrix}.$$
 Результаты, молецирования, работы, расширенного

Результаты моделирования работы расширенного ФК показаны на рис. 1 - 3.

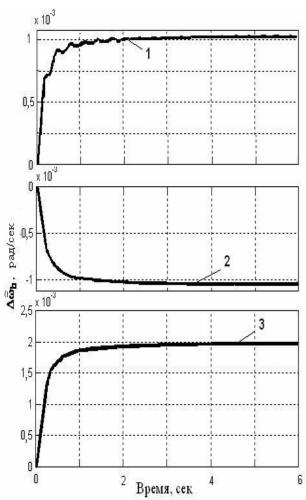


Рис. 1. Оценки смещений нулей гироскопов (1 - OX, 2 - OY, 3 - OZ)

При расширении вектора ошибок моделями смещений нулей гироскопов, полученные фильтром Калмана оценки сходятся к заданным величинам (рис. 1). Также обеспечивается сходимость оценок смещений нулей (модели типа винеровского процесса первого порядка) и погрешностей МК гироскопов (модели типа констант) (рис. 2).

В варианте расширения вектора ошибок моделями угловых величин неортогональностей измерительных осей гироскопов типа винеровского процесса первого порядка, полученные ФК оценки также сходятся к заданным величинам (рис. 3).

Результаты моделирования оценивания инструментальных погрешностей гироскопов фильтром Калмана подтверждают результаты анализа наблюдаемости инструментальных погрешностей БИНС.

Если модели инструментальных погрешностей гироскопов совпадают с реальными процессами, ошибки оценивания равны нулю. Однако практическая реализация таких моделей затруднительна, поскольку погрешности датчиков изменяют свои характеристики в широких пределах.

Для волоконно-оптических гироскопов значения установившихся ошибок оценивания не превышают  $10^{-4}$  град/сек для смещений нулей и МК гироскопов, и  $10^{-5}$  град/сек для угловых величин неортогональностей измерительных осей гироскопов.

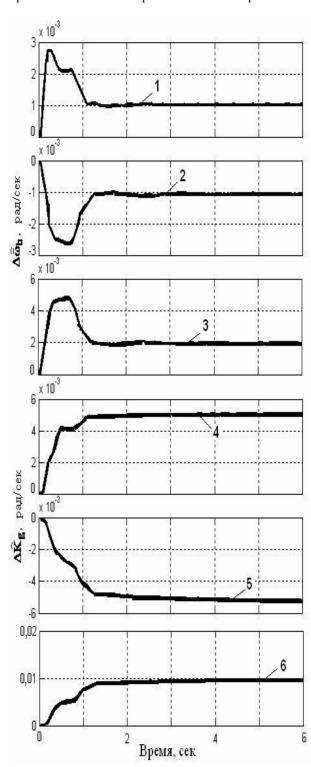


Рис. 2. Оценки смещений нулей гироскопов (1 - OX, 2 - OY, 3 - OZ) и погрешностей МК гироскопов (4 - OX, 5 - OY, 6 - OZ)

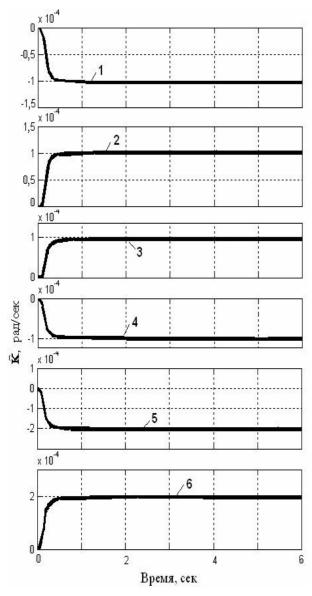


Рис. 3. Оценки угловых величин неортогональностей измерительных осей гироскопов (1 –  $K_{xy}$  , 2 –  $K_{xz}$  ,

$$3-\,K_{\,yx}\,,4-\,K_{\,yz}\,,5-\,K_{\,zx}\,,6-\,K_{\,zy}\,)$$

# 3. Методика оценивания инструментальных погрешностей гироскопов

В соответствии с результатами анализа наблюдаемости инструментальных погрешностей гироскопов можно сделать вывод, что расширение вектора ошибок всеми двенадцатью составляющими погрешностей гироскопов (смещения нулей  $\Delta \overline{\omega}_{\mathbf{b}}$ , погрешности МК гироскопов  $\Delta K_{g}$  , угловые величины неортогональностей измерительных осей К) не приводит к сходимости их оценок в ФК. Поэтому целесообразно разделить алгоритм оценивания погрешностей интегрированной БИНС на две части.

Методика оценивания инструментальных погрешностей БИНС. Модуль, состоящий из трех волоконно-оптических гироскопов, устанавливается на подвижное основание, создающее движение измерительного модуля вокруг его осей чувствительности. Измеренная угловая скорость движения чувствительного элемента записывается в файл, для последующей обработки в алгоритме оценивания.

На первом шаге алгоритма оценивания, реализующего расширенный ФК, производится оценка смещений нулей и МК гироскопов для различных температурных режимов. Оценивание инструментальных погрешностей БИНС производится с использованием вектора ошибок, расширенного моделями смещения нуля типа винеровского процесса первого порядка и погрешности МК гироскопа.

Следующим шагом является оценивание угловых величин неортогональностей измерительных осей гироскопов. Оценивание инструментальных погрешностей интегрированной БИНС производится с использованием вектора ошибок, расширенного моделями угловых величин неортогональностей измерительных осей гироскопов типа винеровского процесса первого порядка. В данном случае существует возможность оценивания погрешностей гироскопов с требуемой точностью (10<sup>-4</sup> град/сек для смещений нулей и МК гироскопов, и  $10^{-5}$  град/сек для угловых величин неортогональностей измерительных осей гироскопов).

#### Заключение

Проведен анализ наблюдаемости и обнаруживаемости инструментальных погрешностей интегрированной навигационной системы для различных комбинаций погрешностей чувствительных элементов. В соответствие с результатами анализа разработана методика оценивания инструментальных погрешностей гироскопов: на первом этапе оценивания предлагается оценивать смещения нулей и МК гироскопов для различных температурных режимов, а на втором - угловые величины неортогональностей измерительных осей гироскопов.

Разработанный алгоритм оценивания позволяет достигать требуемую точность оценивания погрешностей волоконно-оптических гироскопов.

## Литература

1. Кортунов В.И. Экспериментальное исследование точности коррекции интегрированной миниатюрной БИНС / В.И. Кортунов, Г.А. Проскура, А.С. Кравчук // Електроніка та системи управління. – *2008.* – № *1(15).* – *C. 26-33.* 

- 2. Лебедев Д.В. Информационно-алгоритмические аспекты управления подвижными объектами / Д.В. Лебедев, А.И. Ткаченко. К.: Наукова думка, 2000. С. 3-57.
- 3. Кортунов В.И. Наблюдаемость и обнаруживаемость инструментальных ошибок бесплатформенных инерциальных навигационных систем / В.И. Кортунов, Г.А. Проскура // Авиационно-космическая техника и технология. 2006. № 3(29). С. 31-38.
- 4. Кортунов В.И. Уравнения ошибок бесплатформенных инерциальных навигационных систем и анализ наблюдаемости / В.И. Кортунов, Г.А. Проскура // Системи обробки інформації. Х.: ХУ ПС,  $2006. \mathbb{N} \ 9(58). C. 112-115.$
- 5. Kortunov V. Accuracy analysis of strapsdown inertial navigation systems / V. Kortunov, I. Dybska,

- G. Proskura, T. Trachsel // Космічна наука і технологія. 2007. Т.13, №4. С. 40-48.
- 6. Kim J. 6DoF SLAM Aided GNSS/INS Navigation in GNSS Denied and Unknown Environments / J. Kim, S. Sukkarier // Journal of Global Positiononing System. 2005. Vol.4, №1 2. P. 120-128.
- 7. Анучин О.Н. Интегрированные системы ориентации и навигации для морских подвижных объектов / О.Н. Анучин, Г.И. Емельянцев. С.-Пб.: ГНЦ РФ ЦНИИ «Электроприбор», 2003. 390 с.
- 8. Бранец В.Н. Введение в теорию бесплат-форменных инерциальных навигационных систем / В.Н. Бранец, И.П. Шмыглевский М.: Наука, 1992. 280 с
- 9. Калман Р. Очерки по математической теории систем / Р. Калман, П. Фалб, М. Арбиб. М.: Изд-во физ.-мат. лит., 1970. 400 с.

Поступила в редакцию 22.10.2008

**Рецензент**: д-р техн. наук, проф., проф. кафедры В.К. Волосюк, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.

# СПОСТЕРЕЖНІСТЬ ІНСТРУМЕНТАЛЬНИХ ПОХИБОК ІНТЕГРОВАНОЇ БЕЗПЛАТФОРМНОЇ ІНЕРЦІАЛЬНОЇ НАВІГАЦІЙНОЇ СИСТЕМИ ТА МЕТОДИКА ЇХ ОЦІНЮВАННЯ

### Г.А. Проскура, В.І. Кортунов

В статті розглянуто питання аналізу спостережності розширеного набору інструментальних похибок інтегрованої безплатформної інерціальної системи навігації. Здійснено аналіз спостережності інструментальних похибок інтегрованої навігаційної системи для різних комбінацій похибок чуттєвих елементів в припущенні наявності прямого вимірювання кутових параметрів літального апарату. Згідно з результатами аналізу запропоновано методику оцінювання інструментальних похибок волоконно-оптичного гіроскопу, яка дозволяє підвищувати точність їх оцінювання.

**Ключові слова:** спостережність, похибки чуттєвих елементів, волоконно-оптичний гіроскоп, інтегрована безплатформна інерціальна система навігації.

# INSTRUMENTAL ERRORS OF INTEGRATED STRAPDOWN INERTIAL NAVIGATION SYSTEM OBSERVABILITY AND TECHNIQUE OF THEIR ESTIMATION

#### G.A. Proskura, V.I. Kortunov

The problems of extended set of instrumental error of integrated strapdown inertial navigation system observability analysis were considered. The analysis of instrumental error of integrated navigation system observability for different combination of sensitive element errors with the assumption of availability of vehicle angular data direct measurement was conducted. According to results of the analysis the technique of fiber-optic gyroscope errors estimation which allows to raise accuracy of their estimation is offered.

**Key words:** observability, sensing element errors, fiber-optic gyroscope, integrated strapdown inertial navigation system.

**Проскура Галина Анатольевна** – аспирант кафедры приема, передачи и обработки сигналов, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина, e-mail: Cheberakha@yandex.ru.

**Кортунов Вячеслав Иванович** – д-р технических наук, профессор, профессор кафедры приема, передачи и обработки сигналов, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина.